الأستاذة الشريف	تمارين المقارنة من مناظرات 2001 إلى 2019	التاسعة أساسي

التمرين عـــ1ـــدد (2001)

نعتبر العددين الحقيقيين :

$a = \sqrt{3}(2+\sqrt{3})-2$ و $b = 6\sqrt{2}-\sqrt{18}+1$

1) بيّن أنّ $a = 1+2\sqrt{3}$ و $b = 1+3\sqrt{2}$

2) أ- قارن بين العددين $3\sqrt{2}$ و $2\sqrt{3}$

ب- أثبت أنّ $1 < a < b$

ج- استنتج ترتيبا للأعداد $\frac{1}{a}$ و $\frac{1}{b}$ و 1

التمرين عـــ2ـــدد (2002)

1) نعتبر العدد الحقيقي : $a = |2\sqrt{2}-3|$

أ- قارن بين العددين 3 و $2\sqrt{2}$

ب- استنتج أنّ : $a = 3-2\sqrt{2}$

2) نعتبر العدد الحقيقي $b = \sqrt{2}(\sqrt{2}-1)+\sqrt{18}+1$

بيّن أنّ : $b = 3+2\sqrt{2}$

3) أ- أحسب الجذاء $a.b$ واستنتج أنّ العدد a هو مقلوب العدد b

ب- أحسب العدد $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ واستنتج أنه عدد صحيح طبيعي.

التمرين عـــ3ـــدد (2003)

1) نعتبر العدد الحقيقي : $a = \sqrt{125}-\sqrt{20}-1$.

أ- بيّن أنّ $a = 3\sqrt{5}-1$.

ب- أثبت أنّ a عدد موجب.

2) ليكُنْ العدد الحقيقي $b = 6+4\sqrt{5}$.

أ- أحسب $a\,b$.

ب- بيّن أنّ $(b-a)^2 = a\,b$.

ج- استنتج أنّ : $\frac{1}{a}-\frac{1}{b} = \frac{1}{b-a}$.

التمرين عــــ4ـــدد (2004)

نعتبر العدد الحقيقي $a=\sqrt{9}+\sqrt{98}-\sqrt{50}$

1) أ- بيّن أنّ $a=3+2\sqrt{2}$

ب- بيّن أنّ $a-5=2(\sqrt{2}-1)$

ج- استنتج أنّ $a>5$

2) أ- بيّن أنّ $a=(1+\sqrt{2})^2$

ب- استنتج مقارنة للعددين $1+\sqrt{2}$ و $\sqrt{5}$

التمرين عــــ5ـــدد (2005)

نعتبر العددين $a=3+\sqrt{162}-10\sqrt{2}$ و $b=(1+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})+1$

1) أ- بيّــــن أنّ $a=3-\sqrt{2}$

ب- ما هي علامة العدد a ؟ علّل جوابك.

ج- بيّــــن أنّ $b=\sqrt{3}$

2) أ- بيّــــن أنّ $a^2-b^2=2(4-3\sqrt{2})$

ب- قــــارن بيــــن العددين 4 و $3\sqrt{2}$

ج- استنتج مقارنة العددين a وb

التمرين عــــ6ـــدد (2006)

1) نعتبر العدد $a=2\sqrt{75}-4\sqrt{12}$

بيّــــن أنّ $a=2\sqrt{3}$

2) نعتبر العدد $b=2+\sqrt{3}$

أ - قــــارن بيــــن العددين a و b

ب - بيّن أنّ $2-\sqrt{3}$ هو مقلوب العدد b

ج - بيّن أنّ $2-\sqrt{3}<\frac{1}{2\sqrt{3}}$

التمرين عــ7ــدد (2007)

1) نعتبر العدد الحقيقي $a=\sqrt{50}-\sqrt{8}(\sqrt{2}+1)$

أ ــ بيّــن أنّ $a=3\sqrt{2}-4$

ب ــ قــارن بيــن العــددين 4 و $3\sqrt{2}$

ج ــ استنتج أنّ a عدد موجب

2) نعتبر العددين الحقيقيين $x=\dfrac{7}{\sqrt{2}+1}$ و $y=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$

أ ــ بيّن أنّ $x-y=2a$

ب ــ استنتج مقارنة العددين x و y

التمرين عــ8ــدد (2008)

1) نعتبر العدد الحقيقي $a=2\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)-4$

أ - بيّن أنّ $a=6-2\sqrt{5}$

ب - قارن بين العددين 6 و $2\sqrt{5}$

ج - استنتج أنّ a عدد موجب.

2) بيّن أنّ $a=(\sqrt{5}-1)^2$

3) ليكن العدد الحقيقي $b=\sqrt{245}-\sqrt{45}$

أ - بيّن أنّ $b=4\sqrt{5}$

ب - بيّن أنّ $\dfrac{b-a}{\sqrt{5}-1}$ عدد صحيح طبيعي.

التمرين عــ9ــدد (2009)

1) نعتبر العدد الحقيقي $a=5\sqrt{2}-7$

أ- قارن بين العددين 7 و $5\sqrt{2}$

ب- استنتج علامة العدد a.

2) ليكن العدد الحقيقي $b=\sqrt{200}-\sqrt{50}+\sqrt{49}$

أ- بين أنّ $b=5\sqrt{2}+7$

ب- بين أنّ b هو مقلوب العدد a .

ج- بين أنّ العددين b و $1-(1-a)b$ متقابلان.

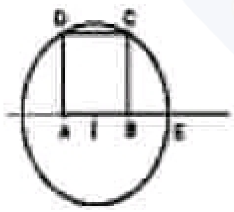
التمرين عـــ13ـــدد (2013)

نعتبر العددين الحقيقيين $a = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ و $b = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

1) أ) احسب $a+b$

ب) بيّن أنّ b مقلوب العدد a.

2) (وحدة قيس الطول هي الصنتمتر).



ABCD مربّع بحيث $AB=1$ و I منتصف [AB].

الدائرة التي مركزها I و تمرّ من النقطة C تقطع نصف المستقيم (AB] في نقطة E.

أ) أحسب البعد IC

ب) بيّن أنّ $AE = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ و $BE = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

التمرين عـــ14ـــدد (2014)

نعتبر العددين الحقيقيين $a = 4 - 3\sqrt{12} + \sqrt{48}$ و $b = (1+\sqrt{3})^2$

1) بيّن أنّ $a = 4 - 2\sqrt{3}$ و $b = 4 + 2\sqrt{3}$

2) قارن بين $2\sqrt{3}$ و 4 ثمّ استنتج علامة العدد a

3) أ) بيّن أنّ $a \times b = 4$

ب) استنتج أنّ $\sqrt{\frac{a}{b}} = 2 - \sqrt{3}$

4) ليكن العدد الحقيقي $c = \sqrt{a} - \sqrt{b}$

أ) بيّن أنّ العدد c سالب.

ب) احسب c^2 ثمّ استنتج c.

التمرين عـــــ15ـــدد (2015)

نعتبر العددين الحقيقيين a و b حيث $a = \frac{(1+\sqrt{13})^2 - 8}{4}$ و $b = \frac{\sqrt{52} - 6}{4}$.

1) بيّن أنّ $a = \frac{\sqrt{13}+3}{2}$ و $b = \frac{\sqrt{13}-3}{2}$

2) أ) أحسب $b \times a$

ب) بيّن أنّ a مقلوب b

ج) بيّن أنّ $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} - 2 = (b-a)^2$

ثمّ إستنتج قيمة $\sqrt{\frac{b}{a} + \frac{a}{b} - 2}$

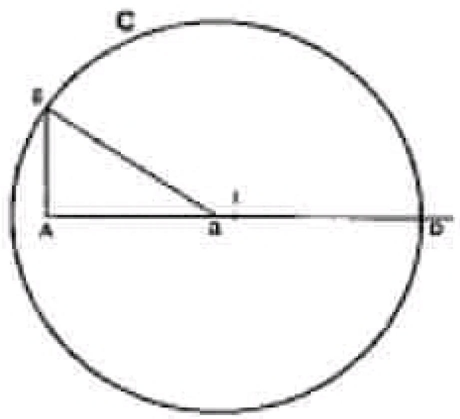
3) (وحدة القيس هي الصنتمتر)

في الرّسم المقابل لدينا :

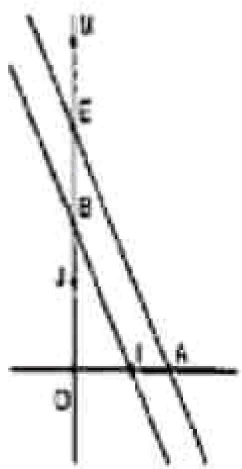
- ABE مثلث قائم حيث $AB = 3$ و $AE = 2$.
- C دائرة مركزها B وتمرّ من النقطة E
- D نقطة تقاطع الدائرة C ونصف المستقيم [AB)
- I منتصف قطعة المستقيم [AD]

أ) أحسب BE

ب) بيّن أنّ $AI = \frac{\sqrt{13}+3}{2}$ و $BI = \frac{\sqrt{13}-3}{2}$



التمرين عـــــ16ـــدد (2016)



في الرّسم المقابل لدينا (O, I, J) معيّن متعامد من المستوي حيث $OI = OJ = 1$ و $A(a, 0)$ و $B(0, a)$ نقطتان من المستوي علما أنّ a عدد حقيقي و $a > 1$.

1) المستقيم المارّ من A والموازي للمستقيم (BI) يقطع [OJ) في النقطة E.

بيّن أنّ $\frac{OA}{OI} = \frac{OE}{OB}$ ثمّ إستنتج أنّ $OE = a^2$.

2) لتكن النقطة M من نصف المستقيم [OJ) حيث $EM=1$ و M لا تنتمي لقطعة المستقيم [OE].

حدّد البعد OM بدلالة a.

3) المستقيم المارّ من النقطة I والموازي للمستقيم (AM) يقطع [OJ) في النقطة K.

بيّن أنّ $OK = \frac{a}{1+a^2}$

4) أ) أثبت أنّ $(x-2)(x-\frac{1}{2}) = x^2 - \frac{5}{2}x + 1$ حيث x عدد حقيقي.

ب) بيّن إذا كان $OK = \frac{2}{5}$ فإنّ النقطة I منتصف قطعة المستقيم [OA]

<u>التمرين عـــــ17ـــــدد (2017)</u>

نعتبر العددين الحقيقيين الموجبين a و b حيث $a^2 = 11+6\sqrt{2}$ و $b^2 = 11-6\sqrt{2}$.

1) أ) قارن العددين a^2 و b^2 .

ب) بيّن أنّ $(a-b)$ عدد موجب.

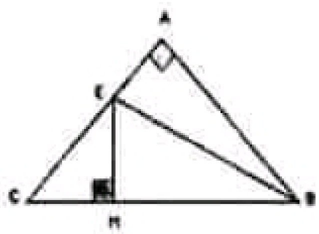
2) أحسب a^2b^2 ثم استنتج أنّ $ab = 7$.

3) أحسب $(a-b)^2$ ثم إستنتج أنّ $a-b = 2\sqrt{2}$.

(وحدة قيس الطول الصنتمتر)

في الرّسم المقابل لدينا :

- ABC مثلث متقايس الضلعين وقائم في A، حيث $AB = a$
- E النقطة من $[AC]$ حيث $AE = b$
- H المسقط العمودي للنقطة E على (BC).



4) أ) بيّن أنّ المثلث HEC متقايس الضلعين.

ب) بيّن أنّ $EH = 2$.

5) لتكن S مساحة المثلث BEC.

أ) بيّن أنّ $S = a\sqrt{2}$.

ب) بيّن أيضا أنّ $S = 2+3\sqrt{2}$، ثم إستنتج أنّ $a = 3+\sqrt{2}$.

<u>التمرين عـــــ18ـــــدد (2018)</u>

نعتبر العددين الحقيقيين $a = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+3)-(\sqrt{5}-1)}{4}$ و $b = \frac{6-\sqrt{20}}{4}$

1) بيّن أنّ $a = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ و $b = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$

2) أ) بيّن أنّ a و b عددان مقلوبان.

ب) أحسب $a + b$

ج) بيّن أنّ $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = (a+b)^2 - 2ab$ ثم احسب $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$.

3) أ) بيّن أنّ $2 \le \sqrt{5} \le \frac{5}{2}$

ب) بيّن أنّ $\frac{5}{2} \le a \le \frac{11}{4}$

ج) استنتج حصرا للعدد b ثم تحقّق أن مداه أصغر قطعا من 0,04.

التمرين عـــ19ــدد (2019)

نعتبر العددين الحقيقيين $a = 12 + \sqrt{200} - \sqrt{8}$ و $b = 2(6 + 3\sqrt{3})$

1) أ) بيّن أنّ $a = 2(6 + 4\sqrt{2})$

ب) قارن بين $4\sqrt{2}$ و $3\sqrt{3}$ ثمّ استنتج أنّ $b < a$

2) بيّن أنّ $b = (3 + \sqrt{3})^2$ و $a = (2 + 2\sqrt{2})^2$

3) ليكن العدد الحقيقي $c = \dfrac{3 + \sqrt{3}}{2 + 2\sqrt{2}}$

أ) بيّن أنّ $c^2 < 1$

ب) بيّن أنّ $\dfrac{1}{2} < c < 1$

التاسعة أساسي	إصلاح تمارين المقارنة من 1 الى 19 من مناظرات 2001 الى 2019 على التوالي	الأستاذة الشريف

التمرين عــ1ــــدد (2001)

1)

$b = 6\sqrt{2} - \sqrt{18} + 1$ $= 6\sqrt{2} - \sqrt{9 \times 2} + 1$ $= 6\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 1$ $= 3\sqrt{2} + 1$ $= 1 + 3\sqrt{2}$ إذن $\mathbf{b = 1 + 3\sqrt{2}}$	$a = \sqrt{3}(2 + \sqrt{3}) - 2$ $= 2\sqrt{3} + 3 - 2$ $= 2\sqrt{3} + 1$ $= 1 + 2\sqrt{3}$ إذن $\mathbf{a = 1 + 2\sqrt{3}}$

2) أ - $(2\sqrt{3})^2 = 12$ و $(3\sqrt{2})^2 = 18$ و $12 < 18$

إذن $(2\sqrt{3})^2 < (3\sqrt{2})^2$ و لنا $2\sqrt{3}$ و $3\sqrt{2}$ موجبان فإن $\mathbf{2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}}$

ب - لدينا $2\sqrt{3}$ عدد موجب قطعا يعني $2\sqrt{3} > 0$ إذن $2\sqrt{3} + 1 > 0 + 1$ أي $a > 1$

و $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$ إذن $2\sqrt{3} + 1 < 3\sqrt{2} + 1$ أي $a < b$

لنا و $\begin{cases} a > 1 \\ a < b \end{cases}$ يعني $\mathbf{1 < a < b}$

التمرين عــ2ــــدد (2002)

1) أ - $(2\sqrt{2})^2 = 8$ و $3^2 = 9$ و $8 < 9$

إذن $(2\sqrt{2})^2 < 3^2$ و لنا $2\sqrt{2}$ و 3 موجبان فإن $\mathbf{2\sqrt{2} < 3}$

ب - بما أن $2\sqrt{2} < 3$ فإن $2\sqrt{2} - 3 < 0$ أي $2\sqrt{2} - 3$ عدد سالب

و بالتالي $a = |2\sqrt{2} - 3|$

$= -(2\sqrt{2} - 3)$

$= -2\sqrt{2} + 3$

$= 3 - 2\sqrt{2}$ إذن $\mathbf{a = 3 - 2\sqrt{2}}$

2) $b = \sqrt{2}(\sqrt{2} - 1) + \sqrt{18} + 1$

$= 2 - \sqrt{2} + \sqrt{9 \times 2} + 1$

$= 2 + 1 - \sqrt{2} + 3\sqrt{2}$

$= 3+2\sqrt{2}$ إذن $b = 3+2\sqrt{2}$

3) أ- $ab = (3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})$

$= 3^2 - (2\sqrt{2})^2$

$= 9-8 = 1$ إذن $ab = 1$

بما أن $ab = 1$ فإن a و b مقلوبان و بالتالي a هو مقلوب b

ب- بما أن a هو مقلوب b فإن $\frac{1}{a} = b$ و $\frac{1}{b} = a$

و بالتالي $\frac{1}{a}+\frac{1}{b} = b+a$

$= (3+2\sqrt{2}) + (3-2\sqrt{2})$

$= 3+2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}$

$= 6$ إذن $\frac{1}{a}+\frac{1}{b} = 6$

و بما أن 6 عدد صحيح طبيعي فإن $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ عدد صحيح طبيعي

التمرين عـــ3ـــدد (2003)

1) أ- $a = \sqrt{125} - \sqrt{20} - 1$

$= \sqrt{25\times 5} - \sqrt{4\times 5} - 1$

$= 5\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 1$

$= 3\sqrt{5} - 1$ إذن $a = 3\sqrt{5} - 1$

ب- $(3\sqrt{5})^2 = 45$ و $1^2 = 1$ و $1 < 45$

إذن $1^2 < (3\sqrt{5})^2$ و لنا $3\sqrt{5}$ و 1 موجبان فإن $1 < 3\sqrt{5}$

و بالتالي $3\sqrt{5} - 1 > 0$ و منه $3\sqrt{5} - 1$ عدد موجب أي أن a عدد موجب

2) $ab = (3\sqrt{5}-1)(6+4\sqrt{5})$

$= 3\sqrt{5}\times 6 - 1\times 6 + 3\sqrt{5}\times 4\sqrt{5} - 1\times 4\sqrt{5}$

$= 18\sqrt{5} - 6 + 60 - 4\sqrt{5}$

$= 14\sqrt{5} + 54$ إذن $ab = 14\sqrt{5} + 54$

ب -
$$(b-a)^2 = \left[(6+4\sqrt{5}) - (3\sqrt{5}-1)\right]^2$$
$$= \left[6+4\sqrt{5}-3\sqrt{5}+1\right]^2$$
$$= (7+\sqrt{5})^2$$
$$= 7^2 + 2\times 7\times\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2$$
$$= 49 + 14\sqrt{5} + 5$$
$$= 54 + 14\sqrt{5}$$

إذن $(b-a)^2 = 54 + 14\sqrt{5}$

لدينا $\begin{cases} ab = 14\sqrt{5} + 54 \\ (b-a)^2 = 54 + 14\sqrt{5} \end{cases}$ و إذن $\boldsymbol{(b-a)^2 = ab}$

ج -
$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b}{ab} - \frac{a}{ab}$$
$$= \frac{b-a}{ab}$$
$$= \frac{b-a}{(b-a)^2}$$
$$= \frac{(b-a)}{(b-a)(b-a)}$$
$$= \frac{1}{b-a}$$

إذن $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{b-a}$

التمرين عــــ4ـــدد (2004)

1)

أ -
$$a = \sqrt{9} + \sqrt{98} - \sqrt{50}$$
$$= 3 + \sqrt{49\times 2} - \sqrt{25\times 2}$$
$$= 3 + 7\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$$
$$= 3 + 2\sqrt{2}$$

إذن $\boldsymbol{a = 3 + 2\sqrt{2}}$

ب -
$$a - 5 = (3+2\sqrt{2}) - 5$$
$$= 3 + 2\sqrt{2} - 5$$
$$= 2\sqrt{2} - 2$$
$$= 2\sqrt{2} - 2\times 1$$
$$= 2(\sqrt{2}-1)$$

إذن $\boldsymbol{a - 5 = 2(\sqrt{2}-1)}$

ج - بما أن $\sqrt{2} > 1$ ($\sqrt{2} = 1,\ldots\ldots\ldots$) فإن $\sqrt{2} - 1 > 0$ و 2 عدد موجب قطعا

و بالتالي $2(\sqrt{2}-1) > 0$ و منه $a - 5 > 0$ يعني $a > 5$

2) أ- $\left(1+\sqrt{2}\right)^2 = 1+2\sqrt{2}+2$

$= 3+2\sqrt{2} = a$ إذن $a = \left(1+\sqrt{2}\right)^2$

ب- بما أن $a > 5$ فإن $\left(1+\sqrt{2}\right)^2 > 5$ أي $\left(1+\sqrt{2}\right)^2 > \left(\sqrt{5}\right)^2$

و لنا $1+\sqrt{2}$ و $\sqrt{5}$ موجبان إذن $1+\sqrt{2} > \sqrt{5}$

التمرين عــ5ـــدد (2005)

1) أ- $a = 3+\sqrt{162}-10\sqrt{2}$

$= 3+\sqrt{81\times 2}-10\sqrt{2}$

$= 3+9\sqrt{2}-10\sqrt{2}$

$= 3+(9-10)\sqrt{2}$

$= 3-\sqrt{2}$ إذن $a = 3-\sqrt{2}$

ب- بما أن $\left(\sqrt{2}\right)^2 = 2$ و $3^2 = 9$ و $2 < 9$

فإن $\left(\sqrt{2}\right)^2 < 3^2$ و لنا $\sqrt{2}$ و 3 موجبان إذن $\sqrt{2} < 3$

و بالتالي $3-\sqrt{2} > 0$ و منه a عدد موجب قطعا

ج- $b = \left(1+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)+1$

$= 2+2\sqrt{3}-\sqrt{3}-3+1$

$= \sqrt{3}$ إذن $b = \sqrt{3}$

2) أ- $a^2-b^2 = \left(3-\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2$

$= 3^2-2\times 3\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2-3$

$= 9-6\sqrt{2}+2-3$

$= 8-6\sqrt{2}$

$= 2\times 4-2\times 3\sqrt{2}$

$= 2\left(4-3\sqrt{2}\right)$ إذن $a^2-b^2 = 2\left(4-3\sqrt{2}\right)$

ب- $\left(3\sqrt{2}\right)^2 = 18$ و $4^2 = 16$ و $16 < 18$

إذن $\left(3\sqrt{2}\right)^2 > 4^2$ و لنا $3\sqrt{2}$ و 4 موجبان فإن $4 < 3\sqrt{2}$

ج - بما أن $3\sqrt{2} > 4$ فإن $4 - 3\sqrt{2} < 0$ و 2 عدد موجب قطعا فإن $2\left(4 - 3\sqrt{2}\right) < 0$

و منه $a^2 - b^2 < 0$ يعني $a^2 < b^2$ و بما أن a و b موجبان فإن $a < b$

التمرين عـــ6ـــدد (2006)

1) $a = 2\sqrt{75} - 4\sqrt{12}$

$= 2\sqrt{25 \times 3} - 4\sqrt{4 \times 3}$

$= 2 \times 5\sqrt{3} - 4 \times 2\sqrt{3}$

$= (10 - 8)\sqrt{3}$

$= 2\sqrt{3}$ إذن $a = 2\sqrt{3}$

2) أ- $a - b = 2\sqrt{3} - \left(2 + \sqrt{3}\right) = 2\sqrt{3} - 2 - \sqrt{3} = \sqrt{3} - 2$

بما أن $\sqrt{3} < 2$ ($\sqrt{3} = 1,\dots\dots\dots$) فإن $\sqrt{3} - 2 < 0$

و بالتالي $a - b < 0$ يعني $a < b$

ب- $\left(2 - \sqrt{3}\right)b = \left(2 - \sqrt{3}\right)\left(2 + \sqrt{3}\right)$

$= 2^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2$

$= 4 - 3$

$= 1$

بما أن $\left(2 - \sqrt{3}\right)b = 1$ فإن $2 - \sqrt{3}$ و b عددان مقلوبان و منه $2 - \sqrt{3}$ هو مقلوب b

ج - لدينا $a < b$ و a و b لهما نفس العلامة (موجبان) إذن $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

و لنا $2 - \sqrt{3}$ هو مقلوب b أي $\frac{1}{b} = 2 - \sqrt{3}$ و $\frac{1}{a} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

إذن $\frac{1}{2\sqrt{3}} > 2 - \sqrt{3}$ يعني $2 - \sqrt{3} < \frac{1}{2\sqrt{3}}$

التمرين عـــ7ـــدد (2007)

1) أ- $a = \sqrt{50} - \sqrt{8}\left(\sqrt{2} + 1\right)$

$= \sqrt{25 \times 2} - \sqrt{4 \times 2}\left(\sqrt{2} + 1\right)$

$= 5\sqrt{2} - 2 \times \sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)$

$= 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} - 2\sqrt{2} \times 1$

$= 5\sqrt{2} - 4 - 2\sqrt{2}$

$= (5 - 2)\sqrt{2} - 4$

$= 3\sqrt{2} - 4$ إذن $\boldsymbol{a = 3\sqrt{2} - 4}$

ب- بما أن $(3\sqrt{2})^2 = 18$ و $4^2 = 16$ و $16 < 18$

فإن $4^2 < (3\sqrt{2})^2$ و لذا $3\sqrt{2}$ و 4 موجبان إذن $\boldsymbol{4 < 3\sqrt{2}}$

بما أن $4 < 3\sqrt{2}$ فإن $3\sqrt{2} - 4 > 0$ و بالتالي a **عدد موجب قطعا**

2) أ- $x - y = \frac{7}{\sqrt{2}+1} - \frac{1}{\sqrt{2}-1}$

$$= \frac{7(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} - \frac{\sqrt{2} + 1}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)}$$

$$= \frac{7(\sqrt{2} - 1) - (\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)}$$

$$= \frac{7\sqrt{2} - 7 - \sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2})^2 - 1^2}$$

$$= \frac{6\sqrt{2} - 8}{2 - 1}$$

$$= \frac{2 \times 3\sqrt{2} - 2 \times 4}{1}$$

$$= 2(3\sqrt{2} - 4)$$

$= 2a$ إذن $\boldsymbol{x - y = 2a}$

ب- بما أن $x - y = 2a$ و a عدد موجب قطعا و 2 عدد موجب قطعا

فإن $x - y > 0$ يعني $\boldsymbol{x > y}$

التمرين عـــ8ـــدد (2008)

1) أ- $a = 2\sqrt{5}(\sqrt{5} - 1) - 4$

$= 2\sqrt{5} \times \sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 4$

$= 10 - 2\sqrt{5} - 4$

$= 6 - 2\sqrt{5}$ إذن $\boldsymbol{a = 6 - 2\sqrt{5}}$

ب- بما أن $20 = \left(2\sqrt{5}\right)^2$ و $6^2 = 36$ و $20 < 36$

فإن $6^2 > \left(2\sqrt{5}\right)^2$ و لنا $2\sqrt{5}$ و 6 موجبان إذن $\boldsymbol{2\sqrt{5} < 6}$

ج- بما أن $2\sqrt{5} < 6$ أي $6 > 2\sqrt{5}$ فإن $6 - 2\sqrt{5} > 0$ و بالتالي a **عدد موجب قطعا**

2) $\left(\sqrt{5} - 1\right)^2 = 5 - 2\sqrt{5} + 1$

$= 6 - 2\sqrt{5}$

$= a$ إذن $\boldsymbol{a = \left(\sqrt{5} - 1\right)^2}$

3) أ- $b = \sqrt{49 \times 5} - \sqrt{9 \times 5}$

$= 7\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$

$= (7 - 3)\sqrt{5}$

$=$ إذن $\boldsymbol{b = 4\sqrt{5}}$

$4\sqrt{5}$

ب- $\frac{b-a}{\sqrt{5}-1} = \frac{4\sqrt{5}-(6-2\sqrt{5})}{\sqrt{5}-1}$

$= \frac{4\sqrt{5} - 6 + 2\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1}$

$= \frac{6\sqrt{5} - 6}{\sqrt{5} - 1} = \frac{6\left(\sqrt{5} - 1\right)}{\sqrt{5} - 1} = 6$

إذن $\frac{b-a}{\sqrt{5}-1} = 6$ و بالتالي $\frac{b-a}{\sqrt{5}-1}$ **عدد صحيح طبيعي**

التمرين عـــــدد (2009)

1) أ- $a = 5\sqrt{2} - 7$

بما أن $\left(5\sqrt{2}\right)^2 = 50$ و $7^2 = 49$ و $49 < 50$

فإن $\left(5\sqrt{2}\right)^2 > 7^2$ و لنا $5\sqrt{25}$ و 7 موجبان إذن $\boldsymbol{5\sqrt{2} > 7}$

ب- بما أن $5\sqrt{2} > 7$ فإن $5\sqrt{2} - 7 > 0$ و بالتالي a **عدد موجب قطعا**

2) أ-
$$b = \sqrt{200} - \sqrt{50} + \sqrt{49}$$
$$= \sqrt{100 \times 2} - \sqrt{25 \times 2} + 7$$
$$= 10\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 7$$
$$= 5\sqrt{2} + 7$$
إذن **$b = 5\sqrt{2} + 7$**

ب-
$$ab = (5\sqrt{2} - 7)(5\sqrt{2} + 7)$$
$$= (5\sqrt{2})^2 - 7^2$$
$$= 50 - 49$$
$$= 1$$
بما أن $ab = 1$ فإن a و b مقلوبان و بالتالي **b هو مقلوب a**

ج-
$$[b(a-1) - 1] + b = ba - b - 1 + b$$
$$= 1 - b - 1 + b$$
$$= 0$$
بما أن $[b(a-1) - 1] + b = 0$ فإن **b و $b(a-1) - 1$ عددان متقابلان**

التمرين عـــ10ــــدد (2010)

1)

$A = 1 + \sqrt{2}(2 + \sqrt{2})$ $= 1 + 2\sqrt{2} + \sqrt{2} \times \sqrt{2}$ $= 1 + 2\sqrt{2} + 2$ $= 3 + 2\sqrt{2}$ إذن $\underline{a = 3 + 2\sqrt{2}}$	$B = 3 + \sqrt{32} - 3\sqrt{8}$ $= 3 + \sqrt{16 \times 2} - 3\sqrt{4 \times 2}$ $= 3 + 4\sqrt{2} - 3 \times 2\sqrt{2}$ $= 3 + 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$ $= 3 - 2\sqrt{2}$ إذن **$b = 3 - 2\sqrt{2}$**

$$AB = (3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2}) = 3^2 - (2\sqrt{2})^2 = 9 - 8 = 1$$

ب- بما أن $AB = 1$ فإن A و B مقلوبان و بالتالي **B هو مقلوب A**

ج- بما أن B هو مقلوب A فإن A و B مخالفان لصفر و لهما نفس العلامة

و لنا $A = 1 + \sqrt{2}(2 + \sqrt{2})$ عدد موجب قطعا إذن B أيضا عدد موجب قطعا