MATH school

# الأعداد الكسرية

# النسبية

Karim Ben Abdallah Tél : 55 304 270 Notre page sur facebook : MATH school

ℕ : الأعداد الصحيحة الطبيعية

ℤ : الأعداد الصحيحة النسبية (+ , −)

𝔻 : الأعداد العشرية النسبية (+ , −)

ℚ : الأعداد الكسرية النسبية (+ , −)

عدد عشري $\in \mathbb{D}$

$$\frac{a}{10^n}$$

$$\frac{7}{5} = \frac{7\times 2}{5\times 2} = \frac{14}{10} = \frac{14}{10^1}$$

$$= \frac{a}{10^n}$$

$$\frac{7}{5} \in \mathbb{D}$$

لتكن $\frac{a}{b}$ كتابة مختزلة إلى أقصى حدّ لعدد كسري.

يكون هذا العدد الكسريّ عددا عشريّا إذا كانت القواسم الأوليّة للمقام b هي 2 أو 5 أو 2 و5.

الاختزال لأقصى حدّ $\frac{a}{b}$

b ← 2 أو 5 أو 2 و5

ما هي الأعداد العشريّة من بين الأعداد التّالية : $\frac{15}{60}$ ، $\frac{8}{44}$ ، $\frac{10}{14}$ ، $\frac{3}{5}$ ، $\frac{51}{6}$ ، $\frac{12}{8}$ ؟

$\frac{21}{24}$

$\frac{21 : 3}{24 : 3} = \frac{7}{8} = \frac{7}{2^3}$

بما أنّ المقام يحتوي على 2 فقط

بالتالي

$\frac{21}{24}$ عدد عشري

$\frac{7 \times 5^3}{2^3 \times 5^3} = \frac{7 \times 125}{10^3}$

$= \frac{875}{10^3}$

$\frac{a}{10^n}$

لتكن $\frac{a}{b}$ كتابة مختزلة إلى أقصى حدّ لعدد كسري.

يكون هذا العدد الكسريّ عددا عشريّا إذا كانت القواسم الأوليّة للمقام b هي 2 أو 5 أو 2 و5.

$\frac{a}{b}$ الاختزال لأقصى حدّ

b ← 2 أو 5 أو 2 و5

ما هي الأعداد العشريّة من بين الأعداد التّالية : $\frac{15}{60}$ ، $\frac{8}{44}$ ، $\frac{10}{14}$ ، $\frac{3}{5}$ ، $\frac{51}{6}$ ، $\frac{12}{8}$ ؟

$\frac{15}{60}$

$\frac{15 : 15}{60 : 15} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$

بما أنّ المقام يحتوي على 2 فقط

بالتالي $\frac{15}{60}$ عدد عشري

$\frac{a}{10^n}$

$\frac{1 \times 5^2}{2^2 \times 5^2} = \frac{25}{10^2}$

لتكن $\frac{a}{b}$ كتابة مختزلة إلى أقصى حدّ لعدد كسري.

يكون هذا العدد الكسريّ عددا عشريّا إذا كانت القواسم الأوليّة للمقام b هي 2 أو 5 أو 2 و5.

$\frac{a}{b}$ الاختزال لأقصى حدّ

b ← 2 أو 5 أو 2 و5

ما هي الأعداد العشريّة من بين الأعداد التّالية : $\frac{15}{60}$ ، $\frac{8}{44}$ ، $\frac{10}{14}$ ، $\frac{3}{5}$ ، $\frac{51}{6}$ ، $\frac{12}{8}$ ؟

$\frac{8}{44}$

$\frac{8 \div 4}{44 \div 4} = \frac{2}{11}$

بما أنّ المقام 11 مخالف لـ 2 و5

بالتالي

$\frac{8}{44}$ ليس عدد عشري

$\frac{a}{10^n}$

لتكن $\frac{a}{b}$ كتابة مختزلة إلى أقصى حدّ لعدد كسري.

يكون هذا العدد الكسريّ عددا عشريّا إذا كانت القواسم الأوليّة للمقام b هي 2 أو 5 أو 2 و5.

$\frac{a}{b}$ الاختزال لأقصى حدّ

b ← 2 ، 5 ، 5 و 2

ما هي الأعداد العشريّة من بين الأعداد التّالية : $\frac{15}{60}$ ، $\frac{8}{44}$ ، $\frac{10}{14}$ ، $\frac{3}{5}$ ، $\frac{51}{6}$ ، $\frac{12}{8}$ ؟

$\frac{10}{14}$

$\frac{10 : 2}{14 : 2} = \frac{5}{7}$

المقام 7 مخالف لـ 2 و5

بالتالي

$\frac{10}{14}$ ليس عدد عشري

$\frac{a}{10^n}$

مهما يكن العددان الصّحيحان الطّبيعيّان a و b حيث $b \neq 0$ فإنّ :

$$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b} \quad \text{و} \quad \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

إذا كان $\frac{a}{b}$ عددا كسريّا موجبا فإنّه يكتب أيضا $+\frac{a}{b}$

$$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$

$$(-a) \times (-b) = a \times b$$

$$\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$$

$$(-a) \times b = -a \times b$$

$$\frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

$$a \times (-b) = -a \times b$$

✓ $\frac{18}{3} \longrightarrow 6 \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}$

✓ $\frac{6}{5} \in \mathbb{D}, \mathbb{Q}$

✓ $\frac{24}{3} = 8 \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}$

✓ $\frac{18}{5} \longrightarrow$ مختزل لا مقى حدّ $\in \mathbb{D}, \mathbb{Q}$

✓ $\frac{64}{8} = 8 \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}$

✓ $-\frac{15}{24} \longrightarrow \frac{-15:3}{24:3} = -\frac{5}{8} = -\frac{5}{2^3} \in \mathbb{D}, \mathbb{Q}$

✓ $-\frac{6}{9} \longrightarrow \frac{-6:3}{9:3} = -\frac{2}{3} \notin \mathbb{D}, \in \mathbb{Q}$

✓ $-\frac{35}{42} \longrightarrow \frac{-35:7}{42:7} = -\frac{5}{6} = -\frac{5}{2\times 3} \notin \mathbb{D}, \in \mathbb{Q}$

✓ $-\frac{21}{120} \longrightarrow \frac{-21:3}{120:3} = -\frac{7}{40} = \frac{-7}{2^3 \times 5^1} \in \mathbb{D}, \in \mathbb{Q}$

$$A = \left\{ -\frac{3}{4} \; ; \; \frac{196}{49} \; ; \; -\frac{2}{7} \; ; \; \frac{63}{180} \; ; \; -2{,}1 \; ; \; -\frac{84}{28} \right\}$$

✓ $-\frac{3}{4} = -\frac{3}{2^2} \in \mathbb{D} \in \mathbb{Q}$

✓ $\frac{196}{49} = 4 \in \mathbb{N} \mathbb{Z} \mathbb{D} \mathbb{Q}$

✓ $-\frac{2}{7} \in \mathbb{Q}$

✓ $\frac{63:9}{180:9} = \frac{7}{20} = \frac{7}{2^2 \times 5} \in \mathbb{D} \in \mathbb{Q}$

✓ $-2{,}1 \in \mathbb{D} \in \mathbb{Q}$

✓ $-\frac{84}{28} = -3 \in \mathbb{Z} \mathbb{D} \mathbb{Q}$

✓ $-\frac{3}{5} \in \mathbb{D} \mathbb{Q}$

✓ $2{,}65 \in \mathbb{D} \in \mathbb{Q}$

✓ $0 \in \mathbb{N} \mathbb{Z} \mathbb{D} \mathbb{Q}$

$$\left\{ -\frac{3}{5} \; ; \; 2{,}65 \; ; \; 0 \; ; \; \frac{8}{3} \; ; \; 1 \; ; \; -\frac{35}{14} \right\}$$

$$\left\{ \frac{7}{3} \; ; \; \left|\frac{-8}{3}\right| \; ; \; -1 \; ; \; -\frac{5}{2} \; ; \; \frac{1}{5} \right\}$$

✓ $\frac{8}{3} \in \mathbb{Q}$

✓ $1 \in \mathbb{N} \mathbb{Z} \mathbb{D} \mathbb{Q}$

✓ $\frac{-35:7}{14:7} = -\frac{5}{2} \in \mathbb{D} \mathbb{Q}$

✓ $\frac{7}{3} \in \mathbb{Q}$

✓ $\left|-\frac{8}{3}\right| = \frac{8}{3} \in \mathbb{Q}$

✓ $-1 \in \mathbb{Z} \mathbb{D} \mathbb{Q}$

✓ $-\frac{5}{2} \in \mathbb{D} \mathbb{Q}$

✓ $\frac{1}{5} \in \mathbb{D} \mathbb{Q}$

-20

$\left\{2009;-\frac{5}{3};0,14;-\frac{260}{13};-\frac{19}{5};67;-\frac{70}{112}\right\}$

N Q Q Q N Q Q

$-\frac{70:2}{112:2}=-\frac{35:7}{56:7}=\frac{-5}{8}$

$-\frac{5}{8}=-\frac{5}{2^3}$

$\left\{0;-\frac{13}{4};-9;1,8;\frac{9}{5};5\right\}$

N Q Q Q Q N

$\{0;-7;-3;1,8;5;19\}$

N N Q Q Q Q N N

$\left\{0;-8;\frac{9}{5};\frac{5}{3};\frac{17}{8};-5,9\right\}$

N Q Q Q Q Q

ℕ ⊂ ℤ ⊂ ℚ

لتكن المجموعتان التاليتان :

$$A = \left\{ -\frac{3}{5} ;\ 2{,}65 ;\ 0 ;\ \frac{8}{3} ;\ 1 ;\ -\frac{35}{14} \right\}$$

و $B = \left\{ \frac{7}{3} ;\ \left|\frac{-8}{3}\right| ;\ -1 ;\ -\frac{5}{2} ;\ \frac{1}{5} \right\}$ .

1) أكمل بإحدى العبارات التالية : $\in$ ، $\notin$ ، $\subset$ ، $\not\subset$ .

$-\frac{5}{2}$ ____ $A$ ، $-\frac{8}{3}$ ____ $B$ ، $A$ ____ $\mathbb{D}$ ، $B$ ____ $\mathbb{Q}$ .

2) جد عناصر المجموعات التالية : $A \cap B$ ، $A \cup B$ ، $A \cap \mathbb{D}$ ، $B \cap \mathbb{Q}$ .

$A = \left\{ -\frac{3}{5} ; 2{,}65 ; 0 ; \frac{8}{3} ; 1 ; -\frac{35}{14} \right\}$ ($-\frac{5}{2}$)

$\mathbb{D}$ $\mathbb{D}$ $\mathbb{Q}$ $\mathbb{Q}$ $\mathbb{N}$ $\mathbb{N}$

$\mathbb{Q}$ $\mathbb{Q}$ $\mathbb{D}$ $\mathbb{D}$ $\mathbb{D}$ $\mathbb{Q}$

$B = \left\{ \frac{7}{3} ; \left|-\frac{8}{3}\right| ; -1 ; -\frac{5}{2} ; \frac{1}{5} \right\}$ ($\frac{8}{3}$)

$\mathbb{Q}$ $\mathbb{Q}$ $\mathbb{Z}$ $\mathbb{D}$ $\mathbb{D}$

$\mathbb{Q}$ $\mathbb{Q}$ $\mathbb{Q}$

- ✓ $-\frac{5}{2} \in A$
- ✓ $-\frac{8}{3} \notin B$
- ✓ $A \not\subset \mathbb{D}$
- ✓ $B \subset \mathbb{Q}$

- ✓ $A \cap B = \left\{ \frac{8}{3} ; -\frac{5}{2} \right\}$
- ✓ $A \cap \mathbb{D} = \left\{ -\frac{3}{5} ; 2{,}65 ; 0 ; 1 ; -\frac{35}{14} \right\}$

1) نعتبر المجموعة التالية: $E=\left\{2009;-\frac{5}{3};0,14;-\frac{260}{13};-\frac{19}{5};67;-\frac{70}{112}\right\}$

أ- اختزل ،عند الاقتضاء، عناصر المجموعة E إلى أقصى حدّ.

ب- حدّد عناصر كلّ من المجموعات التالية: $E\cap\mathbb{N}$ و $E\cap\mathbb{Z}$ و $E\cap\mathbb{D}$ و $E\cap\mathbb{Q}_+$

$E=\left\{2009;-\frac{5}{3};0,14;-\frac{260}{13};-\frac{19}{5};67;-\frac{70}{112}\right\}$

$2009\in\mathbb{N}\subset\mathbb{D}\subset\mathbb{Q}$ ; $-\frac{5}{3}\in\mathbb{Q}$ ; $0,14\in\mathbb{D}\subset\mathbb{Q}$ ; $-\frac{260}{13}=-20\in\mathbb{N}\subset\mathbb{D}\subset\mathbb{Q}$ ; $-\frac{19}{5}\in\mathbb{Q}$ ; $67\in\mathbb{N}\subset\mathbb{D}\subset\mathbb{Q}$ ; $-\frac{70}{112}=-\frac{5}{8}\in\mathbb{D}\subset\mathbb{Q}$

- ✓ $E\cap\mathbb{N}=\{2009;67\}$
- ✓ $E\cap\mathbb{Z}=\{2009;-\frac{260}{13};67\}$
- ✓ $E\cap\mathbb{D}=\{2009;0,14;-\frac{260}{13};-\frac{19}{5};67;-\frac{70}{112}\}$
- ✓ $E\cap\mathbb{Q}_+=\{2009;0,14;67\}$

نعتبر المجموعات التالية

$$G=\left\{0\ ;-1\ ;-\frac{15}{3}\ ;4\right\}\ ;\ F=\left\{0\ ;\ -4\ ;\ 1\ ;-5\ ;-\frac{15}{5}\right\}\ E:\left\{0\ ;\ -3\ ;\ \frac{15}{2}\ ;-\frac{12}{3}\ ;1\right\}$$

جد المجموعات التالية:

$\mathbb{Z}\cap E\ ;\ F\cap G\ ;\ E\cap F\ ;\ E\cup G\ ;\ E\cup F\ ;\ E\cap\mathbb{Z}_-\ ;\ \mathbb{Z}\cup F\ ;\ G\cap\mathbb{Z}_+\ ;\ \mathbb{N}\cap F$

$E=\{0;-3;\frac{15}{2};-\frac{12}{3};1\}$

$\mathbb{N}\subset\mathbb{Q}$ $\quad\mathbb{Z}\subset\mathbb{Q}$ $\quad\mathbb{D}\subset\mathbb{Q}$ $\quad -4\in\mathbb{Z}\subset\mathbb{Q}$ $\quad\mathbb{N}\subset\mathbb{Q}$

$F=\{0;-4;1;-5;-\frac{15}{5}\}$

$\mathbb{N}\subset\mathbb{Q}$ $\quad\mathbb{Z}\subset\mathbb{Q}$ $\quad\mathbb{N}\subset\mathbb{Q}$ $\quad\mathbb{Z}\subset\mathbb{Q}$ $\quad -3\in\mathbb{N}\subset\mathbb{Q}$

$G=\{0;-1;-\frac{15}{3};4\}$

$\mathbb{N}\subset\mathbb{Q}$ $\quad\mathbb{Z}\subset\mathbb{Q}$ $\quad -5\in\mathbb{Z}\subset\mathbb{Q}$ $\quad\mathbb{N}\subset\mathbb{Q}$

- ✓ $\mathbb{N}\cap F=\{0;1\}$
- ✓ $G\cap\mathbb{Z}_+=\{0;4\}$
- ✓ $E\cap\mathbb{Z}_-=\{0;-3;-\frac{12}{3}\}$
- ✓ $E\cap F=\{0;-3;-4;1\}$
- ✓ $F\cap G=\{0;-5\}$
- ✓ $\mathbb{Z}\cap E=\{0;-3;-\frac{12}{3};1\}$

نعتبر المجموعة : $E = \left\{-5 ; \frac{11}{3} ; 0 ; \frac{6}{3} ; -\frac{7}{2} ; -\frac{1}{8}\right\}$

أوجد المجموعات التالية : $E \cap \mathbb{Q}^*$ ; $E \cap \mathbb{Z}$ ; $E \cap \mathbb{N}$ ; $E \cap \mathbb{D}$

$E = \left\{-5 ; \frac{11}{3} ; 0 ; \frac{6}{3} ; -\frac{7}{2} ; -\frac{1}{8}\right\}$

$-5 \in \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

$\frac{11}{3} \in \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

$0 \in \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

$\frac{6}{3} = 2 \in \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

$-\frac{7}{2} \in \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

$-\frac{1}{8} \in \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

✓ $E \cap \mathbb{Q}^* = \left\{-5 ; \frac{11}{3} ; \frac{6}{3} ; -\frac{7}{2} ; -\frac{1}{8}\right\}$

✓ $E \cap \mathbb{N} = \left\{0 ; \frac{6}{3}\right\}$

✓ $E \cap \mathbb{Z} = \left\{-5 ; 0 ; \frac{6}{3}\right\}$

✓ $E \cap \mathbb{D} = \left\{-5 ; 0 ; \frac{6}{3} ; -\frac{7}{2} ; -\frac{1}{8}\right\}$

1) نعتبر المجموعة : $C = \left\{-3 ; \frac{15}{4} ; 0 ; -\frac{5}{9} ; -\frac{8}{2}\right\}$ .

أوجد المجموعات التالية : $C \cap \mathbb{Z}$ ; $C \cap \mathbb{Q}_+$ ; $C \cap \mathbb{Z}^*$ ; $C \cap \mathbb{D}$

2) أتمم معللا جوابك بـ $\subset$ أو $\not\subset$ : $\left\{\frac{13}{7} ; -1 ; 0 ; \frac{4}{3}\right\} \ldots \mathbb{Q}^*$ : $\left\{-\frac{28}{35} ; \frac{13}{12}\right\} \ldots \mathbb{D}$

$C = \left\{-3 ; \frac{15}{4} ; 0 ; -\frac{5}{9} ; -\frac{8}{2}\right\}$

$-3 \in \mathbb{Z}$ $\quad \frac{15}{4} \in \mathbb{D}$ $\quad 0 \in \mathbb{N}$ $\quad -\frac{5}{9} \in \mathbb{Q}$ $\quad -4 \in \mathbb{Z}$

✓ $C \cap \mathbb{D} = \left\{-3 ; \frac{15}{4} ; 0 ; -\frac{8}{2}\right\}$

✓ $C \cap \mathbb{Z}^* = \left\{-3 ; -\frac{8}{2}\right\}$

✓ $C \cap \mathbb{Q}_+ = \left\{\frac{15}{4} ; 0\right\}$

✓ $C \cap \mathbb{Z} = \left\{-3 ; 0 ; -\frac{8}{2}\right\}$

✓ $\left\{\frac{13}{7} ; -1 ; 0 ; \frac{4}{3}\right\} \not\subset \mathbb{Q}^*$

✓ $\left\{-\frac{28}{35} ; \frac{13}{12}\right\} \not\subset \mathbb{D}$