السنة التاسعة أساسي — إمتحان تجريبي في الرياضيات — الأستاذ:شوقي الحاجي

الحصة:ساعتان — 2022/2023

تمرين عدد 1

اختر الاجابة الصحيحة في كل حالة

1. العدد $2121212121^2 + 4242424242^2$ يقبل القسمة على : أ- 8 ب- 12 ج- 15

2. من بين الأعداد $\frac{\sqrt{3}}{3}$ و $(\frac{3}{2})^{-2}$ و $\frac{1}{\sqrt{3}-2}$، الذي ينتمي للمجال $]-2\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}[$ هو

أ- $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ب- $(\frac{3}{2})^{-2}$ ج- $\frac{1}{\sqrt{3}-2}$.

3. إذا كان G مركز ثقل مثلث ABC فإنّ إحداثيات A في المعيّن (G,B,C) هي:

أ- $(\frac{-1}{2},\frac{1}{2})$ ب- $(-1,-1)$ ج- $(1,1)$.

تمرين عدد2

نعتبر العدد $b = 1 + 2\sqrt{2}$ و العددان الموجبان a و c حيث $a^2 = \frac{21}{4} + 3\sqrt{3}$ و $c^2 = \frac{7}{2} + 4\sqrt{3}$

1. بيّن أنّ $a = \sqrt{3} + \frac{3}{2}$

2. أ- أحسب b^2

ب- قارن بين $3\sqrt{3}$ و $4\sqrt{2}$ وأستنتج مقارنة بين a و b

ج- قارن a و c

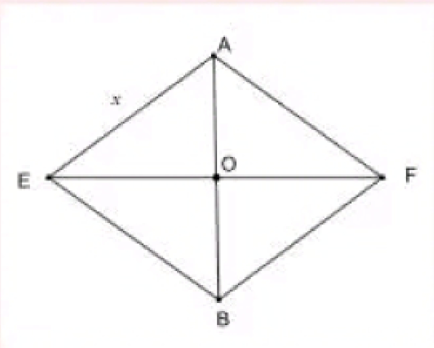
3. أ-بيّن أنّ $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{(a-b)^2}{ab} + 2$ ب- استنتج أنّ $(a+b)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}) > 4$

4. أ- بيّن أنّ $b < 4$ وأستنتج مقارنة b و $(a+b)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})$ ب- رتب a و b و c و $(a+b)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})$

تمرين عدد 3

وحدة القيس الطول هي الصنتمتر

في الرسم المقابل :



- AEF مثلث متقايس الضلعين قته الرئيسيّة A
- $EF = 4$ و $AE = x$ حيث $x > 2$
- O منتصف $[EF]$ و B مناظرة A بالنسبة إلى O
- S مساحة الرباعي $AEBF$

1. بيّن أنّ $AEBF$ معيّن

2. أكتب AO^2 بدلالة x وأستنتج أنّ $AB^2 = 4x^2 - 16$

3. بيّن أنّ $S^2 = 16(x^2 - 4)$

4. أ- بيّن أنّ $S = 4\sqrt{2}$ يعني $x^2 - 6 = 0$ ب- جد AE في حالة $S = 4\sqrt{2}$

تمرين عدد 4

وحدة قيس الطول هي الصنتمتر
ABC مثلث متقايس الاضلاع حيث $AB = 4$ و $[AH]$ ارتفاع له
المستقيم المار من A والعمودي على (AC) يقطع (BC) في E

1. أ- احسب AH

ب- بين أن B منتصف $[EC]$

ج- استنتج أن $AE = 4\sqrt{3}$

2. الدائرة ζ التي مركزها H و تمر من A تقطع (AE) في نقطة ثانية M و تقطع (AC) في في نقطة ثانية N

أ- بين أن H منتصف $[MN]$

ب- بين أن المثلث AMH متقايس الاضلاع واستنتج AM

3. المستقيم العمودي علي (MN) في H يقطع (AN) في I و يقطع (MA) في F

والمستقيم (MI) يقطع (FN) في O

أ-بين أن (MI) عمودي على (FN)

ب- استنتج أن $O \in \zeta$

ج- بين أن I مركز ثقل المثلث MNF

4. المستقيم العمودي على (BC) والمار من M يقطع (OH) في J

أ- بين أن $AMJH$ معين

ب- استنتج أن $J \in \zeta$

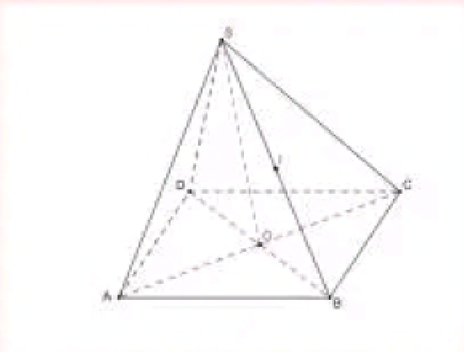
ج- بيّن أنّ A و B و J على إستقامة واحدة

تمرين عدد5

$SABCD$ هرم منتظم قاعدته المربع $ABCD$ الذي مركزه O حيث SAB متقايس الاضلاع و $OS = 4$

1. أ- بين أن $OA = \frac{\sqrt{2}}{2} SA$

ب - استنتج أن $SA = 4\sqrt{2}$



2. بين أن المثلث SBD قائم الزاوية في S

3. لتكن I منتصف $[SB]$ بين أن $(BS) \perp (OIC)$

4. أ- احسب OI و IC

ب- استنتج أن المثلث OIC قائم الزاوية في O

5. احسب حجم الهرم $BOIC$

(1)

إصلاح التمرين 1

1) ج) 15 :

$$2121212121^2 + 4242424242^2$$
$$= 2121212121^2 + (2\times 2121212121)^2$$
$$= 2121212121^2 + 4\times 2121212121^2$$
$$= 5\times 2121212121^2$$

يقبل القسمة على 5 و 3

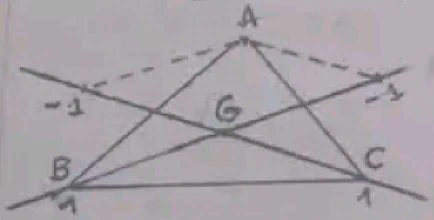
2) ب) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$: $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

$\left(\frac{\sqrt3}{3}\right)^2 = \frac{3}{9} = \frac{27}{81}$ و $\left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{16}{81}$

$\frac{\sqrt3}{3}$ و $\frac{4}{9}$ موجبان إذن $\frac{4}{9} < \frac{\sqrt3}{3}$ وبما أن $-2\sqrt3 \le \frac{4}{9}$

فإن $-2\sqrt3 \le \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} < \frac{\sqrt3}{3}$

3) ب) $(-1,-1)$



إصلاح التمرين 2

1) $\left(\sqrt3 + \frac{3}{2}\right)^2 = \sqrt3^2 + 2\times\sqrt3\times\frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2$

$$= 3 + 3\sqrt3 + \frac{9}{4} = \frac{21}{4} + 3\sqrt3 = a^2$$

إذن $\sqrt{a^2} = \sqrt{\left(\sqrt3+\frac{3}{2}\right)^2}$

إذن $|a| = \left|\sqrt3 + \frac{3}{2}\right| = \sqrt3 + \frac{3}{2}$

a موجب إذن $|a| = a$ وبالتالي $\boxed{a = \sqrt3 + \frac{3}{2}}$

2

إصلاح التمرين 2

2) أ) $b^2=(1+2\sqrt{2})^2=1^2+2\times1\times2\sqrt{2}+(2\sqrt{2})^2$

$=1+4\sqrt{2}+8=\boxed{9+4\sqrt{2}}$

ب) $3\sqrt{3}$ و $4\sqrt{2}$ موجبان

$(3\sqrt{3})^2=27$ و $(4\sqrt{2})^2=32$

$(3\sqrt{3})^2<(4\sqrt{2})^2$ إذن $3\sqrt{3}<4\sqrt{2}$

وبما أن $\frac{21}{4}<9$

فإن $\frac{21}{4}+3\sqrt{3}<9+4\sqrt{2}$ أي $a^2<b^2$

وبما أن a و b موجبان فإن $\boxed{a<b}$

ج) لدينا $a^2=\frac{21}{4}+3\sqrt{3}$ و $c^2=\frac{7}{2}+4\sqrt{3}$

$c^2-a^2=\left(\frac{7}{2}+4\sqrt{3}\right)-\left(\frac{21}{4}+3\sqrt{3}\right)$

$=\frac{14}{4}+4\sqrt{3}-\frac{21}{4}-3\sqrt{3}$

$=\sqrt{3}-\frac{7}{4}$

$\frac{7}{4}$ و $\sqrt{3}$ موجبان

$\left(\frac{7}{4}\right)^2=\frac{49}{16}$ و $\sqrt{3}^2=3=\frac{48}{16}$

إذن $\sqrt{3}^2<\left(\frac{7}{4}\right)^2$ إذن $\sqrt{3}<\frac{7}{4}$ إذن $\sqrt{3}-\frac{7}{4}<0$

إذن $c^2-a^2<0$ إذن $c^2<a^2$

وبما أن a و c موجبان فإن $\boxed{c<a}$

3

إصلاح التمرين 2

3) أ)
$$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{(a-b)^2+2ab}{ab}$$
$$=\frac{(a-b)^2}{ab}+\frac{2ab}{ab}=\frac{(a-b)^2}{ab}+2$$

ب)
$$(a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=a\times\frac{1}{a}+a\times\frac{1}{b}+b\times\frac{1}{a}+b\times\frac{1}{b}$$
$$=1+\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+1$$
$$=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2$$
$$=\frac{(a-b)^2}{ab}+2+2$$
$$=\frac{(a-b)^2}{ab}+4$$

لنا $a>0$ و $b>0$ إذن $\boxed{ab>0}$.

$(a-b)^2\geq 0$ و $a-b\neq 0$ لأن $a\neq b$

إذن $\boxed{(a-b)^2>0}$ إذن $\frac{(a-b)^2}{ab}>0$

إذن $\frac{(a-b)^2}{ab}+4>4$

و $\boxed{(a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)>4}$

(4)

إصلاح التمرين 2

3) ج) لنا $b = 1 + 2\sqrt{2}$

$b - 4 = 1 + 2\sqrt{2} - 4 = 2\sqrt{2} - 3$

$(2\sqrt{2})^2 = 8$ و $3^2 = 9$ إذن $(2\sqrt{2})^2 < 3^2$

وبما أن $2\sqrt{2}$ و 3 موجبان فإن $2\sqrt{2} < 3$

إذن $2\sqrt{2} - 3 < 0$ إذن $\boxed{b < 4}$

ونعلم أن $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) > 4$

إذن $\boxed{b < (a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)}$

وبالتالي $\boxed{c < a < b < (a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)}$

إصلاح التمرين 3

1) لنا B مناظرة A بالنسبة إلى O

إذن O منتصف [AB]

ولنا O منتصف [EF] إذن قطرا الرباعي

AEBF لهما نفس المنتصف

إذن هو متوازي الأضلاع

وبما أن AE = AF لأن المثلث AEF متقايس

الضلعين قمته الرئيسية A

فإن $\boxed{\text{AEBF معين}}$

إصلاح التمرين 3

2) $AEBF$ معين إذن القطران $[AB]$ و $[EF]$ متعامدان

إذن المثلث AOE قائم الزاوية في O

إذن حسب نظرية بيتاغور فإن

$AO^2 + EO^2 = AE^2$ إذن $AO^2 + \left(\frac{4}{2}\right)^2 = x^2$

إذن $AO^2 = x^2 - 2^2 = \boxed{x^2 - 4}$

$AB^2 = (2 \times AO)^2 = 4 \times AO^2 = 4(x^2 - 4)$

$= \boxed{4x^2 - 16}$

3) $AEBF$ معين قطراه $[AB]$ و $[EF]$.

إذن $S = \frac{AB \times EF}{2}$

إذن $S^2 = \left(\frac{AB \times EF}{2}\right)^2$

$= \frac{AB^2 \times EF^2}{4} = \frac{(4x^2 - 16) \times 4^2}{4}$

$= 4(4x^2 - 16) = \boxed{16(x^2 - 4)}$

4) أ) $S = 4\sqrt{2}$ و $4\sqrt{2}$ و S موجبان

يعني $S^2 = (4\sqrt{2})^2$ يعني $16(x^2 - 4) = 32$

يعني $16(x^2 - 4) - 32 = 0$ يعني $16(x^2 - 4 - 2) = 0$

يعني $16(x^2 - 6) = 0$ يعني $\boxed{x^2 - 6 = 0}$

⑥

إصلاح التمرين 3

4) ب) $S = 4\sqrt{2}$ يعني $x^2 - 6 = 0$

يعني $x^2 - \sqrt{6}^2 = 0$

يعني $(x+\sqrt{6})(x-\sqrt{6}) = 0$

يعني $x - \sqrt{6} = 0$ أو $x + \sqrt{6} = 0$

يعني $x = \sqrt{6}$ أو $x = -\sqrt{6}$

وبما أن $x > 2$ فإن $x = \sqrt{6}$ أي $\boxed{AE = \sqrt{6}}$

إصلاح التمرين 4

1) أ) المثلث ABC متقايس الأضلاع

و[AH] ارتفاع له إذن $AH = AB \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{2\sqrt{3}}$

ب) المثلث ABC متقايس الأضلاع

إذن $B\hat{A}C = 60°$ إذن $B\hat{A}E = C\hat{A}E - B\hat{A}C$

$= 90° - 60° = \boxed{30°}$

و

$A\hat{E}B = 180° - (B\hat{C}A + C\hat{A}E)$

$= 180° - (60° + 90°) = 180° - 150° = \boxed{30°}$

$B\hat{A}E = A\hat{E}B$ إذن المثلث ABE متقايس الضلعين

قمته الرئيسية B إذن $\boxed{BE = BA}$

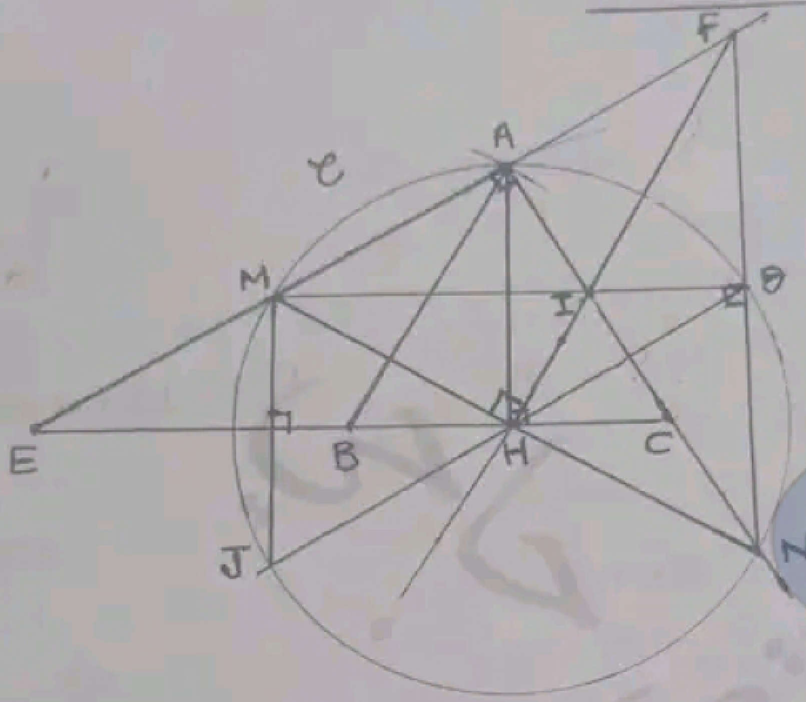
ولنا $\boxed{BC = BA}$ لأن المثلث ABC متقايس الأضلاع

إذن $BE = BC$ وبما أن B وE وC على استقامة واحدة

فإن $\boxed{B \text{ منتصف } [EC]}$

(7)

إصلاح التمرين 4



1) ج) B منتصف [EC] إذن $EC = 2 \times BC = 2 \times 4 = 8$

المثلث ACE قائم الزاوية في A

إذن حسب نظرية بيتاغور فإن

$AE^2 + AC^2 = BC^2$ إذن $AE^2 + 4^2 = 8^2$

إذن $AE^2 = 64 - 16 = 48$ وبالتالي $AE = \sqrt{48}$

$= \sqrt{16} \times \sqrt{3} = \boxed{4\sqrt{3}}$

2) أ) لنا MAN مثلث قائم الزاوية في A

و H مركز الدائرة المحيطة بالمثلث MAN

إذن H منتصف الوتر [MN]

(8)

إصلاح التمرين 4

2) ب)

$$\widehat{CAH} = 180° - (\widehat{HCA} + \widehat{AHC})$$
$$= 180° - (60° + 90°)$$
$$= 180° - 150° = 30°$$
$$\widehat{MAH} = \widehat{MAC} - \widehat{CAH} = 90° - 30° = \boxed{60°}$$

ولنا $\boxed{HA = HM}$ لأن A و M نقطتان من الدائرة $\mathscr{C}$ التي مركزها H

المثلث AHM متقايس الضلعين وله زاوية قيسها 60° إذن هو متقايس الأضلاع

إذن AM = AH ولنا $AH = 2\sqrt{3}$ إذن $\boxed{AM = 2\sqrt{3}}$

3) أ) (FH) و (NA) حاملان لارتفاعان للمثلث MNF و يتقاطعان في I

إذن I هي المركز القائم للمثلث MNF

إذن (MI) هو الحامل للارتفاع الصادر من M

وبالتالي $(MI) \perp (FN)$ و $(FN) \cap (MI) = \{O\}$

ب) لنا $(MI) \perp (FN)$ إذن المثلث MON قائم الزاوية في O ولنا H منتصف وتره [MN]

إذن HO = HM إذن $\boxed{O \in \mathscr{C}}$

9

إصلاح التمرين 4

3) ج) المستقيم (FH) عمودي على [MN]
ويمر من منتصفها H
إذن (FH) هو الموسط العمودي لـ [MN]
إذن $\boxed{FM=FN}$ أي المثلث MNF متقايس
الضلعين ولنا $F\hat{M}N=60°$
إذن المثلث MNF متقايس الأضلاع
ولنا I المركز القائم للمثلث MNF
إذن I مركز ثقل المثلث MNF

4) أ) لنا $(AH)\perp(BC)$ و $(MJ)\perp(BC)$
إذن $\boxed{(AH)//(MJ)}$
I مركز ثقل المثلث MNF و (MI) يقطع [FN]
في O إذن O منتصف [FN]
ولنا H منتصف [MN]
إذن $(OH)//(MF)$ و $A\in(MF)$ و $J\in(OH)$
إذن $\boxed{(JH)//(MA)}$
إذن AMJH متوازي الأضلاع
ولنا AM=AH وبالتالي AMJH معين

10

إصلاح التمرين 4

4) ب) لنا AMJH معين إذن $HJ = HA$

إذنا $\boxed{J \in \mathcal{C}}$

ج) المثلث ABC متقايس الأضلاع و [AH] ارتفاع له

إذن $B\hat{A}H = 180° - (A\hat{B}C + A\hat{H}B)$

$= 180° - (60° + 90°)$

$= 180° - 150° = 30°$

المثلث MAH متقايس الأضلاع

إذن $M\hat{A}H = 60°$

إذن $M\hat{A}B = M\hat{A}H - B\hat{A}H$

$= 60° - 30°$

$= 30°$

$M\hat{A}B$ و $B\hat{A}H$ متجاورتان ومتقايستان

إذن [AB) منصف الزاوية $M\hat{A}H$

ولنا AMJH معين و [AJ] قطر له

إذن [AJ) منصف الزاوية $M\hat{A}H$

وبالتالي $[AB) = [AJ)$

إذن A و B و J على استقامة واحدة.

(11)

إصلاح التمرين 5

1) أ) $[AC]$ قطر للمربع ABCD إذن $AC = AB \times \sqrt{2}$

و المثلث SAB متقايس الأضلاع إذن $AB = SA$

إذن $AC = SA \times \sqrt{2}$

O تقاطع قطرا المربع ABCD إذن O منتصف $[AC]$

إذن $OA = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} SA \times \sqrt{2} = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2} SA}$

ب) الهرم SABCD منتظم وقمته S

و O مركز الدائرة المحيطة بالمربع ABCD

إذن $(SO) \perp (ABC)$ و $(OA) \subset (ABC)$

إذن $(SO) \perp (OA)$ إذن المثلث SOA قائم الزاوية في O

إذن حسب نظرية بيتاغور فإن

إذن $SA^2 = AO^2 + SO^2$ إذن $SA^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} SA\right)^2 + 4^2$

إذن $SA^2 = \frac{2}{4} SA^2 + 16$ إذن $SA^2 - \frac{1}{2} SA^2 = 16$

إذن $\frac{1}{2} SA^2 = 16$ إذن $SA^2 = 32$

إذن $SA = \sqrt{32} = \boxed{4\sqrt{2}}$

2) $SB = SD = SA = 4\sqrt{2}$

$BD = AB \times \sqrt{2}$
$= 4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8$

$SD^2 = (4\sqrt{2})^2 = 32$ و $SB^2 = (4\sqrt{2})^2 = 32$ و $BD^2 = 8^2 = 64$

إذن $SB^2 + SD^2 = BD^2$ إذن حسب عكس

نظرية بيتاغور فإن المثلث SBD قائم في S

إصلاح التمرين 5

3) في المثلث BDS لنا :

O منتصف [BD] و I منتصف [BS]

إذن $(OI) // (DS)$

و لنا $(BS) \perp (DS)$ إذن $\boxed{(BS) \perp (OI)}$

المثلث SBC متقايس الأضلاع

و I منتصف [BS] إذن [CI] ارتفاع

للمثلث SBC إذن $\boxed{(BS) \perp (CI)}$

$(BS) \perp (OI)$ و $(BS) \perp (CI)$ و (CI) و (OI)

مستقيمان من المستوي (OIC) و يتقاطعان

في I إذن $\boxed{(BS) \perp (OIC)}$

4) أ) O و I منتصفا ضلعين في المثلث BDS

إذن $OI = \frac{1}{2} DS = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2}$

$= \boxed{2\sqrt{2}}$

[IC] ارتفاع للمثلث المتقايس الأضلاع SBC

إذن $CI = SB \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \boxed{2\sqrt{6}}$

13

إصلاح التمرين 5

4) ب) $OI^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8$ ؛ $CI^2 = (2\sqrt{6})^2 = 24$

$OC^2 = 4^2 = 16$

$OC^2 + OI^2 = CI^2$ إذن حسب عكس نظرية بيتاغور فإن المثلث OIC قائم الزاوية في O

5) قاعدة الهرم $BOIC$ هي المثلث القائم OIC و مساحته $\frac{OI \times OC}{2}$

$= \frac{2\sqrt{2} \times 4}{2} = \boxed{4\sqrt{2}}$

$(BS) \perp (OIC)$ إذن $[BI]$ ارتفاع للهرم

$BI = \frac{BS}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = \boxed{2\sqrt{2}}$

حجم الهرم $BOIC$ هو :

$\frac{4\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}}{3} = \boxed{\frac{16}{3}}$