د من هنا نستنتج أن الرباعي ABCD متوازي أضلاع ⑥

إذن $(AB)//(CD)$

التمريـــن الرابع: 6 نقاط

ABCD متوازي الأضلاع و $[Bx)$ نصف المستقيم المار من A. ليكن $[Az)$ منصف الزاوية $x\widehat{A}D$

و $[By)$ منصف الزاوية $\widehat{ABC}$

1) بين أن $(Az)//(By)$

2) المستقيم (Az) يقطع (CD) في E ومنصف الزاوية $\widehat{BAD}$ يقطع (CD) في F

أ) بين أن كلا من المثلثين ADE وADF متقايس الضلعين

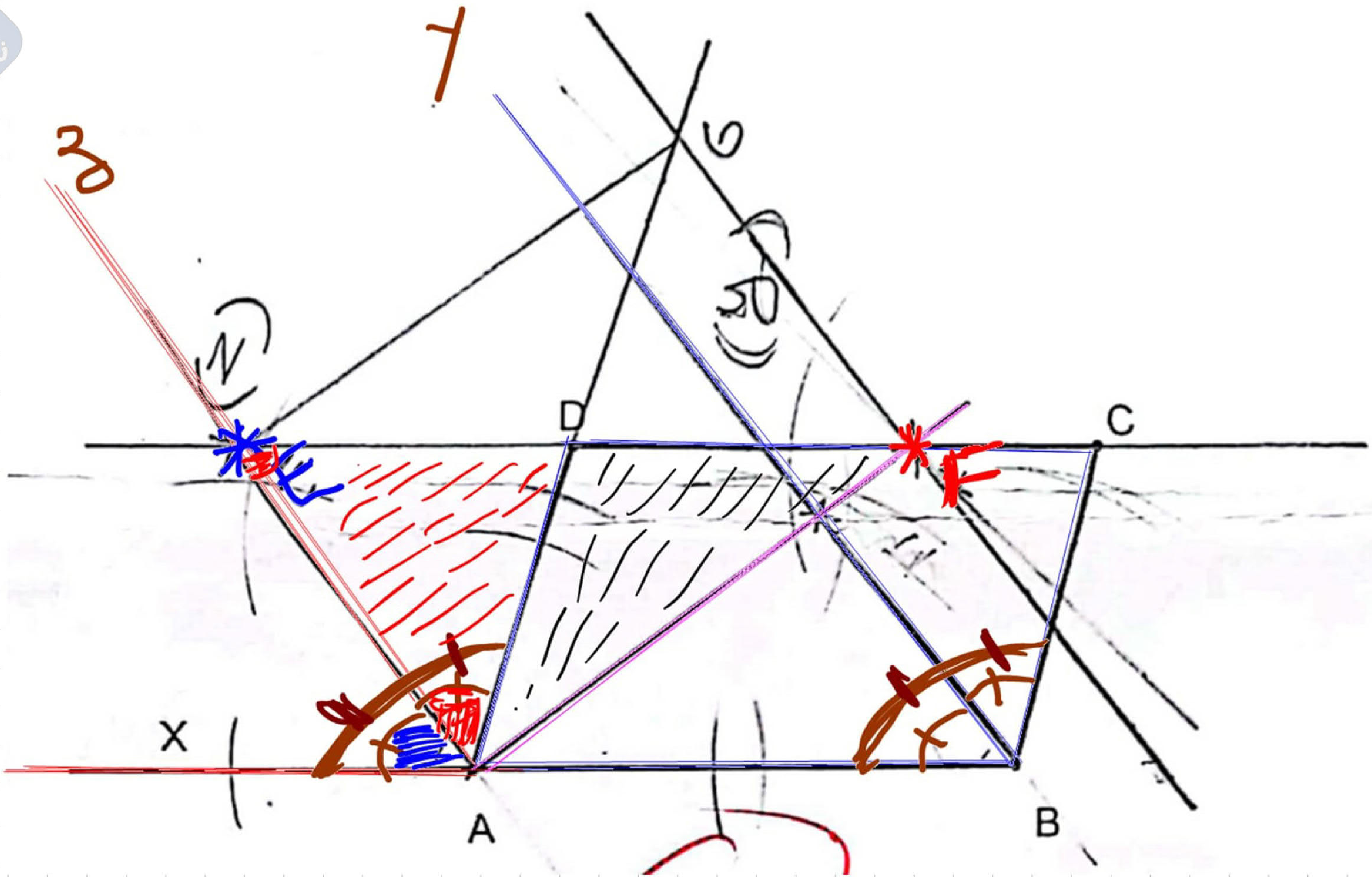
ب) بين أن E وF متناظرتان بالنسبة إلى D

3) بين أن $\widehat{EAF} = 90°$

4) المستقيم المار من F والموازي لـ (Az) يقطع (AD) في G. بين أن D هي منتصف $[AG]$

5) بين أن $(EG)\perp(FG)$

1



لنا ، (By) و (Az) مستقيمان و (xB) قاطع

لهما في A و B اذن الزاويتان $x\hat{A}z$

و $x\hat{B}y$ متماثلتان ، حسب $x\hat{A}z = x\hat{B}y$

و منه نجد $(Az) // (By)$.

ب) أنا : $(Dc) // (Bx)$ حيث $E \in (CD)$ اذن .

$(Bx) // (Ec)$ و (Az) يقاطع لهما حسب التوالي

في A و E اذن $x\hat{A}E$ و $A\hat{E}D$ متبادلتان

داخليا اذن $\boxed{A\hat{E}D = x\hat{A}E}$ اذن

و نعلم أيضا $x\hat{A}E = E\hat{A}D$ $\}$ $A\hat{E}D = E\hat{A}D$

13

ج) لنا : G مناظرة A بالنسبة الى D .

E مناظرة F بالنسبة الى D

F مناظر E بالنسبة الى D

ومنه فان $E\hat{A}F$ مناظرة $F\hat{G}E$ بالنسبة الى D

ونعلم أن التناظر المركزي يحافظ على

أقيس الزوايا اذن $F\hat{G}E = E\hat{A}F = 90°$

وبالتالي $(FG) \perp (EG)$

ح) لنا : D منتصف $[EF]$

D منتصف $[AG]$ حيث $[EF] \cap [AG] = \{D\}$

اذن EGFA متوازي اضلاع وبما أن $E\hat{A}F = 90°$

ومنه EGFA مستطيل

ج) ب) لنا : ADF مثلث متقايس الضلعين في D

و منه فإن : $\boxed{AD = DF}$ (1)

لنا : AED مثلث متقايس الضلعين في D و منه فإن

$\boxed{AD = DE}$ (2)

من خلال (1) و (2) نستنتج أن $DF = DE$

حسب النقاط E و D و F على استقامة

واحدة فإن D منتصف $[EF]$.

ومنه نستنتج أن E هي صورة F

بالنسبة إلى D .

3) لدينا D منتصف [EF] اذن $DE = DF$.

و لدينا $DA = DE$ اذن $AD = DE = DF$

وبالتالي فإن D هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث EAF ومنه فإن

AEF قائم في A اذا $\widehat{EAF} = 90°$.

4) لدينا: $(GF) // (AE)$ و $A \in (AE)$ اذن مناظرة G

A تنتمي الى مناظرة (AE) بالنسبة الى D.

ونعلم أن $G \in (GF)$ و F مناظرة E بالنسبة

الى D اذن G مناظرة A مناظرة A بالنسبة G مناظرة A بالنسبة

الى D.

(10) وبالتالي AED متقايس الضلعين في D.

(12) لنا: $(DC)//(AB)$ و (AF) قاطع لهما

حسب التوازي في A و F إذن الزاويتان

$D\hat{F}A$ و $F\hat{A}B$ متبادلتان داخليا إذن

$D\hat{F}A = F\hat{A}B$ (1) ولنا، (AF) منصف الزاوية

$D\hat{A}B$ إذن $D\hat{A}F = F\hat{A}B$ (2)

من خلال (1) و (2) نستنتج أن $D\hat{A}F = D\hat{F}A$

وبالتالي المثلث DAF متقايس

الضلعين في D

7

٢) لنا : (Az) منصف الزاوية $x\hat{A}D$

إذن : $\boxed{x\hat{A}z = z\hat{A}D}$ (1)

لنا : $[By)$ منصف الزاوية $A\hat{B}C$ إذن

$\boxed{A\hat{B}y = y\hat{B}C}$ (2)

لنا : $(AD) // (BC)$ ($ABCD$ متوازي الأضلاع)

و (Bx) قاطع لهما إذن الزاويتان

$x\hat{A}D$ و $x\hat{B}C$ متماثلتان (3) $\boxed{x\hat{A}D = x\hat{B}C}$

باستعمال (1) و (2) و (3) نستنتج أن

$$x\hat{A}z = z\hat{A}D = x\hat{B}y = y\hat{B}C$$