المدرسة الإعدادية نهج كراتشي باردو الأستاذة : الشريف	الدرس الثاني : حساب الزوايا	السابعة أساسي نوفمبر 2021

I. الزوايا المتتامة – الزوايا المتكاملة – الزوايا المتجاورة – الزوايا المتقابلة بالرأس

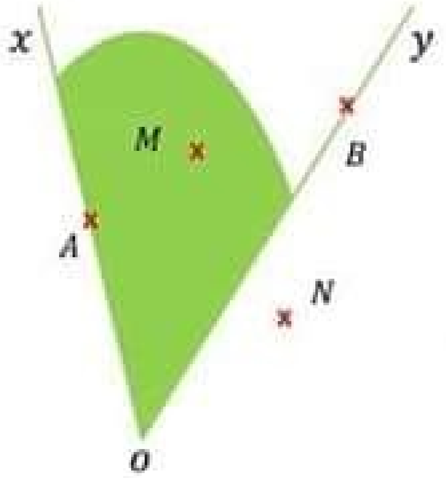
تعريف

الزاوية $[ox,oy]$ هي مجموعة النقاط من المستوي المحدودة بنصفي المستقيمين $[ox)$ و $[oy)$

النقطة o تسمى رأس الزاوية

نصفي المستقيمين $[ox)$ و $[oy)$ هما ضلعي الزاوية

نرمز كذلك بـ $x\hat{o}y$ للزاوية $[ox,oy]$ أو لقيسها

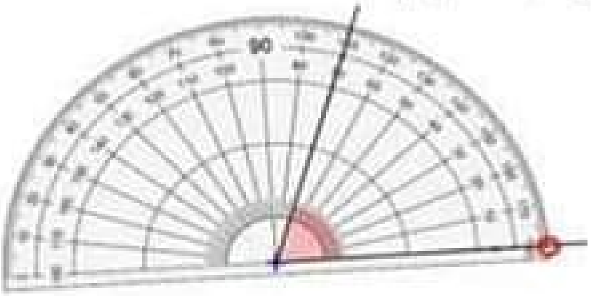


ملاحظة

1) النقطة A من الزاوية $[ox,oy]$ إذن $A \in [ox,oy]$ ($\in$ تنتمي)
النقطة B من الزاوية $[ox,oy]$ إذن $B \in [ox,oy]$
النقطة M من الزاوية $[ox,oy]$ إذن $M \in [ox,oy]$
النقطة N ليست من الزاوية $[ox,oy]$ إذن $N \notin [ox,oy]$ ($\notin$ تنتمي)
النقطة o رأس الزاوية $[ox,oy]$ إذن $o \in [ox,oy]$

2) نسمي أيضا الزاوية $[ox,oy]$ بـ $x\hat{o}y$ أو $A\hat{o}B$

أقيسة وأنواع الزوايا



نقيس الزوايا بواسطة المنقلة ووحدة القيس هي الدرجة (°)

الزاوية المنبسطة هي الزاوية التي يكون قيسها يساوي $180°$	الزاوية المنفرجة هي الزاوية التي يكون قيسها أكثر من $90°$ و أقل من $180°$	الزاوية القائمة هي الزاوية التي يكون قيسها يساوي $90°$	الزاوية الحادة هي الزاوية التي يكون قيسها أقل من $90°$	أنواع الزوايا
				

نشاط 1 ص 145

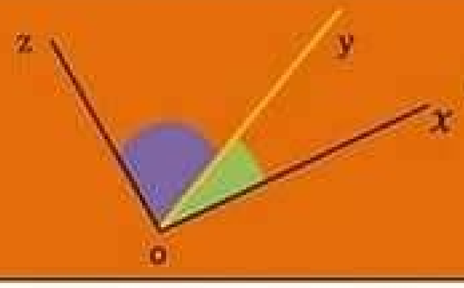
1) **الزاويتان المتتامتان**

> الزاويتان المتتامتان هما زاويتان يكون مجموع قيسيهما يساوي $90°$
>
> كل واحدة تسمى متممة للأخرى

3) الزاويتان المتجاورتان

نقول ان زاويتان متجاورتان إذا كان تقاطعهما ضلعا مشتركا

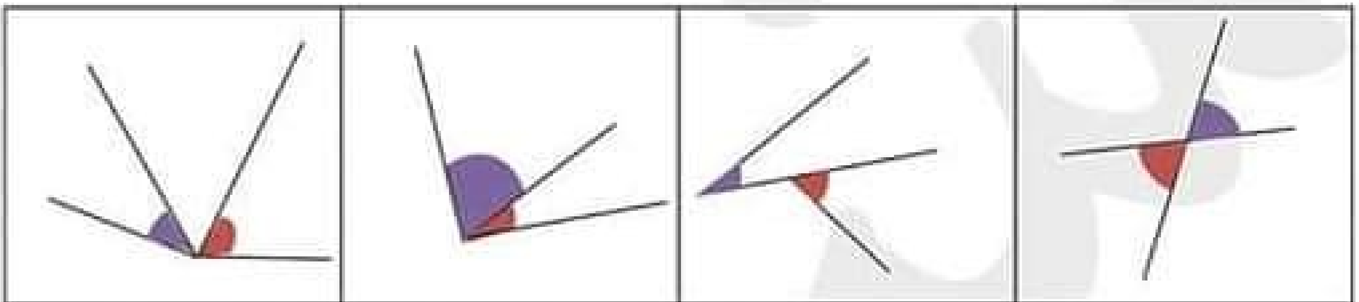
اي يشتركان في ضلع فقط



$x\hat{o}y$ و $y\hat{o}z$ متجاورتان يعني $x\hat{o}y \cap y\hat{o}z = [oy)$ ($\cap$ علامة التقاطع)

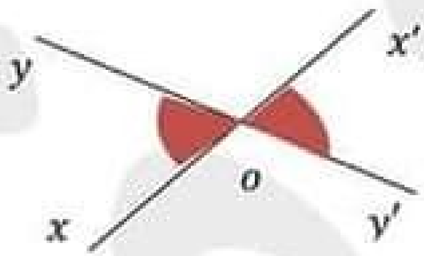
تطبيق

أجب بصواب أو خطأ في كل رسم من الرسوم التالية الزاويتان الملونتان هما متجاورتين



....	....	....	....

4) الزاويتان المتقابلتان بالرأس

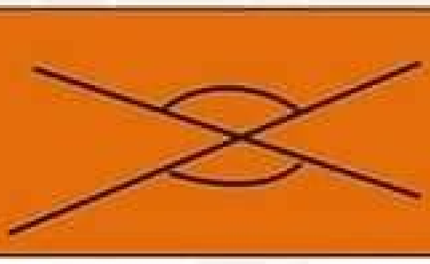


في الرسم التالي (xx') و (yy') مستقيمان يتقاطعان في النقطة O

نقول أن الزاويتين $x\hat{o}y$ و $x'\hat{o}y'$ متقابلتان بالرأس

الزاويتان المتقابلتان بالرأس هما زاويتان يكون فيهما

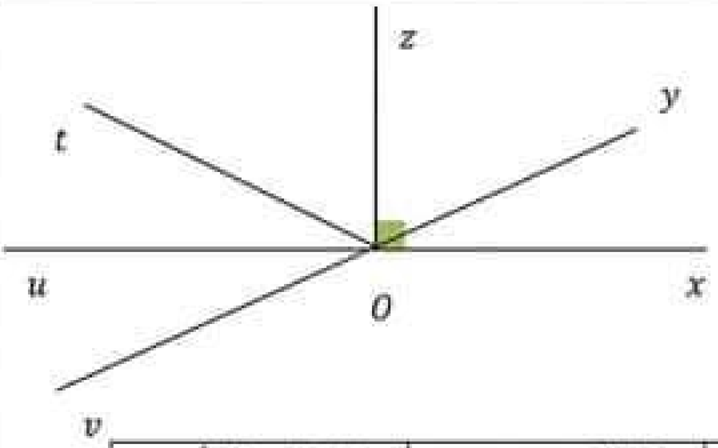
كل ضلع من احداهما على نفس الإستقامة مع ضلع من الأخرى



ملاحظة

كل زاويتين متقابلتين بالرأس هما متقايستان (لأنهما مكملتان لنفس الزاوية)

أي إذا كانت $x\hat{o}y$ و $x'\hat{o}y'$ متقابلتان بالرأس فإن $x\hat{o}y = x'\hat{o}y'$



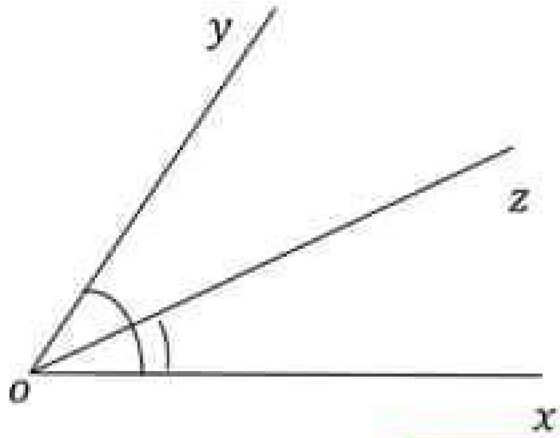
تمرين

تأمل الرسم التالي ثم ضع علامة (x) في المكان المناسب

الزاويتان	متجاورتان	متتامتان	متكاملتان	متقابلتان بالرأس
$y\hat{o}t$ و $x\hat{o}y$	x			
$t\hat{o}u$ و $z\hat{o}t$	x	x		
$y\hat{o}t$ و $x\hat{o}y$	x			
$y\hat{o}u$ و $x\hat{o}v$				x
$y\hat{o}z$ و $u\hat{o}v$		x		
$t\hat{o}v$ و $y\hat{o}t$			x	

II. منصف الزاوية

نشاط



في الرسم التالي $x\hat{o}y$ زاوية حيث $x\hat{o}y = 70°$

و $[oz)$ محتو في الزاوية $x\hat{o}y$ حيث $x\hat{o}z = 35°$

1) أحسب $y\hat{o}z$

بما أن الزاوتين $x\hat{o}y$ و $y\hat{o}z$ متجاورتان (لأنهما يشتركان في الضلع $[oz)$)

فإن $x\hat{o}z + y\hat{o}z = x\hat{o}y$

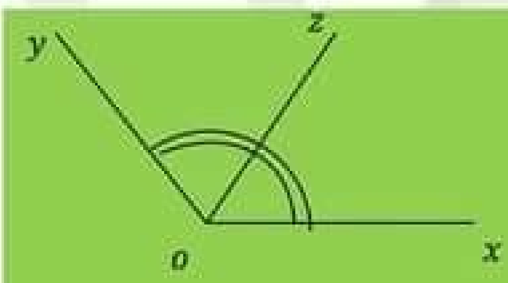
و بالتالي $y\hat{o}z = x\hat{o}y - x\hat{o}z = 70° - 35° = 35°$

إذن $y\hat{o}z = 35°$

2) أكمل بما يناسب

الزاويتان $x\hat{o}y$ و $y\hat{o}z$ ....متجاورتين...و..متقايستين $(x\hat{o}z = y\hat{o}z = 35°)$ ....

تعريف



منصف الزاوية هو نصف مستقيم ينطلق من رأس الزاوية

و يقسمها إلى زاويتين متقايستين و متجاورتين

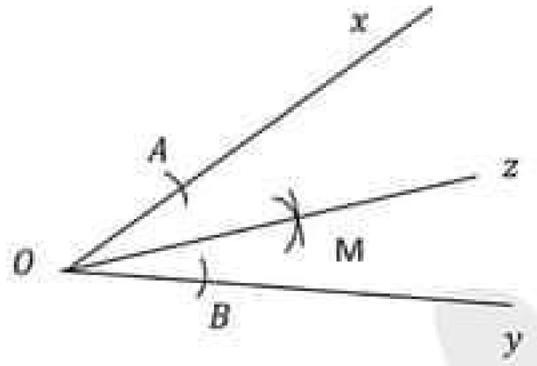
$[oz)$ منصف الزاوية $x\hat{o}y$ يعني أن الزاويتين $x\hat{o}z$ و $y\hat{o}z$

تشتركان في الضلع $[oz)$ و $x\hat{o}z = y\hat{o}z$

بناء منصف الزاوية

$x\hat{o}y$ زاوية لبناء منصفها $[oz)$:

باستعمال البركار نعين نقطتين A و B من ضلعي الزاوية $[ox)$ و $[oy)$ على التوالي حيث $OA = OB$ ثم نعين نقطة M متقايسة البعد عن A و B ثم نرسم نصف المستقيم $[OM)$ وهو المنصف $[oz)$



تمرين تطبيقي

لتكن $x\hat{o}y$ زاوية و $[oz)$ منصفها

1) احسب $x\hat{o}z$ إذا علمت أن $x\hat{o}y = 40°$

بما أن $[oz)$ منصف الزاوية $x\hat{o}y$

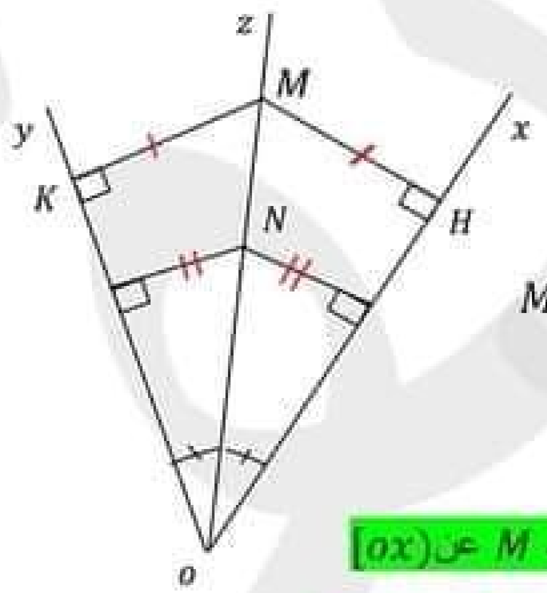
فإن $x\hat{o}z = y\hat{o}z = \frac{x\hat{o}y}{2}$ و بالتالي $x\hat{o}z = \frac{40°}{2} = 20°$ إذن $x\hat{o}z = 20°$

2) احسب $x\hat{o}y$ إذا علمت أن $x\hat{o}z = 40°$

بما أن $[oz)$ منصف الزاوية $x\hat{o}y$

فإن $x\hat{o}z = y\hat{o}z = \frac{x\hat{o}y}{2}$ و بالتالي $x\hat{o}y = 2x\hat{o}z = 2 \times 40° = 80°$

إذن $x\hat{o}y = 80°$



الخاصية المميزة لمنصف الزاوية

نشاط 1

1) أرسم زاوية $x\hat{o}y$ وابن $[oz)$ منصفها

2) اـ عين نقطة M من $[oz)$ ثم حدد H و K المساقط العمودية لـM على $[ox)$ و $[oy)$ على التولي

ب ـ ماهو بعد M عن $[ox)$ وبعد M عن $[oy)$

بما أن H المسقط العمودي لـ على $[ox)$ فإن البعد MH هو بعد M عن $[ox)$

و بما أن K المسقط العمودي لـ على $[oy)$ فإن البعد MK هو بعد M عن $[oy)$

ج ـ تحقق أن : $MK = MH$

نتحقق باستعمال البركار أو المسطرة أن : $MK = MH$

3) عين نقطة أخرى من $(oz]$ ثم قارن بعد N عن $(ox]$ وبعد N عن $(oy]$

بنفس الطريقة نتحقق أن N عن $(ox]$ يساوي بعد N عن $(oy]$

عموما

كل نقطة من منصف الزاوية تكون متقايسة البعد عن ضلعي الزاوية

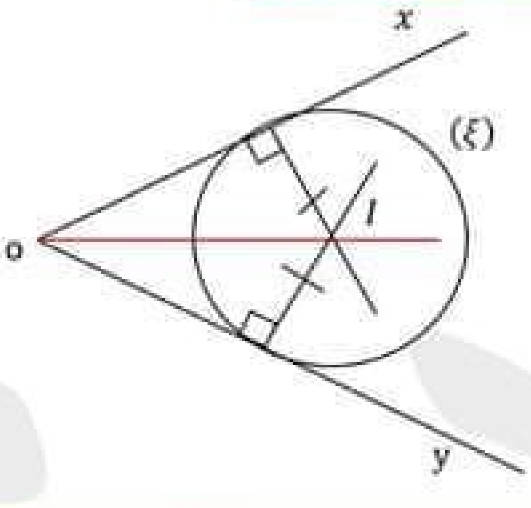
نشاط 2

في الرسم التالي (ξ) دائرة مركزها I و (ox] و (oy] مماسان للدائرة (ξ)

1) بين ان النقطة I متقايسة البعد عن (ox] و (oy]

بما أن $(ox]$ و $(oy]$ مماسان للدائرة (ξ) فإن بعد I عن $(ox]$ وعن $(oy]$ يساوي شعاع الدائرة

وبالتالي بعد I عن $(ox]$ يساوي بعد I عن $(oy]$ و منه I متقايسة البعد عن $(ox]$ و $(oy]$



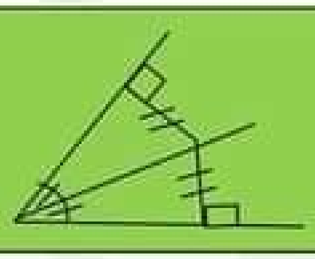
2) تحقق أن $(OI]$ هو منصف الزاوية $x\hat{o}y$

نبني منصف الزاوية $x\hat{o}y$ نلاحظ أنه يمر من النقطة I

وبالتالي $(OI]$ هو منصف الزاوية $x\hat{o}y$

عموما

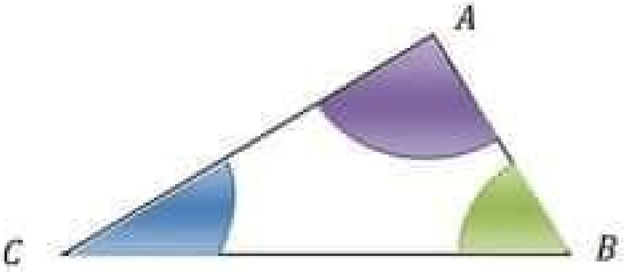
كل نقطة متقايسة البعد عن ضلعي الزاوية هي نقطة من منصف الزاوية



تعريف 2

منصف الزاوية هو مجموعة النقاط من الزاوية المتساوية البعد عن ضلعيها

III. مجموع أقيسة زوايا المثلث



نشاط

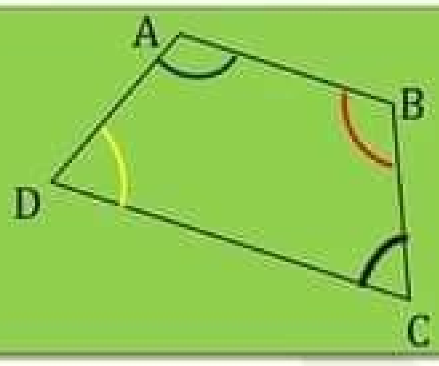
1) أرسم مثلثا ABC
2) أوجد أقيسة الزوايا $B\hat{A}C$ و$A\hat{B}C$ و $A\hat{C}B$ باستعمال المنقلة
3) تحقق أن $B\hat{A}C + A\hat{B}C + A\hat{C}B = 180^0$

عموما

مجموع أقيسة زوايا أي مثلث يساوي 180^0

أي مهما يكن ABC مثلث فإن $B\hat{A}C + A\hat{B}C + A\hat{C}B = 180^0$

استنتاج

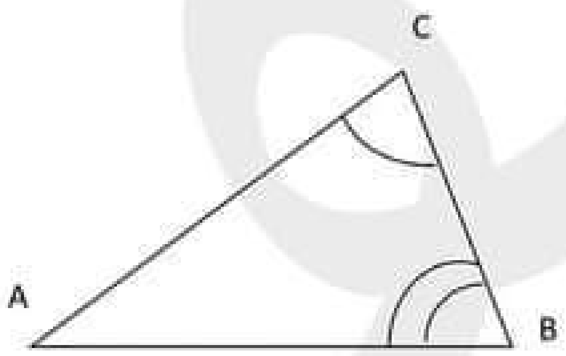


مجموع أقيسة زوايا أي رباعي يساوي 360^0

أي مهما يكن $ABCD$ رباعي فإن $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^0$

تمرين تطبيقي

1) في الرسم التالي ABC مثلث حيث $A\hat{B}C = 60°$ و $A\hat{C}B = 80°$ أحسب $B\hat{A}C$



$B\hat{A}C = ?$

بما أن $B\hat{A}C + A\hat{B}C + A\hat{C}B = 180^0$

فإن $B\hat{A}C = 180^0 - \left(A\hat{B}C + A\hat{C}B\right)$

$= 180^0 - (60° + 80°)$

$= 180° - 140°$

$= 40°$ إذن $B\hat{A}C = 40°$

2) في الرسم التالي ABC مثلث متقايس الضلعين في A و $A\hat{B}C = 70°$

أحسب $A\hat{C}B$ و $B\hat{A}C$

$A\hat{C}B = ?$ و $B\hat{A}C = ?$