NOM :……………………PRENOM :……………………N° :……………

EXERCICE N°1 (5pts):

…………

20

1) Répondre par « vrai » ou « faux » :

a) $\frac{7070}{4949}$ est une fraction irréductible faux

تختزل إلى أقصى حد

$PGCD(7070, 4949) \neq 1$

b) P.P.C.M (9 ; 16) = 9 x 16 Vrai

PPCM ⟺

$\begin{cases} 9 = 3^2 \\ 16 = 2^4 \end{cases}$ $PPCM(9, 16) = 3^2 \times 2^4 = 9 \times 16$

2) Recopier et compléter :

a) L'arrondi au centième de 45,784 est ≃ 45,78

b) L'arrondi au millier de 74650,963 est ……… 75 000

c) L'écriture scientifique de 348 ,67 est ……… $3{,}4867 \times 10^2$

millier, dizaine, unité, centaine, dixième, centième, millième

9876,4321

EXERCICE N°2 (5pts):

1) Déterminer à l'aide de l'algorithme d'EUCLIDE : P.G.C.D (450 ; 320)

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………

$PGcd(12,20) = 2^2 = 4$

1ère méthode :

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$12 = \underbrace{2^2}\times 3$ $\qquad$ $20 = \underbrace{2^2}\times 5$

Déterminer le pgcd (12, 20) par l'algorithme d'euclide.

$$\begin{array}{r|l} 20 & 12 \\ \hline 12 & 1 \\ \hline 8 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 12 & 8 \\ \hline & \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r|l} 12 & 8 \\ \hline 8 & 1 \\ \hline 4 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 8 & 4 \\ \hline & \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r|l} 8 & \boxed{4} \\ \hline 8 & 2 \\ \hline 0 & \end{array}$$

PGcd

EXERCICE N°2 (5pts):

1) Déterminer à l'aide de l'algorithme d'EUCLIDE : P.G.C.D (450 ; 320)

1ère méthode (Algorithme d'euclide)

PGcd (450

$$\begin{array}{r|l} 450 & 320 \\ \hline 320 & 1 \\ \hline 130 & \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r|l} 320 & 130 \\ \hline 260 & 2 \\ \hline 60 & \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r|l} 130 & 60 \\ \hline 120 & 2 \\ \hline 10 & \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r|l} 60 & 10 \\ \hline 60 & 6 \\ \hline 0 & \end{array}$$

Calcul de pgcd (par une autre méthode)

$$\begin{array}{r|l} 450 & 2 \\ 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 320 & 2 \\ 160 & 2 \\ 80 & 2 \\ 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$450 = 2 \times 3^2 \times 5^2$

$320 = 5 \times 2^6$

$\Rightarrow PGcd(450;320) = 5^1 \times 2 =$

2) En déduire : P.P.C.M (450 ; 320)

٢ ف

$$\boxed{a \times b = PGcd(a,b) \times ppcM(a,b)}$$

Pour bien Comprendre

$12 = 2^2 \times 3$

$20 = 2^2 \times 5$

$pgcd(20,12) = 4$

$ppcM(12,20) = 5 \times 3 \times 2^2 = 60$

$\underbrace{12 \times 20}_{240} = pgcd(20,12) \times ppcm(12,20)$

$240 = 4 \times 60$

2) En déduire : P.P.C.M (450 ; 320)

donc $PGcd(450,320)=10$

$450 \times 320 = PGcd(450,320) \times PPCM(450,320)$

$PPCM(450,320) = \dfrac{450 \times 320}{PGcd(450,320)}$

$$\boxed{PPCM(450,320) = \frac{144000}{10} = 14400}$$

3) Le nombre $\dfrac{450}{320}$ est-il décimal ? Justifier.

$\dfrac{450 : PGcd(450,320)}{320 : PGcd(450,320)} = \dfrac{450 : 10}{320 : 10} = \dfrac{45}{32} = \dfrac{3^2 \times 5}{2^5}$

oui $\dfrac{450}{320} \in \mathbb{D}$

Exercice N°3 : 08 pts

1) a- Déterminer le PGCD(6860 ; 600)

$600 = 6 \times 100$

$= 2\times3 + 2^2\times5^2$

$\boxed{600 = 2^3\times5^2\times3}$

6860	2
3430	2
1715	5
343	7
49	7
7	7
1	

$\boxed{6860 = 2^2\times7^3\times5}$

$\boxed{PGcd(6860, 600) = 5^1\times 2^2 = 20}$

c- le quotient $\frac{6860}{600}$ est elle irréductible ? justifier votre repense .

$\frac{6860}{600}$ n'est pas irréductible car

$PGcd(6860, 600) > 1$

d- rendre le quotient $\frac{6860}{600}$ irréductible .

$$\boxed{\frac{6860 : PGcd(6860, 600)}{600 : PGcd(6860, 600)} = \frac{6860 : 20}{600 : 20} = \frac{343}{30}}$$

2) Soit $x = \dfrac{n+15}{n+7}$ ou n est un entier naturel

Déterminer tous les n pour que x soit un entier naturel

Exemple, pour comprendre

Soit $x = \dfrac{8}{n}$ $\quad z = \dfrac{n}{3}$

$y = \dfrac{9}{n+1}$

déterminer tous les n pour que x, y et z soient des entiers naturels

$\Rightarrow$ $x = \dfrac{8}{n}$

$n \in D_8 = \{1, 2, 4, 8\}$

$\dfrac{8}{1}$ | $\dfrac{8}{2}$ | $\dfrac{8}{4}$ | $\dfrac{8}{8}$

$y = \dfrac{9}{n+1}$ pour que $y \in \mathbb{N}$ il faut que

$n+1 \in D_9 = \{1, 3, 9\}$

$n+1 = 1 \Rightarrow n = 0$

$n+1 = 3 \Rightarrow n = 2$

$n+1 = 9 \Rightarrow n = 8$

$n = \{0, 2, 8\}$

$z = \frac{n}{3}$ pour que z soit un entier naturel il faut que $n \in M_3 = \{0, 3, 6, 9, 12 \dots$

2) Soit $x = \frac{n+15}{n+7}$ ou n est un entier naturel

Déterminer tous les n pour que x soit un entier naturel

$$x = \frac{n+15}{n+7} = \frac{n+7+8}{n+7} = \frac{n+7}{n+7} + \frac{8}{n+7}$$

$$= 1 + \frac{8}{n+7}$$

pour que x soit un entier naturel il faut que

$n+7 \in D_8 = \{1, 2, 4, 8\}$

$\begin{cases} n+7 = 1 \\ n+7 = 2 \\ n+7 = 4 \\ n+7 = 8 \end{cases} \Rightarrow$ $n = 1-7 = -6$ imp

$n = 2-7 = -5$ impossible

$n = 4-7 = -3$ impossible

$\boxed{n = 8-7 = 1}$

x est un entier naturel si $n = 1$

ctivité 6 Dans chaque cas comment faut-il choisir l'entier naturel n pour que :

1- $\frac{8}{n-3}$ soit un entier naturel ?

2- $\frac{24}{n}$ et $\frac{n}{6}$ soient des entiers naturels ?

3- $\frac{20+n}{20}$ soit un entier naturel ?

4- $\frac{n+7}{n-1}$ soit un entier naturel ?

5- $\frac{2n+6}{n-1}$ soit un entier naturel ?

Soit a et b deux entiers naturels tels que b est non nul.
Le quotient $\frac{a}{b}$ est un entier naturel si b divise a.

$\frac{8}{n-3} \in \mathbb{N}$ si $n-3 \in D_8 = \{1, 2, 4, 8\}$.

$n-3 = 1 \Rightarrow n = 3+1 = 4$

$n-3 = 2 \Rightarrow n = 5$

$n-3 = 4 \Rightarrow n = 7$

$n-3 = 8 \Rightarrow = 11$

$n \in \{4, 5, 7, 11\}$

2- $\frac{24}{n}$ et $\frac{n}{6}$ soient des entiers naturels ?

* $\frac{24}{n} \in \mathbb{N}$ si $n \in D_{24} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

* $\frac{n}{6} \in \mathbb{N}$ si $n \in M_6 = \{0, 6, 12, 18 \ldots\}$.

3- $\dfrac{20+n}{20}$ soit un entier naturel ?

$\dfrac{20+n}{20} \in \mathbb{N}$ si $n \in M_{20} \{0, 20, 40, 60$

$\dfrac{20}{20} + \dfrac{n}{20} = 1 + \dfrac{n}{20}$

4- $\dfrac{n+7}{n-1}$ soit un entier naturel ?

$\dfrac{n+7}{n-1} = \dfrac{n-1+1+7}{n-1}$

$= \dfrac{n-1}{n-1} + \dfrac{8}{n-1} = 1 + \dfrac{8}{n-1}$

$\dfrac{n+7}{n-1} \in \mathbb{N}$ il faut que $n-1 \in D_8 = \{1, 2, 4, 8\}$

$n-1 = 1 \Rightarrow n = 2$

$n-1 = 2 \Rightarrow n = 3$

$n-1 = 4 \Rightarrow n = 5$

$n-8 = 8 \Rightarrow n = 16$

$n \in \{2, 3, 5, 16\}$

5- $\dfrac{2n+6}{n-1}$ soit un entier naturel ?

$$\frac{\overbrace{2n-2}\;\overbrace{+2+6}}{n-1} = \frac{2n-2}{n-1} + \frac{8}{n-1}$$

$$= \frac{2\cancel{(n-1)}}{\cancel{n-1}} + \frac{8}{n-1}$$

$$= 2 + \frac{8}{n-1}$$

$\dfrac{2n+6}{n-1}$ est un entier naturel si $n-1 \in D_8$

$n-1=1 \Rightarrow n=2$

$n-1=2 \Rightarrow n=3$

$n-1=4 \Rightarrow n=5$

$n-1=8 \Rightarrow 9$

$\boxed{n \in \{2, 3, 5, 9\}}$