

سنة سابقة
أساسي

درس المثلثات
ملخص + تطبيقات

اعداد الأستاذة
الهيبة مازني

تطبيق: طين المثلثين ABC و DEF فان أمكن ذلك

(1) طين مثلث ABC حيث: $AB=6\text{cm}$ و $BC=3\text{cm}$ و $AC=5\text{cm}$

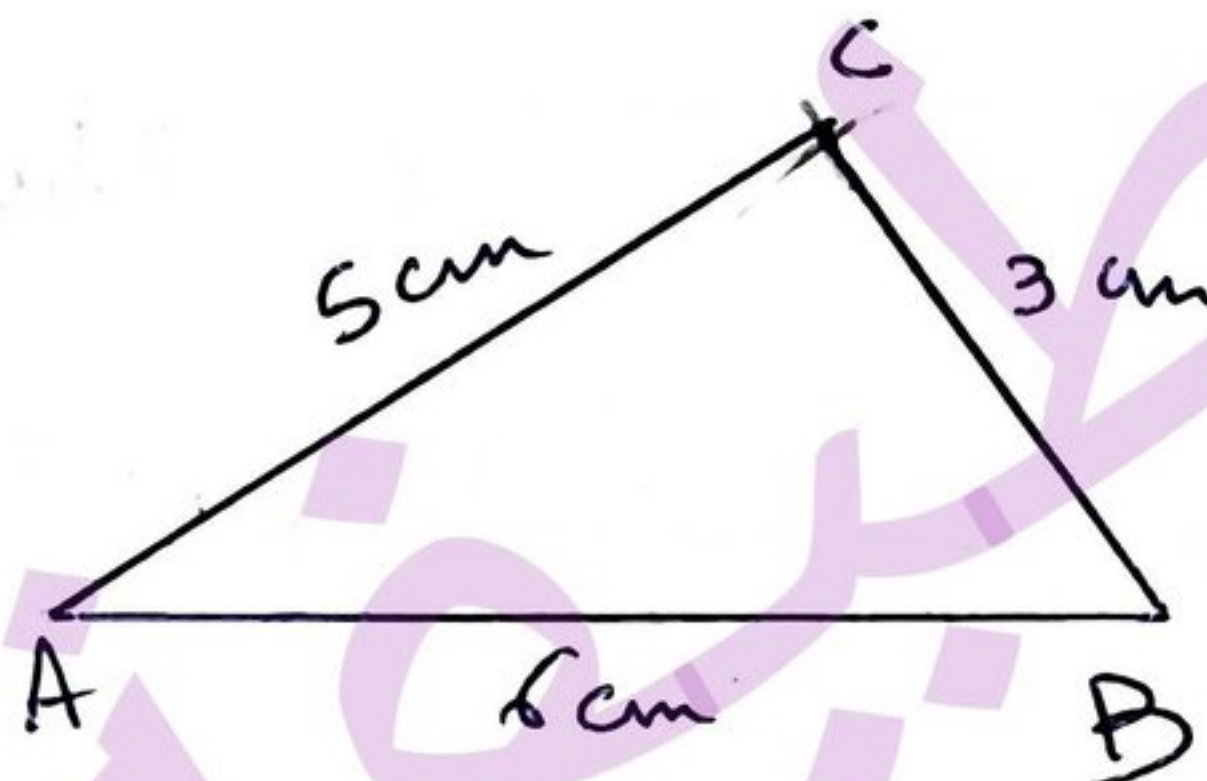
(2) طين مثلث DEF حيث $DE=7\text{cm}$ و $EF=4\text{cm}$ و $FD=2\text{cm}$

الحالة الأولى

الحالة الثانية

في الحالة الثانية هذا المثلث
غير قابل للبناء لأن

$$\begin{array}{l} EF - FD \\ 4 - 2 \\ = 2 \end{array} < \begin{array}{l} DE = 7 \\ \end{array} > \begin{array}{l} EF + FD \\ 4 + 2 \\ = 6 \end{array}$$



هذا المثلث قابل للبناء لأن

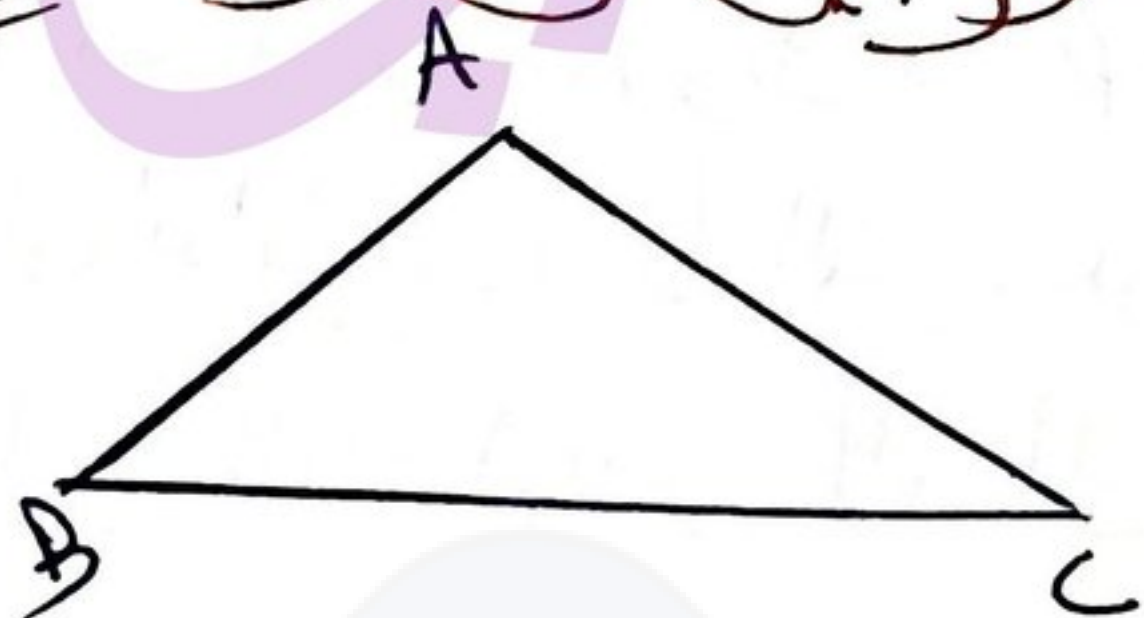
$$AC - BC < AB < AC + BC$$

$$5 - 3 < 6 < 5 + 3 \quad \text{أى}$$

I) في مثلث يكون قياس كل ضلع محصور بين ضلعيه ومجموع

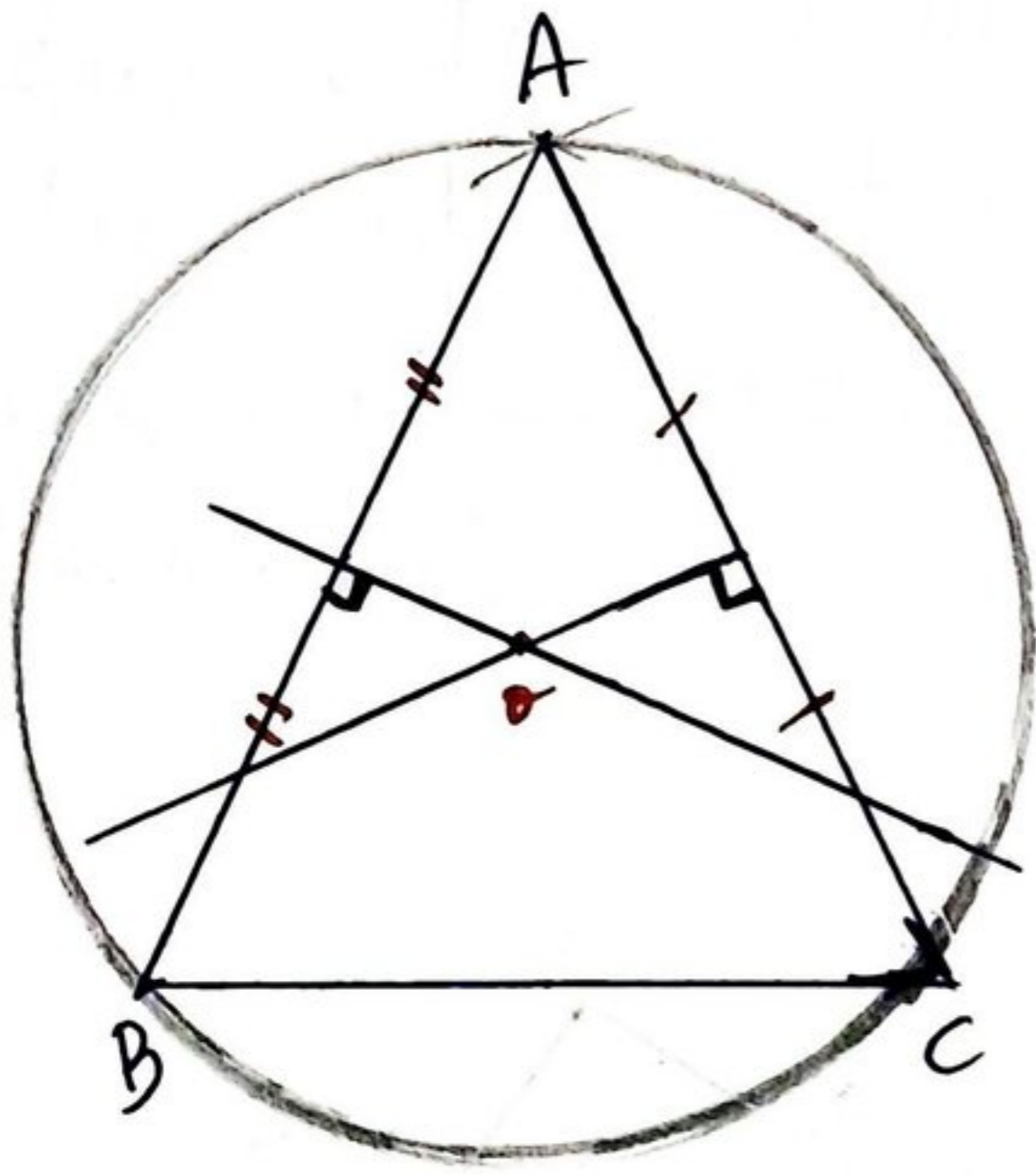
قياسي الضلعين الأخرين:

$$CB - CA < AB < CA + CB$$



II) المستقيمات المتتمة في المثلث:

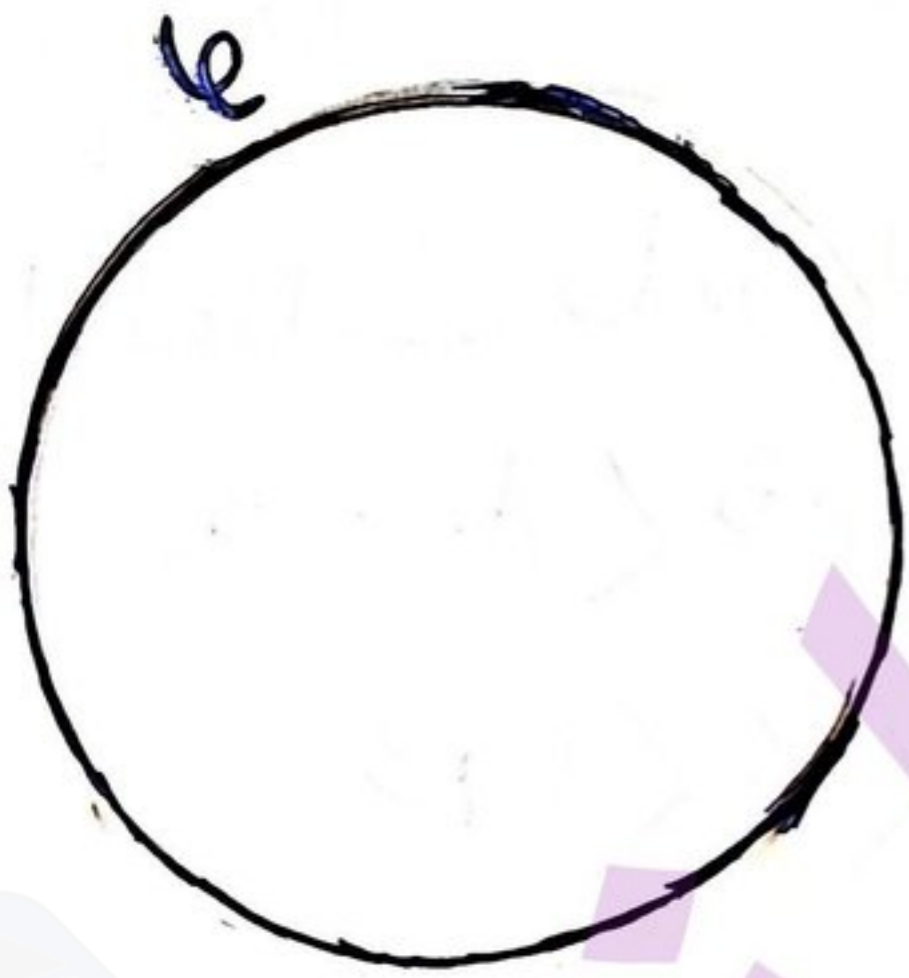
① المتوسطات العمودية لمثلث



← المتوسط العمودي لقطع من أقطع
المثلث يُسَمَّى مَوْسَطًا عَمُودِيًّا لِهَذَا
المثلث

تتقاطع المتوسطات العمودية لمثلث
في نقطة هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث

✦ لتحديد مركز الدائرة المحيطة بمثلث يمكن الإكتفاء بتقاطع
موسطين عموديين لهذا المثلث



تطبيق: يبين الشكل المقابل دائرة
فقط مركزها

(أ) عين نقطتين A و B على الدائرة ثم
بين أن O تنتمي إلى المتوسط العمودي

لـ [AB] مستقيم موجه مركز الدائرة

(ب) بما أن A و B نقطتان تنتميان

إلى الدائرة فإلى التي مركزها O إذا

فإن $OA = OB$ وبالتالي O تنتمي

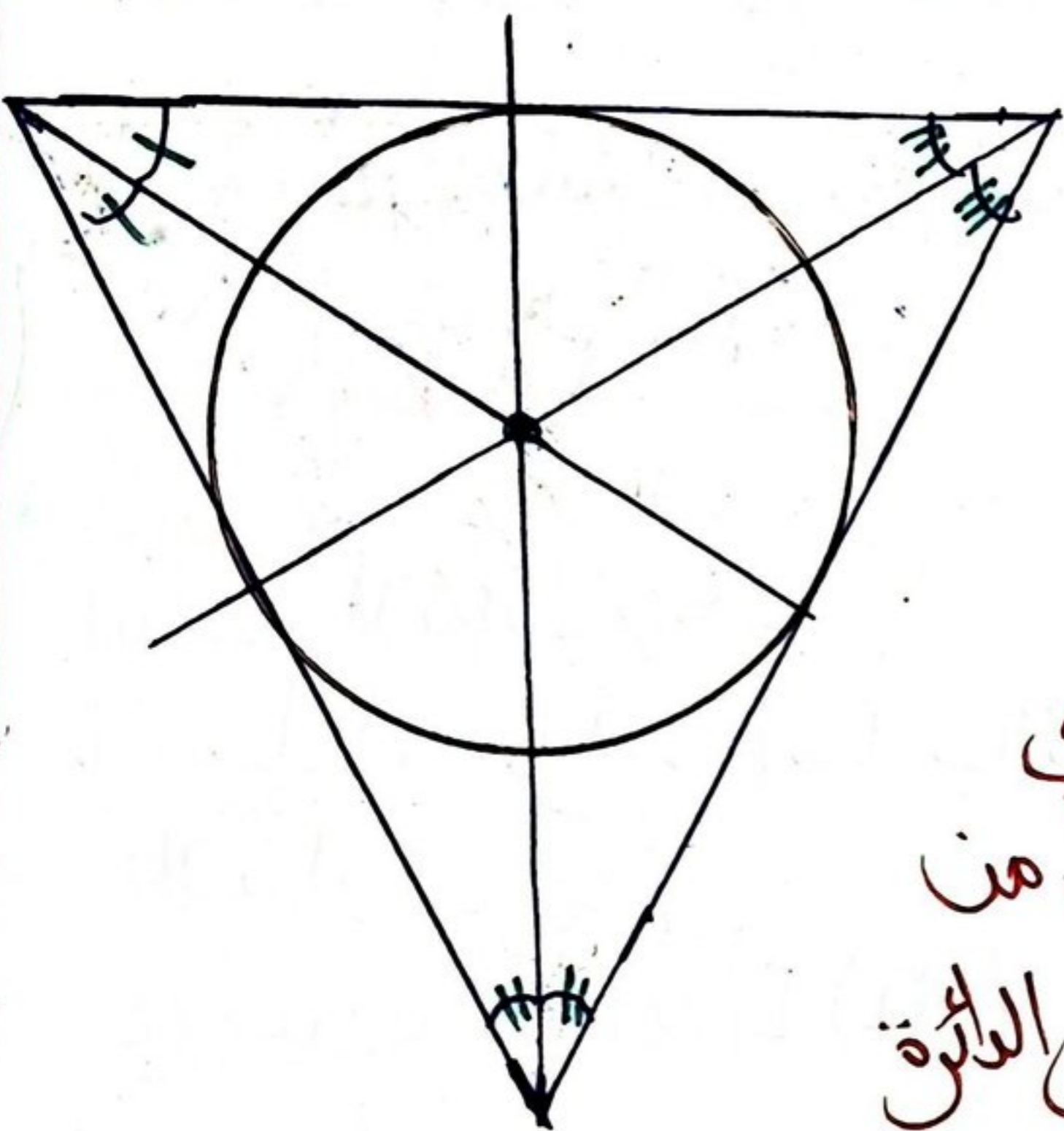
إلى المتوسط العمودي لـ [AB]

ب) عين نقطة C تنتمي إلى

و نعتبر AA مثلث حيث C هي الدائرة

المحيطة به لذلك O هي ستكون نقطة تقاطع موسطين عموديين

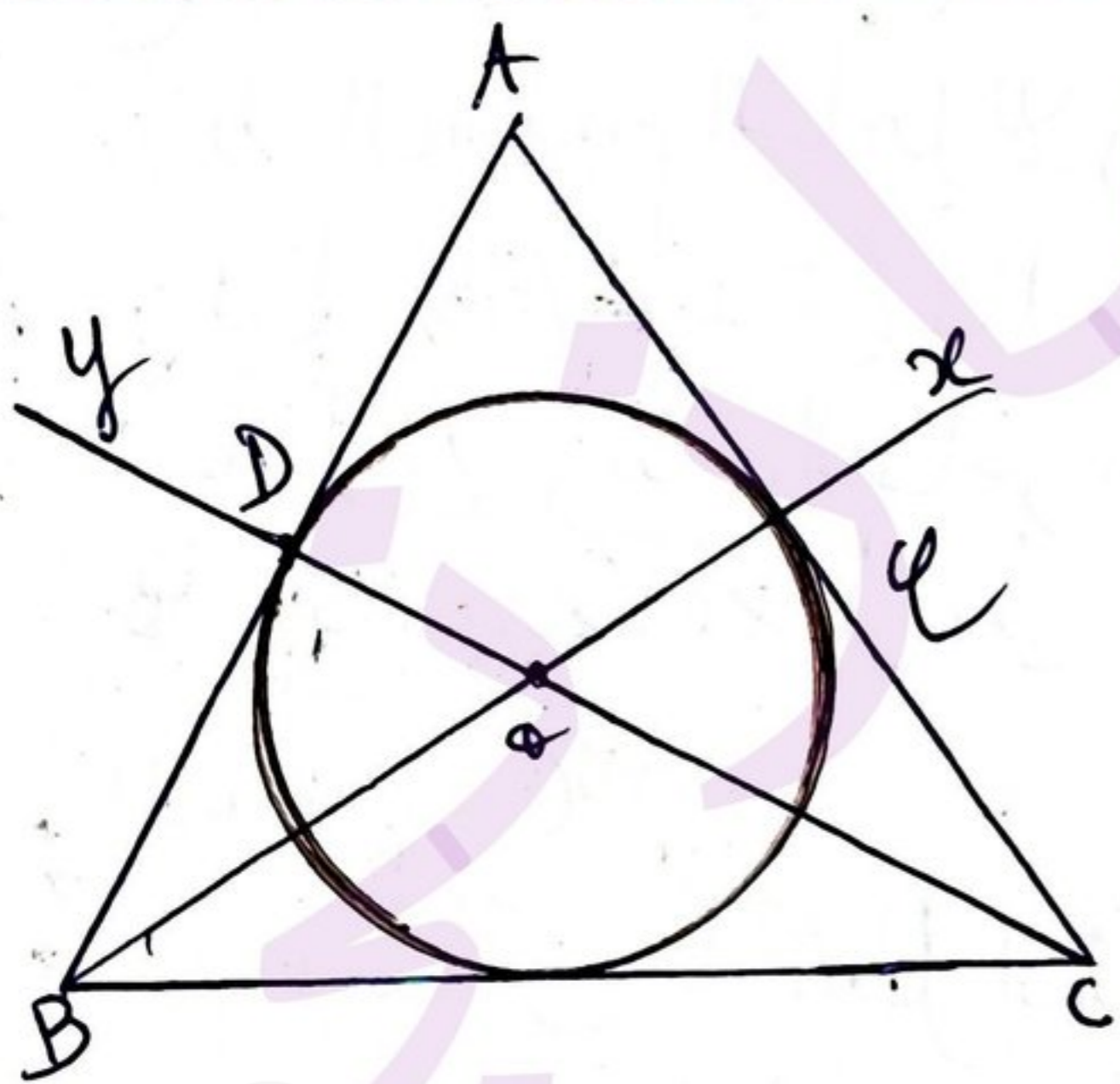
لتعيين من المثلث ABC . لذا نقوم ببناء المتوسط العمودي Δ
 $\perp [AB]$ و بناء المتوسط العمودي Δ $\perp [AC]$ نقطة تقاطع
 Δ و Δ هي النقطة O مركز الدائرة Δ



② منصفات زوايا المثلث :

تتقاطع منصفات زوايا المثلث
 في نقطة هي مركز الدائرة المحاطة
 بالمثلث .

← لتحديد مركز الدائرة المحاطة بالمثلث
 يمكن الاكتفاء بمنهفي زاويتين فقط من
 المثلث ونقطة تقاطعهما هي التي تمثل مركز الدائرة



تطبيق :
 ليكن ABC مثلث

(1) لطبق منهف الزاوية \hat{A} و \hat{B} $[Bx]$ و \hat{C} $[Cy]$

منهف الزاوية \hat{A} \hat{C} \hat{B}

(2) لتكن O نقطة تقاطع $[Bx]$ و $[Cy]$ و

D نقطة تقاطع $[Cy]$ و (AB) .

أرسم O التي مركزها O و شعاعها $[OD]$

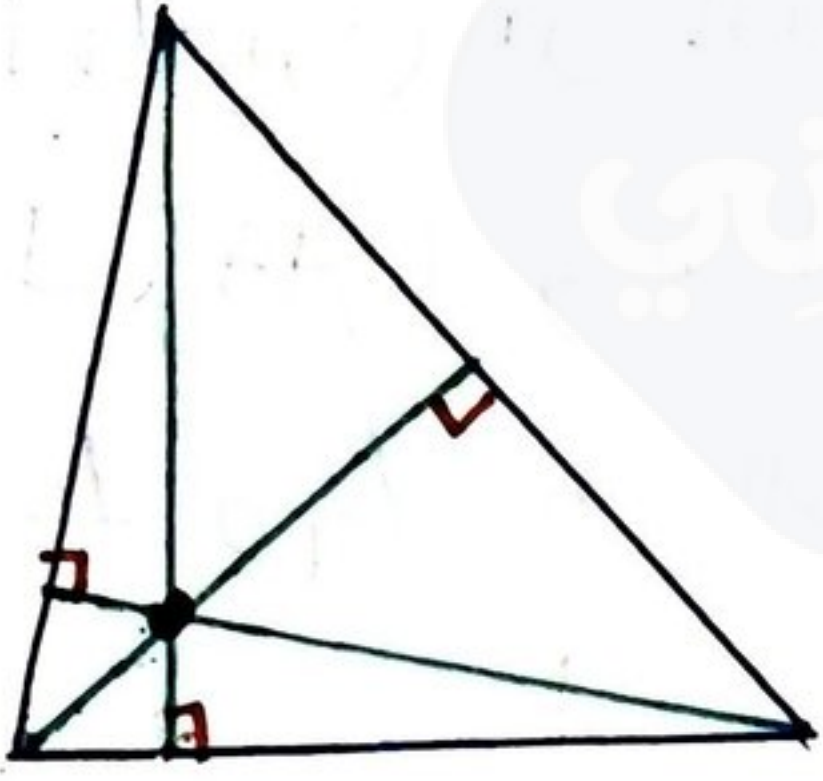
(3) ما هو منهف الزاوية \hat{A} و \hat{C} \hat{B} و \hat{A} \hat{C} \hat{B} .

← لنا $[Bx]$ و $[Cy]$ هما منهفا الزاويتين \hat{A} \hat{C} \hat{B} و \hat{A} \hat{C} \hat{B} على التوالي وبما أن

النقطة O هي تقاطع $[Bx]$ و $[Cy]$ فإن O هي مركز الدائرة المحاطة

بالمثلث ABC وبالتالي فإن $[AO]$ يمثل منهف الزاوية \hat{A} \hat{C} \hat{B}

③ طرّفات المثلث:



← طرّفات المثلث هو قطعة المستقيم التي
تصل أحد رؤوسه بالمستقيم العمودي على
المستقيم الحامل للضلع المقابل لذلك الرأس

تتقاطع المستقيمت الحاملة لارتفاعات المثلث في نقطة تُسمّى
المرکز القائم للمثلث

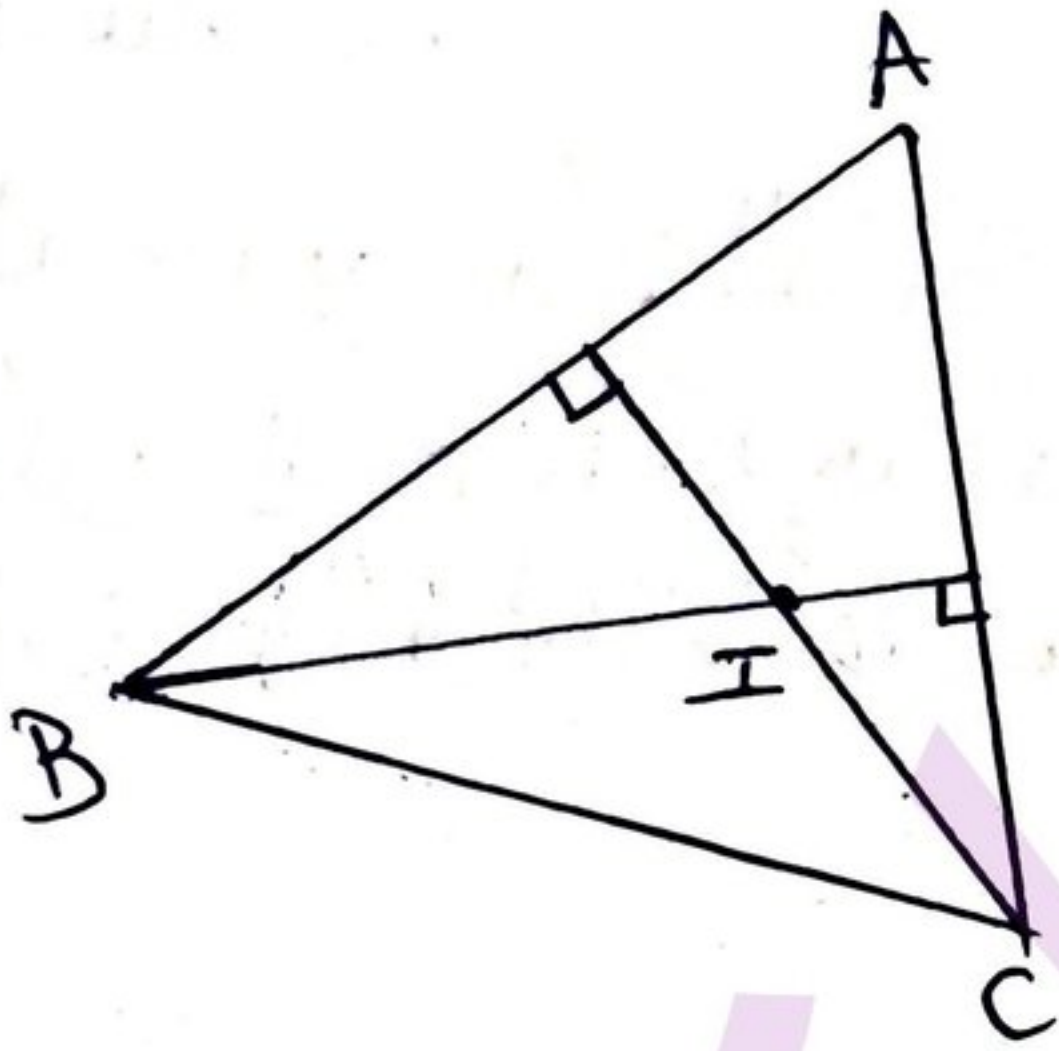
تطبيق:

لنعتبر المثلث ABC

(1) ماذا تمثل النقطة I بالنسبة إلى

المثلث ABC

(2) بين أن $(AI) \perp (BC)$



(1) لنا $(BI) \perp (AC)$ إذاً فإن $[BI]$ هو

المرتفع الحامل للارتفاع الصادر من B

ولنا $(CI) \perp (AB)$ إذاً فإن $[CI]$ هو قطعة المستقيم

الحامل للارتفاع الصادر من C وبما أن الارتفاعان الصادران من

B و C يتقاطعان في نقطة I إذاً فإن I تمثل المركز القائم

للمثلث ABC

(2) بما أن I تمثل المركز القائم للمثلث ABC فإن $[AI]$ هو قطعة

مستقيم الحامل للارتفاع الصادر من A وبالتالي فإن $(AI) \perp (BC)$

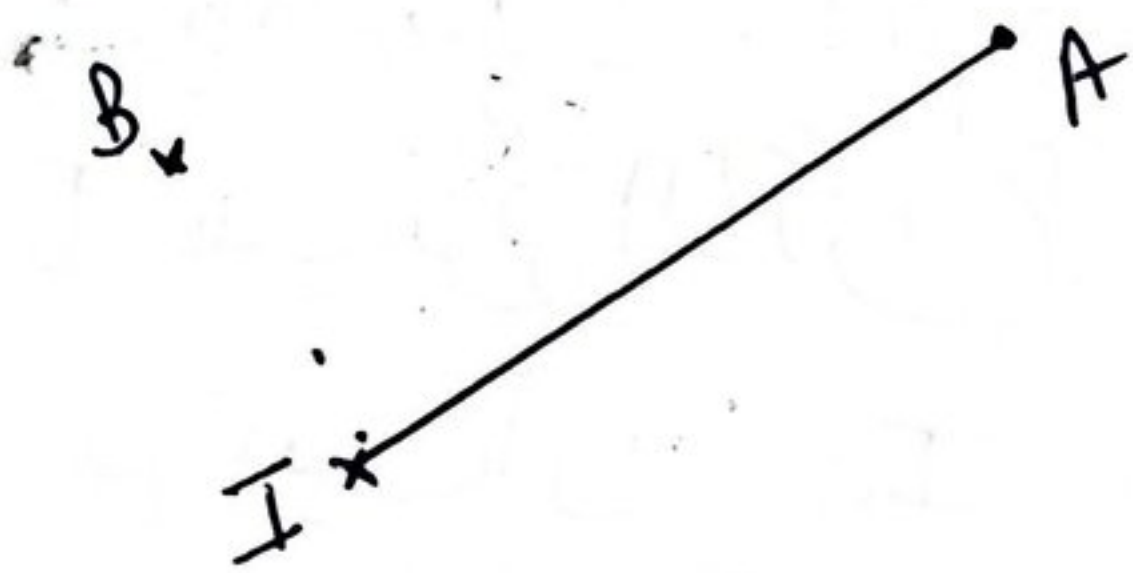
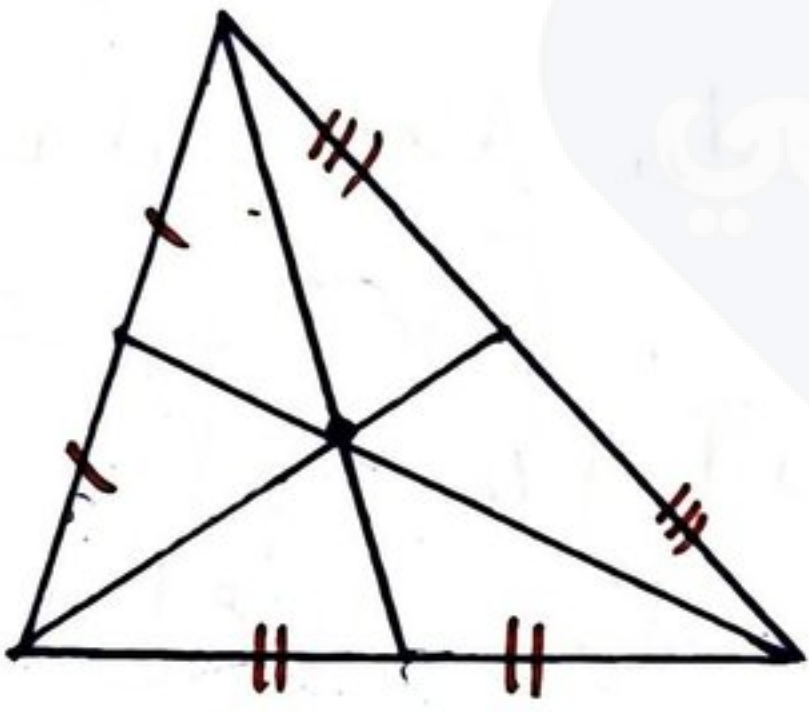
④ موسطات المثلث

← موسط المثلث هو قطعة المستقيم التي تصل أحد رؤوسه

بمنتصف الضلع المقابل لذلك الرأس

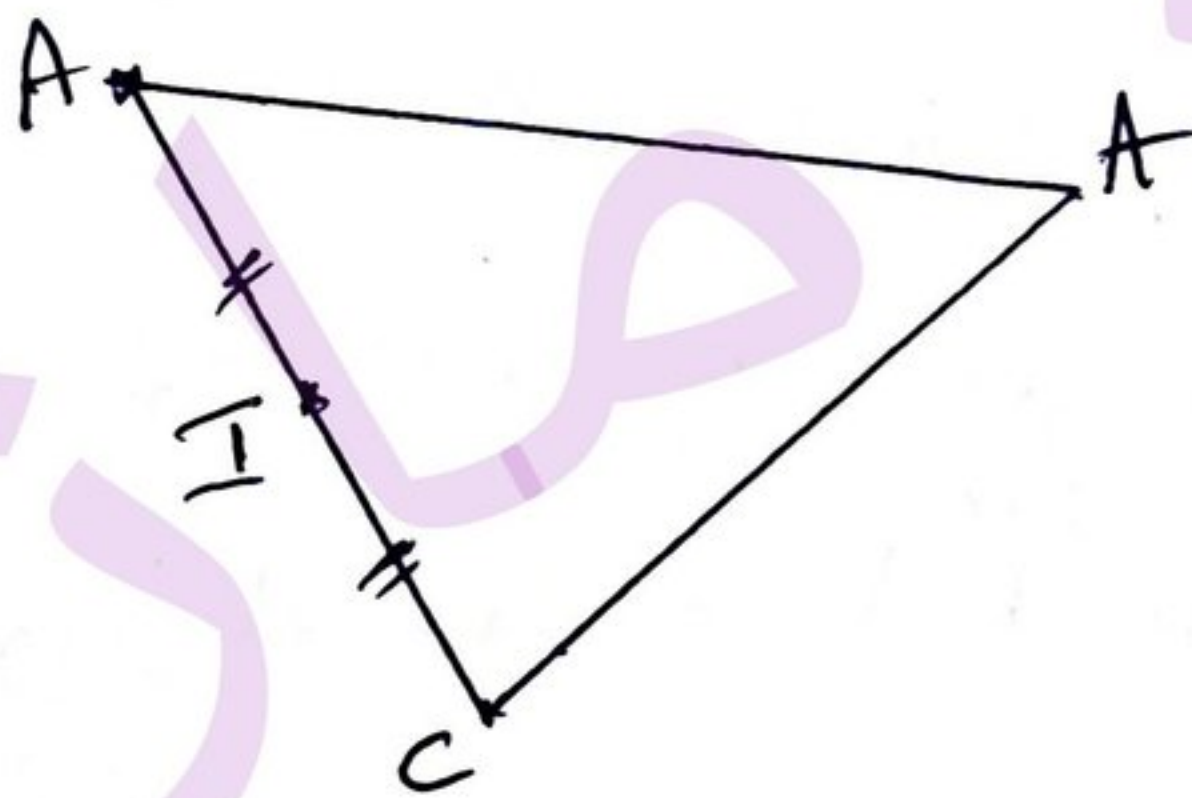
تتقاطع موسطات المثلث في نقطة تسمى مركز ثقل المثلث

كل موسط في مثلث يقسم المثلث الى مثلثين لهما نفس المساحة



تطبيقات:
ليكن الرسم التالي:
أرسم المثلث ABC كما كان موسطه
الهادر من A هو [AI]

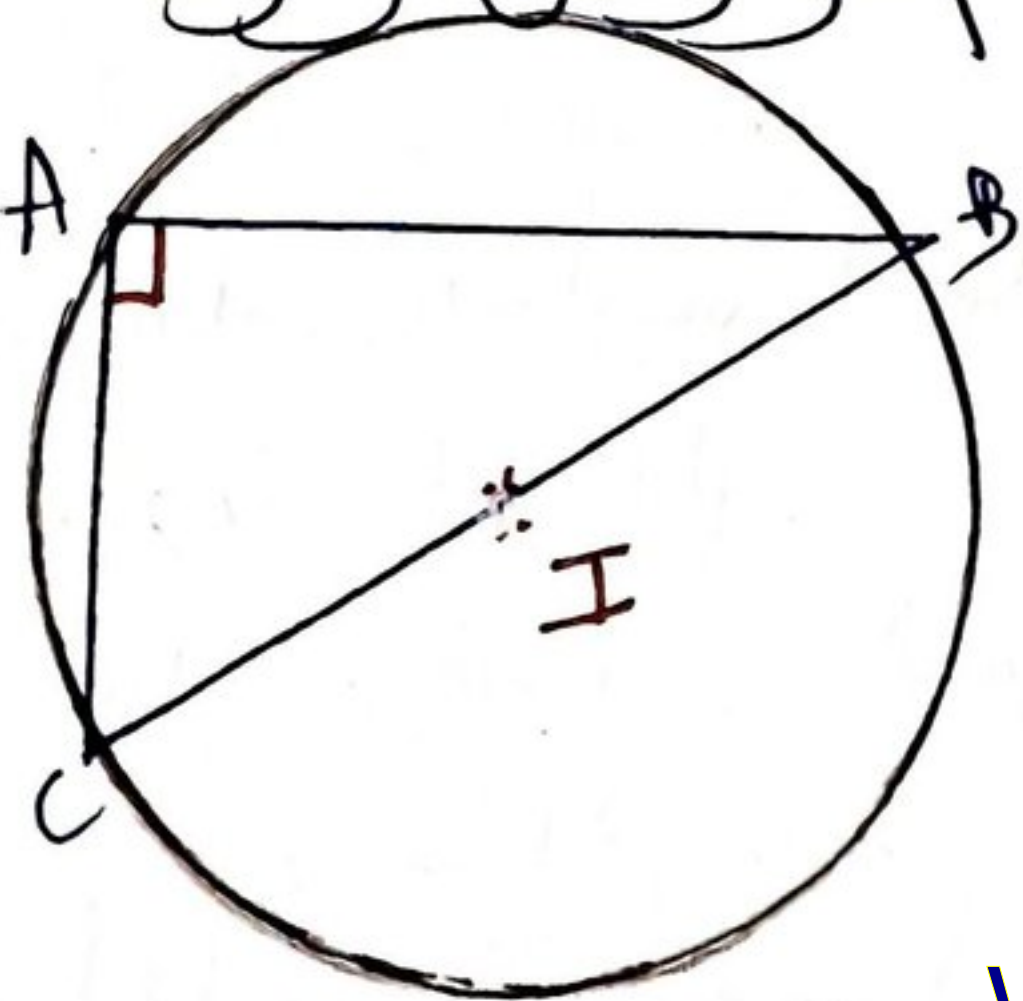
- نرسم النقطة C حيث I منتصف [BC] ثم نكمل رسم المثلث ABC



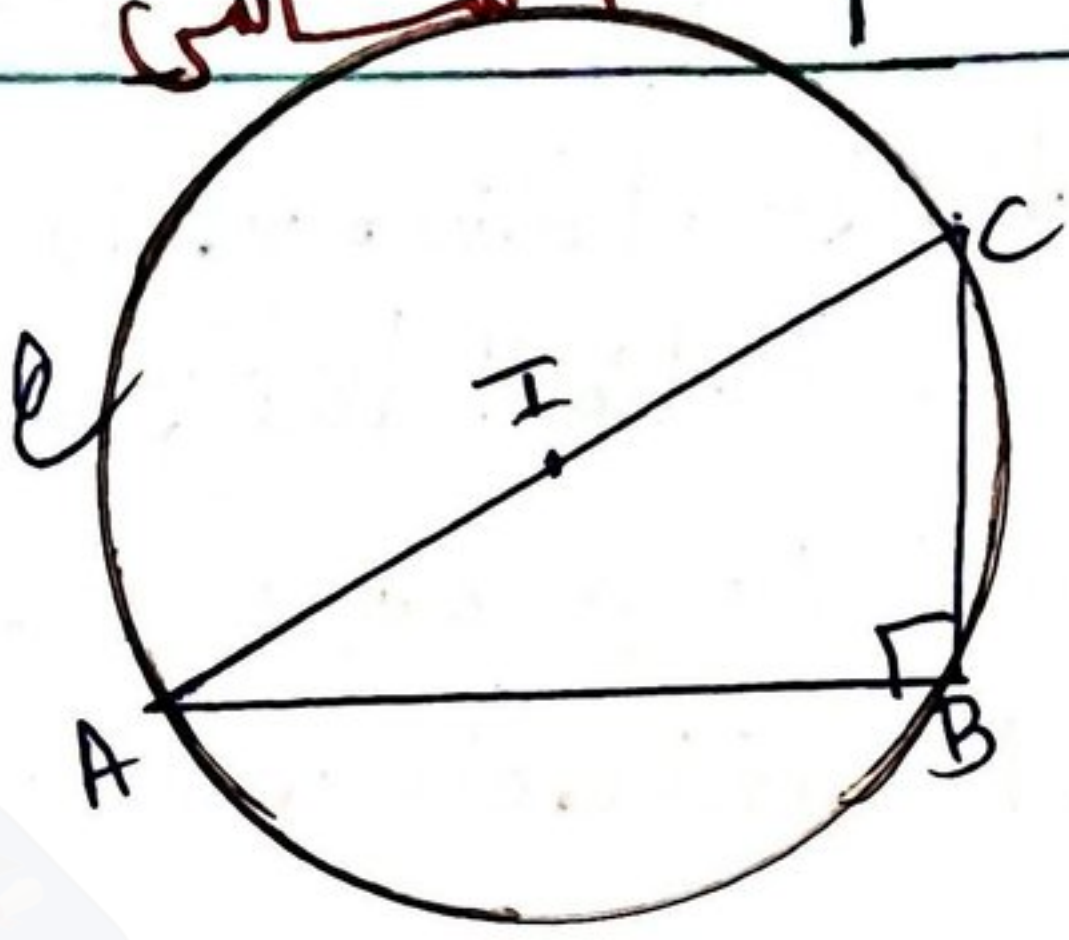
III المثلثات القائمة:

1 المثلث القائم:

← في المثلث القائم لدينا: - الزاويتان الحادتان متتامتان
- المركز القائم هو رأس الزاوية القائمة



في مثلث قائم منهف الوتر هو مركز الدائرة المحيطة به



تطبيق
ليكن ABC مثلث قائم في B و I منتصف $[AC]$.
① ماذا تمثل النقطة I ثم أرسم الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

② ABC مثلث قائم في B و I هي منتصف الوتر $[AC]$ إذاً I هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

③ بين أن $IB = IC$
← بما أن I هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC إذاً $IB = IC$.

④ المثلث المتقايس الفلعي

← في مثلث متقايس الفلعي لنا:

- الزاويتان المجاورتان للقاعدة متقايستان

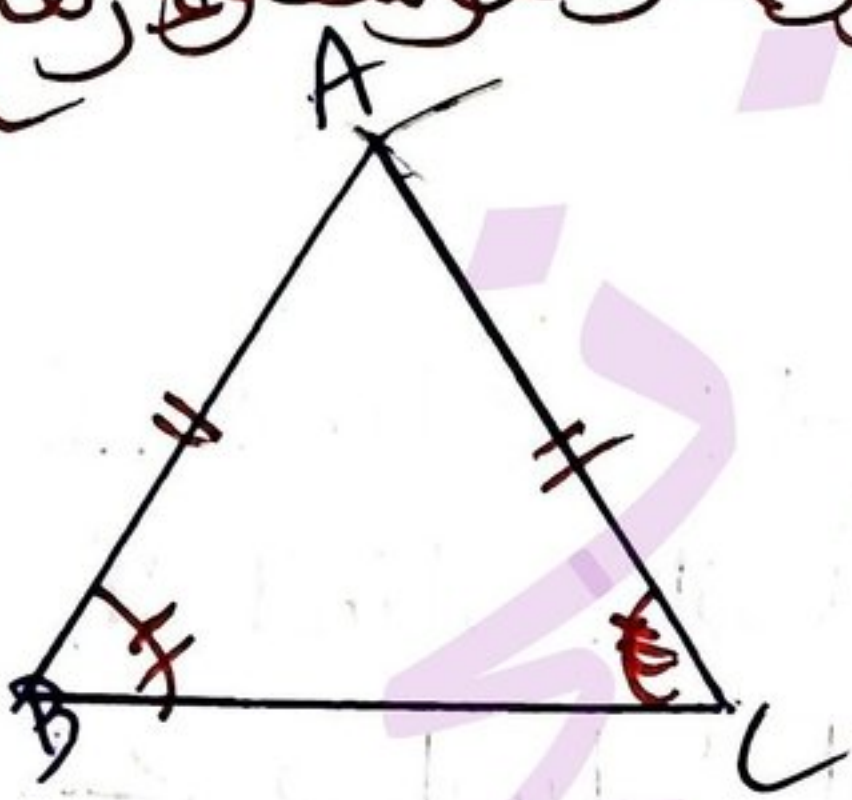
- المتوسط العمودي للقاعدة يمثل محور تماثل للمثلث

- المتوسط العمودي للقاعدة يحمل كلًا من منتصف الزاوية والارتفاع

العبارتين من القمة الرئيسية

← كل مثلث له زاويتان متقايستان

هو مثلث متقايس الفلعي



⑤ المثلث المتقايس الأضلاع:

- في مثلث متقايس الأضلاع تنطبق المستقيمتان المعنوية

الموازية لكل ضلع.

- تمثل المتوسطات العمودية للمثلث المتقايس الأضلاع

محور تماثل له

أضلاع الثلاثة متقايس وزواياها الثلاثة متقايس

