9

السنة التاسعة من التعليم الأساسي

كنوز للتّعليم

كنوز النجاح

الرياضيات

كتاب 1×4

1- ملخّصات شاملة ومركّزة لكلّ الدروس
2- تمارين متنوّعة ومتدرّجة
3- فروض تغطي كامل البرنامج
4- حلول مفصّلة وضافية

عبد الرحمان الميموني
متفقّد أوّل للمدارس الإعدادية والمعاهد

سليمة الفخفاخ المعالج
أستاذة أولى للتعليم الثانوي

مراد المهتلي
أستاذ تعليم ثانوي

KOUNOUZ EDITIONS
كنوز للنشر و التوزيع

رياضيات

التاسعة أساسي

★ ملخّصات شاملة و مركّزة لكلّ الدروس
★ تمارين و مسائل متنوّعة و متدرّجة
★ فروض مراقبة و تأليفية تغطي جميع الثلاثيات
★ حلول مفصّلة و ضافية

عبد الرحمان الميموني
متفقّد أوّل للمدارس الإعدادية و المعاهد

سليمة الفخفاخ المعالج
أستاذة أولى في الرياضيات

مراد المهتلي
أستاذ تعليم ثانوي

© كنوز للنشر و التوزيع

العنوان: 123 شارع الحبيب ثامر

8000 نابل، تونس

الهاتف: 822 223 72 (216+)

الفاكس: 922 223 72 (216+)

البريد الإلكتروني Kounouz.Edition@gnet.tn

الموقع www.kounouz-edition.com

المقدمة

كنوز النجاح سلسلة جديدة من الكتب الموازية تتوجّه إلى جميع المستويات الدّراسية في مختلف مجالات التّعلّم .و يتكون كتاب الرياضيات للسنة التاسعة من التعليم الأساسي من ثلاثة أقسام:

1- **القسم الأول** و يضمّ:

ملخّصات شاملةً مركزة لكافة الدروس تتناول مختلف المفاهيم بلغة مُيسّرة مُلائمة لمستوى المتعلّم الذّهني و المرحلة العمرية الّتي يمر بها مصحوبةً بأمثلة واضحةٍ دقيقةٍ مستمدة من بيئته.

أنشطةً و تمارينَ و مسائلَ متنوّعةً متدرجّة الصّعوبة لدعم المفاهيم الواردة بالدّرس ومراقبة استيعاب المحتويات المقررّة.

فأما الأنشطة فإنّها تستجيب لخصوصية مادة الرياضيات و تهدف إلى تحقيق الأهداف المميّزة لها كالملاحظة و التجريب باستعمال أجهزة متنوّعة و صياغة الفرضيات و جمع الوثائق و تحليلها.

و أما الأسئلة فتهدف إلى تحديد حصيلةٍ شاملةٍ لمكتسبات المتعلمين و تشخيص الصعوبات والثغرات و معالجة النقائص. تغطي هذه الأسئلة جميع المراقي العرفانية من تذكّرٍ و فهمٍ و حفظٍ وتطبيقٍ و تحليلٍ و تأليف.

2- **القسم الثاني** و يضمّ فروضَ مراقبةٍ و فروضًا تأليفيّةً متنوّعة تغطّي جميع الثلاثيّات. و تهدف هذه الفروض إلى مساعدة المتعلم على تقييم مكتسباته و الاستعداد لمختلف التقييمات.

3- **القسم الثالث**: و فيه:

- إصلاح جميع التمارين المقترحة بالقسم الأول من الكتاب.
- إصلاح جميع الفروض المدرجة بالقسم الثاني من الكتاب.

توظيف هذا الكتاب:

لإحكام التعامل مع هذا الكتاب نقترح المنهجية التالية:

1- عدم استباق الأستاذ في الدّروس، ليكون إنجازُ تمارين هذا الكتاب تاليا للدروس التي يقدمها الأستاذ في القسم.

2- يقوم التلميذ بحل التمارين معتمدا على نفسه و على ما تعلمه في القسم.

3- إذا أظهر التلميذ صعوبة في حل تمرين أو في استيعاب مفهوم فإنّه:

أ- يعود إلى الملخصات المدرجة في بداية كل درس يقرؤها ليتملك المفهوم و يستطيع عند ذلك حل التمرين.

ب- ينظر في الإصلاح للتثبت من صحة الحلّ إذا استطاع الإنجاز، أو للتنبه إلى الطرق الموصلة إلى الحلّ إذا عجز عن الإنجاز.

كما يستحسن ألّا ينجز التلميذ الفروض إلا بعد التعرض إلى مختلف الدروس المخصصة للثلاثي حتى يتمكن من الاستعداد المعرفي و النفسي للامتحانات.

أملنا أن نكون بهذا العمل قد وُفِّقنا إلى تقديم مساعدة حقيقية للأستاذ و الوليّ و التلميذ. وتعويلنا كبير على وعي الوليّ بدوره كشريك للمؤسّسة التربوية في إنجاح رهانات المنظومة التربويّة و في مساعدة منظوره على الارتقاء في سلّم المعرفة.

و الله وليّ التوفيق

الناشر

الدّرس 1: أنشطة في الحساب

ملخّص الدّرس

- **قابليّة القسمة على 2 و 3 و 4 و 5 و 8 و 9 و 25**

الأعداد الصّحيحة الطبيعيّة الّتي تقبل القسمة على 2 **(5)**

هي الأعداد الّتي يكون رقم آحادها 0 أو 2 أو 4 أو 6 أو 8 **(0 أو 5)**

مثال: أعداد تقبل القسمة على 2: $453\boxed{2}$ ؛ $7154\boxed{8}$

مثال: أعداد تقبل القسمة على 5: $3084\boxed{5}$ ؛ $24507\boxed{0}$

الأعداد الصّحيحة الطبيعية الّتي تقبل القسمة على 3 **(9)** هي الأعداد التي يكون مجموع أرقامها من مضاعفات 3 **(9)**

مثال: أعداد تقبل القسمة على 3: 912837 / $9+1+2+8+3+7=\boxed{30}$

12173985 ↓ من مضاعفات 3

أعداد تقبل القسمة على $\boxed{9}$: 4321827 / $4+3+2+1+2+8+7=\boxed{27}$

57813345 ↓ من مضاعفات 9

الأعداد الصّحيحة الطّبيعيّة الّتي تقبل القسمة على 4 **(25)** هي الأعداد الّتي يكون فيها العدد المتكوّن من الرقمين الأخيرين من مضاعفات 4 **(00 أو 25 أو 50 أو 75)**

مثال: أعداد تقبل القسمة على 4: $175\boxed{84}$ ؛ $5139\boxed{52}$ ؛

مثال: أعداد تقبل القسمة على 25 : $412\boxed{75}$ ؛ $375\boxed{25}$ ؛ $134\boxed{00}$

الأعداد الصّحيحة الطبيعيّة الّتي تقبل القسمة على 8 هي الأعداد الّتي يكون فيها العدد المتكوّن من الأرقام الثلاثة الأخيرة من مضاعفات 8

مثال: أعداد تقبل القسمة على 8: $157\boxed{008}$ ؛ $75137\boxed{168}$

من مضاعفات 8 من مضاعفات 8

- عددان صحيحان طبيعيّان x و y أوليّان فيما بينهما إذا كان 1 = ق م أ $(x\ ;\ y)$
- العدد الأوّلي هو عدد صحيح طبيعي أكبر من 1 له قاسمان فقط 1 و العدد نفسه.

قابليّة القسمة على 6 و 12 و 15

▪يكون العدد الصّحيح الطبيعي قابلا للقسمة على 6 إذا كان يقبل القسمة على 2 و 3.

مثال: أعداد تقبل القسمة على 6 : 75372 يقبل القسمة على 6 لأنّ 75372 رقم آحاده 2 يقبل القسمة على 2.

75372 مجموع أرقامه 24 = 2 + 7 + 3 + 5 +7 من مضاعفات 3 (يقبل القسمة على 3)

▪يكون العدد الصّحيح الطبيعي x قابلا للقسمة على 12 إذا كان x يقبل القسمة على 3 و 4.

مثال: لعدد يقبل القسمة على 12: 217$\boxed{56}$ يقبل القسمة على 12 لأنّ 21756 مجموع أرقامه 21= 6 + 5 + 7 + 1+2 و العدد 21 من مضاعفات 3.

21756 يقبل القسمة على 4 لأنّ 56 يقبل القسمة على 4

▪يكون العدد الصّحيح الطّبيعي قابلا للقسمة على 15 إذا كان يقبل القسمة على 3 و 5 .

▪مثال: لعدد يقبل القسمة على 15 / 218925 يقبل القسمة على 15 لأنّ 218925 يقبل القسمة على 5 لأنّ رقم آحاده 5 .

218925 يقبل القسمة على 3 لأنّ مجموع أرقامه 27 من مضاعفات 3.

كمّ مجموعة:

نقول عن مجموعة أنّها منتهية إذا كان عدد عناصرها محدود و يسمّى هذا العدد كمّ المجموعة:

مثال: D_{12} : تمثل مجموعة قواسم العدد 12

$D_{12} = \{1; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12 \}$

6 = كمّ (D_{12})

D_{12} هي مجموعة منتهية.

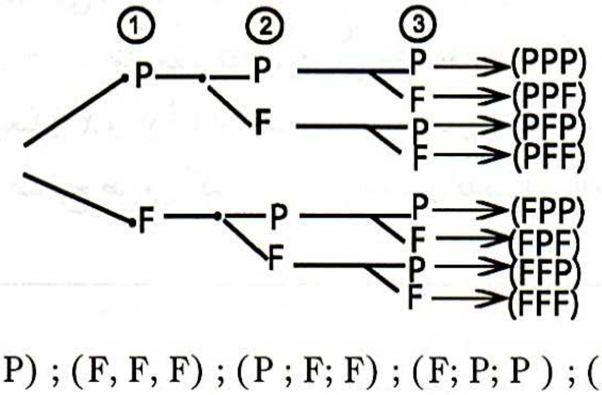
ملاحظة: مجموعتين منفصلتين لا يوجد عناصر مشتركة بينهما.

شجرة الاختيار:

▪مثال 1: لقطعة نقود وجهان نرمز لهما بـ P و F

نُلْقِي قِطْعَةَ النُّقُودِ ثَلاَثَةَ مرات و نسجّل في كلّ مرّة الوجه العلوي للقطعة.

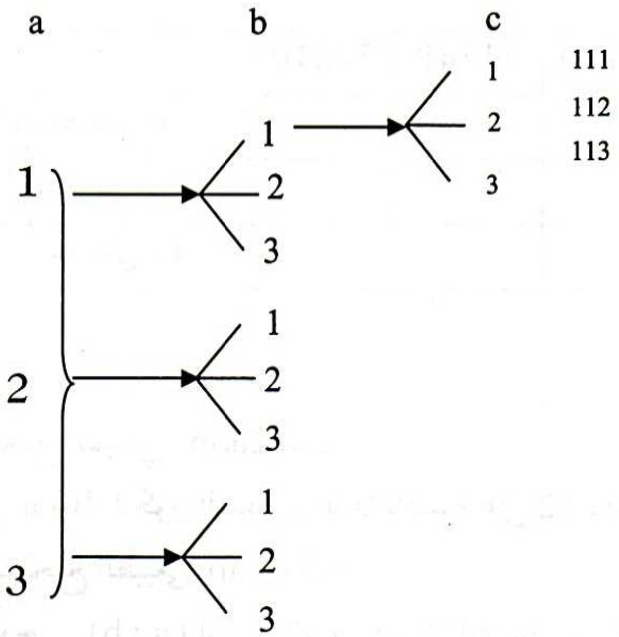
أعط بالإعتماد على شجرة الاختيار كلّ النتائج الممكنة



الإمكانيّات: (F; F; P) ; (F, P; F) ; (F; P; P) ; (P ; F; F) ; (F, F, F) ; (P; F; P)

(P;P;P) ; (P;P; F) ;

▪مثال 2: كم من عدد يتكوّن من ثلاثة أرقام باستعمال الأرقام 1 و 2 و 3
ليكن a رقم المئات ، b رقم العشرات و c رقم الآحاد.



عدد الإمكانيّات هو: $3\times3\times3=27$

تمارين للدّعم

تمرين عدد 1:

1) نعتبر العدد الصحيح الطبيعي $M = \overline{5a\,b2}$

أوجد الرقمين a و b ليكون العدد M قابلا للقسمة على 3 و 4 في آن واحد (قدّم جميع الحلول الممكنة)

2) نعتبر العدد الصّحيح الطّبيعي $N = \overline{3x\,7y}$

أ) أوجد الرّقمين x و y ليكون العدد N قابلا للقسمة على 2 و 3 في آن واحد

ب) أوجد الرّقمين x و y ليكون العدد N قابلا للقسمة على 2 و 3 و 5 في آن واحد.
(قدّم جميع الحلول الممكنة)

تمرين عدد 2:

1)أذكر الأعداد الأوليّة من بين الأعداد التّالية معلّلا جوابك.

117 ؛ 291 ؛ 137 ؛ 101

2) أ) بيّن أنّ العددين 100 و 63 أوّليّان فيما بينهما

ب) بيّن أنّ 2750 و 2751 عددان أوليّان فيما بينهما

3) بيّن أنّ كلّ عددين صحيحين طبيعيين متتالين أوليّان فيما بينهما.

تمرين عدد 3:

ضع العلامة (×) في الخانة المناسبة:

	54210	41748	11740	19875	7872	54973
يقبل القسمة على 6						
يقبل القسمة على 12						
يقبل القسمة على 15						

تمرين عدد 4:

ليكن العدد الصّحيح الطبيعي $x = 2a3b$

1) أوجد الرّقمين a و b ليكون العدد x قابلا للقسمة على 12 (قدّم جميع الحلول الممكنة)

2) ليكن العدد الصّحيح الطّبيعي $y = 513\ ab$

ابحث عن الزوج $(a\ ;\ b)$ ليكون العدد y قابلا للقسمة على 15 (قدّم جميع الحلول الممكنة)

تمرين عدد 5:

1) بيّن أنّ العدد 17 يقسم العدد 17000 .

2) بيّن أنّ العدد $A = 125^{22} - 7 \times 25^{32}$ يقبل القسمة على 15.

أ- هل أنّ العدد10956 يقبل القسمة على 3؟ لماذا؟

ب- إذا علمت أنّ $10956 = 11000 - 44$ استنتج أنّ العدد 18956يقبل القسمة على 11.

تمرين عدد 6:

1) بيّن أنّ العدد $a = 3^{32} + 4 \times 81^{8}$ يقبل القسمة على 15.

2) بيّن أنّ العدد $b = 3 \times 2^{7} + 2^{8} + 2^{9}$ يقبل القسمة على 6.

3) بيّن أنّ العدد :$C = 3^{31} + 2 \times 27^{10} + 9^{14} \times (2^{2} \times 25 - 1)$ يقبل القسمة على 12.

تمرين عدد 7:

x و y عددان صحيحان طبيعيّان يتكوّنان من 4 أرقام حيث $x > y$ و $x = a\,b\,c\,d$ و $y = d\,c\,b\,a$

(a و b و c و d أرقام)

بيّن أنّ العدد $x - y$ يقبل القسمة على 9.

تمرين عدد 8:

1)باقي قسمة عدد صحيح طبيعي a على 5 مساوٍ لخارج القسمة.

ابحث عن هذا العدد الصّحيح الطبيعي.

2)خارج قسمة عدد صحيح طبيعي b على 4 يساوي مرتين الباقي.

ما هو هذا العدد الصّحيح الطبيعي؟

(قدّم جميع الحلول الممكنة في ① و②)

تمرين عدد 9:

أوجد أصغر عدد صحيح طبيعي مخالف للصّفر إذا قسمته على 10 يبقى 9.

على 14 يبقى 13.

على 16 يبقى 15.

تمرين عدد 10:

1)أ- فكّك العددين 72 و 135 إلى جذاء عوامل أوليّة

ب- استنتج D_{72} ثمّ D_{135}

2)أتمم .... كمّ (D_{72})

.... كمّ (D_{135})

........كمّ $(D_{72} \cap D_{135})$

تمرين عدد 11:

نعتبر المجموعتين A و B حيث:

A : مجموعة مضاعفات العدد 2 الأصغر من 30

B : مجموعة مضاعفات العدد 3 الأصغر من 30

1)أكتب عناصر المجموعتين A و B

2) أتمّم ......= كمّ (A) ؛ .... = كمّ (B) ؛ .... = كمّ $(A \cap B)$

3) أستنتج .... = كمّ $(A \cup B)$

تمرين عدد 12:

باستعمال الأرقام 1 و 2 و 4 و 5 و 7 و باستعمال شجرة الإختيار:

1) ابحث عن عدد الأعداد الفرديّة المتكوّنة من 3 أرقام.

2) ابحث عن عدد الأعداد المتكوّنة من 3 أرقام مختلفة حيث رقم الآحاد 4.

3) ابحث عن عدد الأعداد الزّوجيّة المتكوّنة من 3 أرقام.

4) ابحث عن عدد الأعداد المتكوّنة من 3 أرقام مختلفة.

5) ابحث عن عدد الأعداد المتكوّنة من 6 أرقام مختلفة.

تمرين عدد 13:

1) لتكن A مجموعة الأعداد الزّوجيّة المتكوّنة من رقمين باستعمال الأرقام: 0 ، 1 ، 2، 5، 6.
أوجد كمّ (A).

2) B مجموعة الأعداد المتكوّنة من 3 أرقام حيث رقم عشراتها 2 باستعمال الأرقام: 0، 1، 2، 5، 6.
أوجد : كم (B).

تمارين الاختيار من متعدد:

اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة المقترحة

تمرين عدد1:

اختر الإجابة الصّحيحة من بين الإجابات التالية:

1) العدد $2^{18} - 2^{15}$ يقبل القسمة على:

☐ 7 ☐ 3 ☐ 5

2) العدد 123456789 يقبل القسمة على :

☐ 12 ☐ 3 ☐ 6

3) كلّ عدد صحيح طبيعي يقبل القسمة على 8 و 9 يقبل القسمة على:

☐ 98 ☐ 12 ☐ 89

4) باستعمال الأرقام 0 و 2 و 4 و 6 و 8 عدد الامكانيّات لتكوين عدد يتكوّن من 4 أرقام مختلفة هو:

☐ 120 ☐ 96 ☐ 625

تمرين عدد2:

أجب بصواب أو خطأ معلّلا جوابك:

1) كلّ عدد صحيح طبيعي زوجي مخالف لـ 2 هو غير أوّلي.

2) العدد الزّوجي الوحيد الأوّلي هو 2.

3) كل عدد فردي هو أوّلي.

4) كلّ عدد صحيح طبيعي قابلا للقسمة على 6 و 8 يقبل القسمة على 48.

5) العدد $3^{2010} + 3^{2011}$ يقبل القسمة على 4

6) العدد $2^{2010} + 2^{2011} + 2^{2012}$ يقبل القسمة على 7.

7) باقي مجموع عددين صحيحين طبيعيين متتاليين على 2 يساوي 1.

8) إذا كان a عدد صحيح طبيعي أوليّ أكبر من 2 فإنّ $a+1$ عدد غير أوّلي .

ملاحظة: إذا كانت الإجابة صحيحة بيّن ذلك.

إذا كانت الإجابة خطأ أعط مثالين يدعّمان جوابك

الدّرس2: مجموعة الأعداد الحقيقيّة

ملخّص الدّرس

$\mathbb{N}$: مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعيّة $\mathbb{N} = \{0;1;2;3;.......\}$

$\mathbb{Z}$ مجموعة الأعداد الصّحيحة النّسبيّة $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_- \cup \mathbb{Z}_+ \;;\; \mathbb{Z}_- \cap \mathbb{Z}_+ = \{0\}$

$\mathbb{Z}_+ = \{0;1;2;3;......\} = \mathbb{N}$

ID : مجموعة الأعداد العشريّة النّسبيّة $ID = ID_- \cup ID_+$

مثال: لأعداد عشريّة نسبيّة: $\frac{1}{50}$; $0,001$; $\frac{5}{-2};\frac{-3}{12}$; $(-2,3)$

$\mathbb{Q}$:مجموعة الأعداد الكسريّة النسبيّة $\mathbb{Q} = \mathbb{Q}_- \cup \mathbb{Q}_+ \;;\; \mathbb{Q}_- \cap \mathbb{Q}_+ = \{0\}$

ملاحظة:

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset ID \subset \mathbb{Q}$

- كل عدد صحيح طبيعي هو: عدد صحيح نسبي – عدد عشري – عدد كسري
- كل عدد صحيح نسبي هو: عدد عشري – عدد كسري
- كل عدد عشري : هو عدد كسري

-إذا كان a عدد صحيح طبيعي زوجي فإنّ a^2 عدد زوجي .

-إذا كان b عدد صحيح طبيعي فردي فإن b^2 هو عدد فردي.

الكتابة العشريّة لعدد كسري:

كلّ عدد كسري له كتابة عشريّة دوريّة إمّا منتهية أو غير منتهية

- **مثال:** لكتابة عشريّة دوريّة غير منتهية $\frac{1}{3} = 0,333 ..... = 0,\underline{3}$

نقول أنّ العدد الكسري $\frac{1}{3}$ له كتابة عشريّة دوريّة غير منتهية و دورها العدد 3.

$$\frac{-3}{22} = -0,1363636.... = -0,1\underline{36}$$

نقول أنّ العدد $\frac{3}{22}$ له كتابة عشريّة دوريّة غير منتهية و دورها 36.

- تعريف الدّور: الدّور هو العدد الّذي يتكرّر بصفة دوريّة بعد الفاصل.
- **مثال:** لكتابة عشريّة دوريّة منتهية

$$\frac{2}{5} = 0,4 = 0,40000000..... = 0,4\underline{0}$$

دور الكتابة الكسريّة $\frac{2}{5}$ هو 0

ملاحظة: - كلّ عدد عشري له كتابة عشريّة دوريّة منتهية : دورها هو 0.
- لكلّ عدد كسري كتابة عشريّة دوريّة.
- إذا كان لعدد ما كتابة عشريّة غير دوريّة و غير منتهية فهو عدد غير كسري و يسمّى: عدد أصمّ.

مثال: $\pi = 3,14159265 \ldots$

$x = 10,\ 11\ 12\ 13\ 14\ 15 \ldots$

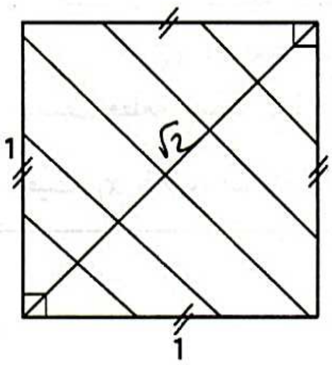
لا يوجد دور لهذه الكتابة و هي غير منتهية. إذن العدد x هو عدد أصمّ.
إتّحاد مجموعة الأعداد الكسريّة و مجموعة الأعداد الصّماء يساوي مجموعة الأعداد الحقيقيّة و نرمز لها بـ:

$\mathbb{R}$

ملاحظة:

$\mathbb{R} = \mathbb{R}_{-} \cup \mathbb{R}_{+}$

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset ID \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$



العدد $\sqrt{2}$ هو قيس طول ضلع مربّع مساحته 2.

$\sqrt{2}$ هو قيس طول قطر مربّع طول ضلعه 1

العدد $\sqrt{2}$ له كتابة عشريّة غير دوريّة و غير منتهية و بالتّالي هو عدد غير كسري يعني $\sqrt{2}$ هو عدد أصمّ
باستعمال الآلة الحاسبة $\sqrt{2} = 1,41\ 42\ 135 \ldots.$ العدد $\sqrt{2}$ هو عدد غير كسري

مثال لأعداد حقيقيّة و غير كسريّة:

$\sqrt{2} = 1,41\ 42\ 13\ 5 \ldots..$

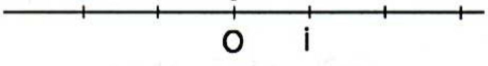
$\pi = 3,14159265 \ldots\ldots.$

$0,11\ 13\ 17\ 19\ 23 \ldots..$

ملاحظة: a عدد صحيح طبيعي. $\sqrt{a}$ هو عدد غير كسري إذا كان العدد a ليس مربعا كاملا.

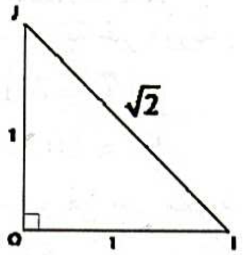
- تدرّيج مستقيم بواسطة الأعداد الحقيقيّة:

المستقيم العددي هو مستقيم مقترن بالمعين (O, I) مدرّج بواسطة الأعداد الحقيقيّة.
- النقطة O تمثّل أصل التدرّيج , $x_0 = 0$ (فاصلة النقطة O هي 0)
- النقطة I تمثل النقطة الواحديّة و $x_I = 1$ (فاصلة النقطة I هي 1)
- البعد OI يمثل طول وحدة التّدريج



المستقيم العددي

- **كيف نعيّن نقطة M على مستقيم مدرّج فاصلتها $\sqrt{2}$ ؟**
- بناء مثلث متقايس الضلعين و قائم الزاوية
- طول الضلعان المتقايسان 1 باعتبار وحدة التدريج.



باستعمال البركار نقيس طول الضلع [IJ] ثمّ نعيّنه على المستقيم المدرّج إنطلاقا من أصل التدريج O.

•البعد بين نقطتين M و N من مستقيم مدرج.
- $MN = |x_N - x_M|$ حيث : x_M فاصلة النقطة M.
x_N فاصلة النقطة N.

•فاصلة النقطة I منتصف قطعة المستقيم [MN] من مستقيم مدرّج
$x_I = \frac{x_M + x_N}{2}$ حيث x_I فاصلة النقطة I

تمارين للدعم

تمرين عدد 1:

1) نعتبر المجموعة E التالية:

$$E= \{\frac{-1}{3} ; \frac{1}{-2} ; \frac{3}{4} ; -\frac{2}{7} ; \frac{14}{35} ; \frac{-3}{120} ; 0 ; 3 ; 14 ; \frac{6}{2} ; -2 \}$$

أوجد عناصر المجموعات التّالية:

$E \cap \mathbb{N} =$ ...... ; $E \cap \mathbb{Z}_- =$.......... ; $E \cap ID =$ .... ; $E \cap \mathbb{Q}^* =$ ....

2)أتمّم بـ أو :

$\{ 5 ; -\frac{1}{3} ; \frac{-1}{2} ; 0; -2\}$......E

ID.....$\mathbb{Z}$; $\mathbb{Z}_-$.........$\mathbb{Q}_+$; $\mathbb{Q}_-$.........$\mathbb{Z}$

تمرين عدد 2:

a و b عددان صحيحان طبيعيّان حيث:

a= 12345678 و b = 12345679

1)أ- بيّن أنّ a هو عدد زوجي

ب – استنتج باقي قسمة العدد a^2 على 2

2)أ- علّل لماذا b هو عدد فردي ؟

ب- استنتج أنّ b^2 هو عدد فردي.

3)بيّن أنّ العدد $(123456789)^2 - 1$ يقبل القسمة على 2.

تمرين عدد 3:

ليكن a و b عددان صحيحان طبيعيّان

بيّن إذا كان العددان a و b أوليّان فيما بينهما فإنّ العدد الكسري $\frac{a}{b}$ مختزل إلى أقصى حدّ.

تمرين عدد 4:

نعتبر الكتابات العشريّة التّالية:

$$a = 0,123\ 123\ 123\ \ldots$$
$$b = 15,\ 121221222\ 1\ \ldots..$$
$$c = -127,\ 12\ 36\ 36\ 36\ \ldots.$$
$$d = 2,\ 6666\ \ldots$$

1)أذكر الكتابة الّتي تمثّل عددا كسريًا. علّل جوابك.

2) قارن بين $7,\underline{123}$ و $7,1\underline{23}$ و $7,12\underline{3}$

3)أعد كتابة العدد b حيث يكون فيه عدد الأرقام 20 على يمين الفاصل

أذكر كم مرّة يظهر الرّقم 2

تمرين عدد 5:

نعتبر العددين الكسريين x و y، حيث $x = \frac{25}{6}$ و $y = \frac{5}{6}$

1)أوجد الكتابة العشريّة الدّوريّة لكلّ من x و y ثمّ حدّد دورها.

2)بيّن أنّ $4,1\underline{6} + 0,8\underline{3} = 5$

3)أستنتج الكتابة العشريّة الدّوريّة للعددين $\frac{-11}{6}$ و $\frac{31}{6}$

تمرين عدد 6:

1)أ- أستعمل الآلة الحاسبة لإنجاز العمليّة $\frac{47}{13}$

ب-استنتج دور الكتابة $\frac{47}{13}$

ج-ما هو الرّقم الّذي رُتبته 1981212 في الكتابة $\frac{47}{13}$ بعد الفاصل؟ بيّن طريقة العمل.

2)في هذه الكتابة العشريّة $15,47\underline{235}$ ما هو الرّقم الّذي رتبته 2010 بعد الفاصل؟

3)أعط قيمة تقريبيّة للكتابة $4,\underline{52}$ بـ 3 أرقام بعد الفاصل ثمّ استنتج هل هي بالزّيادة أم بالنقصان.

4)رتّب تصاعديًا الأعداد $y=4,\underline{4615}$ و $z=4,\underline{46}$ و $t=4,46\underline{15}$ و $x=4,4615$

تمرين عدد 7:

1)نعتبر الكتابة التّالية $x=0,454545\ldots\ldots$

أ- بيّن أنّ العدد x هو عدد كسري

ب- أوجد الكتابة الكسريّة لهذا العدد.

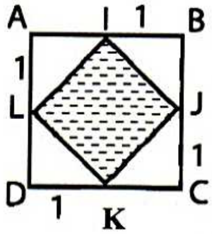
2)بيّن أنّ $0,\underline{3}+6,\underline{6}=7$ (البحث عن كتابتين كسريتّين)

تمرين عدد 8:

نعتبر مربّعا ABCD حيث AB = 3 cm و النّقاط I و J وK و L

تنتمي إلى [AB]و [BC] و [DC] و [AD] على التّوالي حيث: BI = CJ = DK = AL = 1

كما يوضّح الشكل:



1)أ- أثبت تقايس المثلثين IBJ و AIL

ب- أستنتج أنّ $A\hat{I}L+B\hat{I}J=90°$

2)أ- بيّن أنّ الرّباعي IJKL مربّعا ثمّ أحسب مساحته.

ب- استنتج قيس طول الضّلع IJ

3)استنتج طريقة لرسم قطعة مستقيم طولها $\sqrt{5}$

تمرين عدد 9:

أكمل الجدول التّالي بوضع علامة (×) في الخانة المناسبة:

العدد a	$5,2\underline{0}$	$6,\underline{6}$	$-\pi$	1,1010010001	-1,101001......	$-\sqrt{\frac{4}{9}}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{144}$
$a\in\mathbb{Q}$								
$a\in ID$								
$a\in\mathbb{N}$								
$a\in\mathbb{Z}_-$								
$a\in\mathbb{Q}_-$								
$a\in\mathbb{R}$								

تمرين عدد 10:

نعتبر المجموعة A التالية:

$$A=\{-\sqrt{5};\ \frac{7}{28};\ \pi;\ 0;\ \sqrt{0,49};\ \frac{-15}{3};\ 1,3\underline{26};\ \sqrt{2};\ -\sqrt{225}\}$$

أكتب عناصر المجموعات التّالية:

B: مجموعة الأعداد الكسريّة المنتمية إلى A
C: مجموعة الأعداد العشريّة الموجبة المنتمية إلى A.
D: مجموعة الأعداد الصمّاء المنتمية إلى A
E: مجموعة الأعداد الحقيقيّة الموجبة المنتمية إلى A
F: مجموعة الأعداد الصّحيحة النسبيّة المنتمية إلى A
G: مجموعة الأعداد الحقيقيّة المنتمية إلى A

تمرين عدد 11:

استعمل الرّموز " ∈" أو " ∉" أو "⊂" أو " " ثمّ أتمم الفراغات التّالية:

$$-\frac{9}{75}......ID \quad ; \quad \frac{\sqrt{4}}{3}........\mathbb{Q}_- \quad ; \quad 1.......\mathbb{R}$$

$$2,\underline{25}.....ID \quad ; \quad \pi........\mathbb{R}_- \quad ; \quad \sqrt{2}.......\mathbb{Q}_+ \quad ; \quad \sqrt{1296}.......\mathbb{N}$$

$$\{\frac{1}{5} ; \frac{-12}{125} ; \frac{7}{35} ; \sqrt{\frac{49}{64}} ; 0,2\} ....ID$$

$$\{-1 ; 0 ; \sqrt{3}\}.....\mathbb{R} \quad ; \quad \{0,3 ; 3,14 ; \frac{-\sqrt{2}}{3}\} .... \mathbb{Q}$$

تمرين عدد 12:

احسب :

$$\sqrt{5^2} \quad ; \quad \sqrt{36} \quad ; \quad \sqrt{\frac{625}{64}} \quad ; \quad \sqrt{12,96} \quad ; \quad \sqrt{\frac{4}{2^2\times 5^2}} \quad ; \quad \sqrt{2^6\times 3^2\times 5^2}$$

$$\sqrt{(7^2\times 3)^2} \quad ; \quad \sqrt{(-5)^2} \quad ; \quad \left(\sqrt{\frac{9}{4}}\right)^2 \quad ; \quad \sqrt{1-\frac{57}{121}} \quad ; \quad \frac{1}{2}-\sqrt{1-\frac{16}{25}} \quad ; \quad \sqrt{1+\frac{4}{2}+\frac{6}{25}}$$

تمرين عدد 13:

نعتبر مستقيما (Δ) مدرّجا بالمعيّن (O,I) حيث OI = 2 cm

1)عيّن النّقاط Aو B و C على (Δ) حيث :

$$x_C = 4,5 \text{ و } x_B = \frac{-5}{2} \text{ و } x_A = \sqrt{2}$$

2)أ- حدّد فاصلة النّقطة I معلّلا جوابك.

ب- بيّن أنّ النّقطة I منتصف [B C]

3)احسب البعد BC

4)احسب فاصلة النّقطة M من (Δ) حيث IM = BC و [IO) M

تمرين عدد 14:

ارسم مستقيما (Δ) مقترنا بالمعيّن (O ,I) حيث OI = 1 cm

1)أ- عيّن النّقاط Mو N و Pو L حيث :

$x_M = -2\sqrt{2}$ و $x_N = -4$ و $x_P = \frac{5}{2}$ و L منتصف [PN]

ب- احسب فاصلة النّقطة L.

2) لتكن النّقطة A من المستقيم (Δ) حيث I منتصف [AP].

أ- احسب فاصلة النّقطة A.

ب- احسب OM .

3) أوجد مجموعة النّقاط B من المستقيم (Δ) حيث AB = NP

تمارين الإختيار من متعدد:

اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة المقترحة

تمرين عدد1:

ضع العلامة (×) أمام الإجابة الصّحيحة:

1) كلّ عدد كسري مختزل إلى أقصى حدّ و القواسم الأوّليّة لمقامه 2 و 5 هو:

❑ عدد صحيح طبيعي ❑عدد عشري ❑ عدد أصمّ

2) كلّ عدد له كتابة عشريّة دوريّة و غير منتهية هو :

❑ عدد أصمّ ❑ عدد كسري ❑ عدد صحيح طبيعي

3) في الكتابة العشريّة التّالية $12,\underline{1154}$ الرّقم الّذي يكتب في الرّتبة 12751 بعد الفاصل هو

❑ 1 ❑ 4 ❑ 5

4) تقاطع مجموعة الأعداد الكسريّة و مجموعة الأعداد الصّماء هو :

❑ المجموعة $\mathbb{R}$ ❑المجموعة الفارغة ❑ المجموعة {0}

5) العدد $\left(\sqrt{2}\right)^2$ هو:

❑ عدد كسري ❑ عدد أصمّ

تمرين عدد2:

أجب بـ "صحيح" أو "خطأ ":

1) كلّ عدد كسري هو عدد حقيقي.

2) كل عدد حقيقي هو عدد كسري.

3) كلّ عدد أصمّ هو عدد كسري.

4) كل عدد له كتابة عشريّة غير دوريّة و غير منتهية هو عدد كسري.

5) كل عدد له كتابة عشريّة هو عدد كسري.

6) كل عدد له كتابة عشريّة دورها صفر هو عدد عشري.

7) كل عدد صحيح نسبي له كتابة عشريّة دوريّة.

8) كل عدد صحيح طبيعي هو عدد كسري.

الدّرس 3: العمليّات في مجموعة الأعداد الحقيقيّة

ملخَّص الدّرس

❖ **عمليّة الجمع في $\mathbb{R}$ هي:**

عمليّة تبديليّة:

مهما يكن العددان الحقيقيّان a و b فإنّ : a + b = b + a

مثال : $\sqrt{2}+\left(-2\sqrt{2}\right)=-2\sqrt{2}+\sqrt{2}$

$=-\sqrt{2}$

عمليّة تجميعيّة:

مهما تكن الأعداد الحقيقيّة a و b و c فإنّ :

$a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$

مثال: $-\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 1 = (-\sqrt{3} + 2\sqrt{3}) + 1$

$=\sqrt{3} + 1$ (تبقى كما هي لا يمكن اختصارها)

❖ **مجموع عددين متقابلين يساوي صفر:**

مثال: $(-3)+3=0$

$\left(-\sqrt{2}\right)+\left(\sqrt{2}\right)=0$

إذا كان a و b عددان حقيقيّان حيث $a + b = 0$ فإنّ العدد a مقابل b

كلّ عدد حقيقي a له مقابل نرمز له بـ (a -)

مثال:

✓مقابل $\sqrt{2}-1$ هو $-\left(\sqrt{2}-1\right)=-\sqrt{2}+1=1-\sqrt{2}$

✓مقابل $\sqrt{3}+\pi$ هو $-\left(\sqrt{3}+\pi\right)=-\sqrt{3}-\pi$

ملاحظة:

a و b عددان حقيقيّان

مقابل (a + b) هو $-a-b$

مقابل (a-b) هو b-a

❖ لحساب عبارات عدديّة أو حرفيّة بها عمليّات جمع و طرح في مجموعة الأعداد الحقيقيّة نطبّق نفس الخاصيّات و التّقنيّات المعتمدة في مجموعة الأعداد الكسريّة.

مهما تكن الأعداد الحقيقيّة a و b و c فإنّ:

$a-b=a+(-b)$ ؛ $a-(b-c)=a-b+c$

$-(-a)=a$ ؛ $a-(b+c)=a-b-c$

$-(a-b)=-a+b$ ؛ $-(a+b)=-a-b=(-a)+(-b)$

ملاحظة: عند تغيير ترتيب حدود يجب أن يحتفظ كلّ حدّ بالعلامة الّتي تسبقه.

❖ عملية الضرب في $\mathbb{R}$ هي:

عملية تبديليّة: مهما يكن a و b عددان حقيقيّان فإن: $a \times b = b \times a$

مثال: $(-2) \times (3) = 3 \times (-2) = -6$

$$\left(\frac{-3}{2}\right)\times\left(\frac{-2}{5}\right)=\left(\frac{-2}{5}\right)\times\left(\frac{-3}{2}\right)=\frac{3}{5}$$

- جذاء عددان حقيقيّان لهما نفس العلامة هو عدد موجب
- جذاء عددان حقيقيّان لهما علامتان مختلفتان هو عدد سالب

عمليّة تجميعيّة:

مهما تكن الأعداد الحقيقيّة a و b و c فإنّ:

$$a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

مثال: $2\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=(2\times\sqrt{2})\times\sqrt{2}=2\times\left(\sqrt{2}\times\sqrt{2}\right)=4$

$$\sqrt{2}\times\frac{1}{2}\times\sqrt{2}=\left(\sqrt{2}\times\sqrt{2}\right)\times\frac{1}{2}=2\times\frac{1}{2}=1$$

(توظيف الخاصّيتين التبديليّة و التجميعيّة)

عمليّة توزيعيّة على الجمع و الطّرح.

مهما تكن الأعداد الحقيقيّة a و b و c فإنّ:

عمليّة النّشر:

$$a\times(b+c)=ab+ac$$
$$a\times(b-c)=ab-ac$$

عمليّة التفكيك

مثال: $\frac{1}{3}\sqrt{2}-\frac{2}{5}\sqrt{2}=\sqrt{2}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{2}{5}\right)=\sqrt{2}\times\left(\frac{5}{15}-\frac{6}{15}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{15}$

$$\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}=\sqrt{3}\times(1+1+1)=3\sqrt{3}$$

ملاحظة:

نشر عبارة يعني حذف الأقواس.

مثال: $\sqrt{2}\times\left(-\sqrt{2}+1\right)=-\sqrt{2}\times\sqrt{2}+\sqrt{2}\times1=-2+\sqrt{2}$

تفكيك عبارة يعني البحث عن العامل المشترك ثمّ الكتابة في صيغة جذاء.

مثال:

$$-\frac{1}{2}\sqrt{3}+\sqrt{3}-\frac{1}{5}\sqrt{3}=\sqrt{3}\times\left(-\frac{1}{2}+1-\frac{1}{5}\right)$$
$$=\sqrt{3}\times\left(-\frac{5}{10}+\frac{10}{10}-\frac{2}{10}\right)=\sqrt{3}\times\frac{3}{10}$$

مقلوب عدد حقيقي a مخالف لصفر هو العدد الحقيقي $\frac{1}{a}$

مقلوب العدد $\sqrt{2}$ هو $\frac{1}{\sqrt{2}}$

مقلوب العدد $\frac{\sqrt{3}}{2}$ هو $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

-إذا كان a و b عددان حقيقيّان مخالفان للصّفر حيث $a \times b = 1$ فإنّ العدد a هو مقلوب العدد b.

ملاحظة:

-إذا كان $a \times b \in \mathbb{R}_+$ فإنّ a و b لهما نفس العلامة

-إذا كان $a \times b \in \mathbb{R}_-$ فإنّ a و b لهما علامتان مختلفتان

-إذا كان $a + b = 0$ فإنّ a و b متقابلان

-إذا كان $a - b = 0$ فإنّ a و b متساويان

-إذا كان $a \times b = 1$ فإنّ a مقلوب b

-إذا كان $a \times b = 0$ فإنّ $a = 0$ أو $b = 0$

❖ القيمة المطلقة لعدد حقيقي:

القيمة المطلقة لعدد حقيقي موجب يساوي العدد نفسه

العدد نفسه = |عدد موجب|

القيمة المطلقة لعدد حقيقي سالب يساوي مقابل العدد

مقابله = |عدد سالب|

مهما يكن العددان الحقيقيّان a و b فإنّ :

$$|a \times b| = |a| \times |b|$$

مثال: $|-2x| = |-2| \times |x| = 2 \, . \, |x|$

إذا كان a و b عددان حقيقيّان حيث b مخالف لصفر فإنّ : $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$

مثال: $\frac{|2\pi - 6|}{|3 - \pi|} = \left|\frac{2(\pi - 3)}{-(\pi - 3)}\right| = |-2| = 2$

❖ **قسمة عدد حقيقي على عدد حقيقي مخالف لصفر:**

مهما تكن الأعداد الحقيقيّة a و b و c و d حيث b و c و d مخالفة للصفر فإنّ : $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$

مثال:

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3}{4}$$

حساب عبارات بها جذور تربيعيّة.

- مهما يكن العددان الحقيقيّان a و b الموجبان.

$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ / $\sqrt{a}=\sqrt{b}$ يعني $a=b$

مثال:

$$\sqrt{2}\times\sqrt{8}=\sqrt{2\times8}=\sqrt{16}=4$$
$$\sqrt{80}=\sqrt{16\times5}=\sqrt{16}\times\sqrt{5}=4\sqrt{5}$$
$$\sqrt{12}=\sqrt{4\times3}=\sqrt{4}\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$$

- مهما يكن العددان الحقيقيّان الموجبان a و b حيث b مخالف لصفر : $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

مثال: $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{50}}=\sqrt{\frac{18}{50}}=\sqrt{\frac{9\times2}{25\times2}}=\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5}$

- مهما يكن العدد الحقيقي x فإنّ: $\sqrt{x^2}=|x|$

مثال: • أوجد x حيث: $\sqrt{(2x+1)^2}=3$ يعني $|2x+1|=3$

يعني

$2x+1=-3$ أو	$2x+1=3$
$2x=-4$	$2x=2$
$x=-2$	$x=1$

• أوجد x حيث $\sqrt{x}=2$

يعني $\sqrt{x}=\sqrt{4}$ يعني $x=4$

• أوجد x حيث $\sqrt{|x|+1}=2$

يعني: $\sqrt{|x|+1}=\sqrt{4}$

يعني : $|x|+1=4$ يعني $|x|=3$

إذن $x=-3$ أو $x=3$

مثال: لإختصار جذور تربيعيّة

$$\sqrt{8}+\sqrt{72}=\sqrt{2^2\times2}+\sqrt{2^2\times2\times3^2}$$
$$=2\sqrt{2}+2\times3\sqrt{2}=2\sqrt{2}+6\sqrt{2}=8\sqrt{2}$$
$$\sqrt{12}+\sqrt{8}+\sqrt{18}-\sqrt{75}=\sqrt{2^2\times3}+\sqrt{2^2\times2}+\sqrt{3^2\times2}-\sqrt{5^2\times3}$$
$$=2\sqrt{3}+2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-5\sqrt{3}=5\sqrt{2}-3\sqrt{3}$$

- التناسب (تذكير) :

إذا كان a و b عددان حقيقيّان مناسبان طردًا مع c و d فإنّ : $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}=\frac{a+b}{c+d}=\frac{a-b}{c-d}$

$\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ يعني $ad=bc$ (جذاء الطّرفين يساوي جذاء الوسطين)

تمارين للدّعم

تمرين عدد 1:

1) أوجد مقابل كل عدد من الأعداد التالية :

$$\sqrt{3}-1 \ ; \ 1+\sqrt{3} \ ; -\left(-\frac{1}{2}\right) \ ; \ \sqrt{2}$$

2) نعتبر الأعداد الحقيقيّة التّالية

$$a=1+\sqrt{2} \ ; b=-\sqrt{2}-1 \ ; \ c=1-\sqrt{2} \ ; d=\sqrt{2}-1$$

أ- احسب $a+b \ ; a+c \ ; c+b \ ; c+d$

ب- استنتج مقابل كلّ من العددين a و c

ج- دون القيام بالعمليّة بيّن أنّ: $(a+c)+(b+d)=0$

3) ليكن x و y عددان حقيقيّان أتمم :

مقابل $x-y$ هو ....

مقابل $x+y$ هو ....

تمرين عدد 2:

اختصر العبارات التّالية :

$$A=-\pi-\left(\sqrt{2}-\pi\right)$$

$$B=-\left(\pi-3{,}14-\sqrt{5}\right)+\left(1-\sqrt{5}\right)$$

$$C=\left(\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)-1$$

$$D=\left(\frac{-2}{7}-1\right)-\left(\sqrt{7}-\frac{2}{7}\right)$$

$$E=\left(\frac{-5}{3}+\sqrt{2}\right)-\left[\left(\sqrt{2}-\frac{5}{3}\right)-\sqrt{3}\right]-\left(\sqrt{3}+\frac{4}{7}\right)$$

$$F=-\left(5\sqrt{5}-3\right)-\left(-7\sqrt{5}+5\right)+\left(2\sqrt{5}+2\right)$$

تمرين عدد 3:

نعتبر العبارتين a و b حيث x و y عددان حقيقيّان :

$$a=(1-\sqrt{2})-\left[\left(\sqrt{3}-1\right)-\sqrt{2}\right]$$

$$b=(-x+\sqrt{3})-\left(y-x-\sqrt{5}\right)+\left[\left(y-\sqrt{5}\right)-2\right]$$

بيّن أنّ a مقابل b

تمرين عدد 4:

ليكن a و b عددان حقيقيّان حيث $b-a=-\sqrt{2}$

1) احسب b إذا علمت أنّ $a=-1+\sqrt{2}$

2) اختصر العبارة Eبعد حذف الأقواس و المعقوفات

$$E=-\left(\sqrt{2}-b\right)-\left[b-\left(a-\frac{3}{2}\right)\right]-\left(b-\frac{1}{2}\right)+1$$

تمرين عدد 5:

لتكن العبارة F التالية حيث aو b عددان حقيقيان

$$F=-b+\left[\left(\sqrt{3}-a\right)-\sqrt{2}\right]-\left[-\left(\sqrt{2}+b\right)+(1-b)\right]$$

1) بيّن أنّ : $F=b-a+\sqrt{3}-1$

2) أ- احسب العبارة F علما أنّ : $a=\sqrt{2}-1$ و $b=\sqrt{2}$

ب-أحسب F إذا كان aو b متقابلان و $a=\sqrt{3}$

3) استنتج قيمة $b-a$ إذا كانت $F=\sqrt{3}$

تمرين عدد 6:

نعتبر العبارة X التّالية حيث aو b عددان حقيقيّان :

$$X=(a-1)-\left[\left(1-\sqrt{5}\right)\right]-\left[-(2-b)\right]$$

1) بيّن أنّ : $X=a-b+\sqrt{5}$

2) احسب X إذا علمت أنّ: $b-a=-\sqrt{5}$

3) أوجد العدد الحقيقي a إذا كان X و (b-1) متقابلان.

تمرين عدد 7:

احسب الجذاءات التالية:

$$*\ 2\sqrt{2}\times\left(\frac{3}{2}\times\sqrt{2}\right)$$

$$*\left(\frac{1}{3}\times\sqrt{3}\right)\times\left(-3\sqrt{3}\right)$$

$$*\pi\times\frac{1}{5}\times\left(\frac{-1}{3\pi}\right)\times15$$

$$*\left(-5\times\sqrt{2}\right)\times\frac{2}{5}\times\sqrt{2}$$

$$*\frac{-3}{2}\times\sqrt{2}\times\left[\frac{2}{15}\times\left(-2\sqrt{2}\right)\right]$$

تمرين عدد 8:

1) انشر ثمّ اختصر العبارات التّالية:

- $a=-2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-1\right)+\sqrt{3}\left(3-\sqrt{3}\right)$
- $b=5\left(\sqrt{2}+1\right)-2\sqrt{2}\left(5\sqrt{2}+1\right)$
- $c=\left(\sqrt{2}-1\right)\times\sqrt{2}-\left(\sqrt{2}+1\right)\left(1-\sqrt{2}\right)$
- $d=\frac{1}{2}\times\left(\sqrt{3}-1\right)\times\left(\sqrt{3}+1\right)$
- $e=2\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+1\right)-3\sqrt{5}$

2) بيّن أنّ x مقلوب y في الحالات التّالية:

أ) $x=\sqrt{2}-1$ و $y=\sqrt{2}+1$

ب) $y=\frac{1}{2}\times\left(2+\sqrt{2}\right)$ و $x=(-\sqrt{2}+2)$

ج) $x=-\frac{1}{2}\left(1-\sqrt{3}\right)$ و $y=1+\sqrt{3}$

د) $x=(\sqrt{2}-1)(2\sqrt{2}+1)-\sqrt{2}$ و $y=(4-\sqrt{2})-\left(1-3\sqrt{2}\right)$

تمرين عدد 9:

ليكن العددان الحقيقيان: $a=\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $b=\sqrt{2}$

1) بيّن أنّ a مقلوب b.

2) أ) أختصر العبارتين x و y

$$x=4+a\sqrt{2}-a\left(\sqrt{2}+2\right)\times b \qquad y=-(a+b)\times b+\sqrt{2}$$

ب) بيّن أنّ x مقابل y

تمرين عدد 10:

لتكن العبارة I التّالية:

$$I=\sqrt{2}-\left[\sqrt{3}-\left(\sqrt{5}-\frac{2}{3}\right)+\frac{4}{3}\right]+\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)$$

1) بيّن أنّ: $I=-2+\sqrt{2}$

2) أ) احسب $I\times\left(\sqrt{2}+2\right)$

ب) بيّن أنّ: $I\in\mathbb{R}_-$

ج) احسب $|I|$

3) ليكن x عدد حقيقي حيث I و $\left(\sqrt{2}+x\right)$ متقابلان

أوجد العدد الحقيقي x .

تمرين عدد 11:

1) أتمم الفراغات بـ $\mathbb{R}_-$ أو $\mathbb{R}_+$ (حيث $a\in\mathbb{R}_-$) :

• $3 - a \in$	• $3{,}14-\pi \in$ ......
• $-1{,}4+\sqrt{2} \in$	• $-1+\sqrt{2} \in$ ....
• $\frac{22}{7}-\pi \in$	• $\sqrt{2}-\sqrt{3} \in$ ....
• $-\sqrt{2}+2\sqrt{2} \in$	• $-\sqrt{2}+a \in$ ....
• $\frac{-a}{\sqrt{2}-1} \in$	• $\frac{a}{1-\sqrt{3}} \in$ ....

2) اختصر ما يلي:

$$A=\left|1-\sqrt{2}\right|+\left(1-\sqrt{2}\right)$$

$$B=-\left|3-\sqrt{3}\right|-\left|3-\pi\right|$$

$$C=(-1+\sqrt{2})-\left|\sqrt{2}-\sqrt{3}\right|-\left|-1+3\right|$$

$$D=\left|\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}\right|-\frac{1}{\left|\sqrt{2}+1\right|}$$

$$E=\left|\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}-\frac{1}{\sqrt{2}+1}\right|$$

تمرين عدد 12:

اختصر العبارات التالية

$a=-3\sqrt{2}+\sqrt{8}-\sqrt{32}$

$b=\sqrt{20}-\sqrt{45}+5\sqrt{5}$

$c=2\sqrt{125}-3\sqrt{75}+\sqrt{500}$

$d=\sqrt{125}-\sqrt{5}$

$e=-\sqrt{20}+3\sqrt{3}\times\sqrt{15}-6\sqrt{5}$

$f=-\sqrt{50}+\sqrt{32}+\sqrt{72}$

$g=-2\sqrt{18}+\sqrt{200}-\sqrt{8}$

$h=\sqrt{8}+\sqrt{12}-\sqrt{27}+\sqrt{2}$

$i=-\sqrt{162}-\sqrt{12}+\sqrt{50}+\sqrt{27}$

$j=\sqrt{\frac{50}{63}}\times\sqrt{\frac{7}{2}}$

$k=\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{45}}\times\sqrt{\frac{16}{7}}\times\sqrt{\frac{7}{9}}$

تمرين عدد 13:

بيّن أنّ x مقلوب y في كلّ حالة من الحالات التّالية:

أ) $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $y=\frac{\sqrt{8}}{2}$

ب) $x=(3-2\sqrt{2})$ و $y=3+2\sqrt{2}$

ج) $x = 2\sqrt{7} - 3\sqrt{3}$ و $y = \sqrt{28} + \sqrt{27}$

د) $x = \sqrt{80} + \sqrt{81}$ و $y = 9 - 2\sqrt{20}$

هـ) $y = 2\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{75} + \sqrt{11}$ و $x = 2\sqrt{3} - \sqrt{11}$

تمرين عدد 14:

أوجد العدد الحقيقي x في كلّ حالة من الحالات التّالية:

- $|x| - \frac{1}{2} = \frac{-1}{3}$
- $|x + \pi| = \pi$
- $\sqrt{5}x - 5 = 0$
- $-x + \sqrt{2} = 0$
- $x \times (1 + \sqrt{2}) = 1$
- $\sqrt{2x - 1} = 2\sqrt{3}$
- $\sqrt{x} = 2\sqrt{2}$
- $|x| - \pi = -3{,}14$
- $|x - \sqrt{2}| = 2\sqrt{2}$
- $\sqrt{2}x - \sqrt{2} = \sqrt{2}$
- $(x + \sqrt{2}) + 1 = 0$
- $\sqrt{(\sqrt{2}x - 3\sqrt{2})^2} = \sqrt{8}$
- $(2x - 1)^2 = 9$
- $-x \times \sqrt{2} = 1$

تمرين عدد 15:

اكتب العبارات التّالية حيث يكون مقامها عدد صحيح

$a = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}$	$c = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1}$	$e = \frac{2\sqrt{2} + 3}{-2\sqrt{2} + 3}$	$g = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} - \frac{\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$
$b = \frac{3\sqrt{3} - 6}{\sqrt{3} - 2}$	$d = \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$	$f = \frac{5\sqrt{5} - 10}{3\sqrt{5}}$	$h = \frac{\frac{\sqrt{5} - 2}{\sqrt{5} - 1}}{\frac{\sqrt{5} + 2}{2\sqrt{5} - 2}}$

تمرين عدد 16:

نعتبر العبارتين a و b حيث x عدد حقيقي:

$$a = 2\sqrt{81x^2(2 - 4x)^2} - 3\sqrt{25(2x - 1)^2} \quad ; \quad b = \sqrt{(-5)^2} - \sqrt{(-2 + 5)^2} + \sqrt{(-2)^2}$$

1) احسب العبارة b.

2) أ) بيّن أنّ: $a = 3|1 - 2x|(12|x| - 5)$

ب) احسب القيمة العدديّة للعبارة a إذا كان: $x = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

ج) احسب القيمة العدديّة للعبارة a إذا كان: $|x| = 2$ و $|2x^2 - x| = 6$ دون حساب قيمة x.

تمرين عدد 17:

نعتبر العدد الحقيقي x حيث $|x| = 6$ و $|x - 1| = 7$ دون البحث عن قيمة العدد x أوجد قيمة كلّ من $|x^2 - x|$ و $\sqrt{(x^2 - x)^2}$

تمرين عدد 18:

نعتبر العبارتين التّاليتين A و B حيث :

$$A=\left(2-\sqrt{3}\right)\left(4+\sqrt{3}\right)-2-\sqrt{3} \quad ; \quad B=3-\sqrt{50}+\sqrt{8}$$

1) بيّن أنّ : $A=3\left(1-\sqrt{3}\right)$ و $B=3\left(1-\sqrt{2}\right)$

2) أحسب $A \times B$

3) بيّن أنّ: $\left[-A\left(\sqrt{3}+1\right)-B\left(\sqrt{2}+1\right)\right]\times 2^{2010}$ يقبل القسمة على 12.

تمرين عدد 19:

a و b عددان حقيقيّان حيث :

$$a=\sqrt{9}-\sqrt{18}+\sqrt{50} \quad ; \quad b=\left(1+\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{2}-1\right)-\sqrt{18}$$

1) بيّن أنّ : $a=3+2\sqrt{2}$ و $b=3-2\sqrt{2}$

2) أ) أثبت أنّ a مقلوب b

ب)استنتج أنّ العدد الحقيقي b هو عدد موجب

ج)اختصر $\left|a\left(b+1\right)\right|-\left|b\right|$

3) أثبت أنّ : $\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)\times 15\sqrt{2}$ يقبل القسمة على 6

تمرين عدد 20:

x و y عددان حقيقيّان حيث:

$$y=\left(8+\sqrt{50}\right)-\left(9+4\sqrt{2}\right) \quad ; \quad x=\sqrt{6}\times\left(3\sqrt{3}-\sqrt{\frac{16}{3}}\right)+\left(1-2\sqrt{8}\right)$$

1) اختصر x و y.

2) بيّن أنّ x مقلوب y.

3) بيّن أنّ : $\frac{\sqrt{2}}{x}+\frac{1}{y}\in\mathbb{N}$

4) احسب : $x\times\left(y-\frac{1}{x}\right)$

تمرين عدد 21:

فكّك إلى جذاء عوامل العبارات التّالية:

$$a=2x-\sqrt{2} \quad ; \quad b=\sqrt{5}x-\sqrt{20}$$

$$c=2x\left(x-1\right)-3\left(x-1\right) \quad ; \quad d=\sqrt{2}\left(x-\sqrt{2}\right)-\sqrt{5}x+\sqrt{10}$$

$$e=\left(2x-\sqrt{3}\right)\left(x+1\right)-\left(x-1\right)\left(\sqrt{3}-2x\right) \quad ; \quad f=\left(x-\sqrt{3}\right)\left(2x-\sqrt{3}\right)-\sqrt{3}\left(x-\sqrt{3}\right)$$

$$g=\left(2x-4\right)\left(x-1\right)-6\left(x+1\right)\left(x-2\right) \quad ; \quad h=\left(3x-15\right)\left(2x+\sqrt{2}\right)-\left(2x-10\right)\left(x-2\sqrt{2}\right)$$

تمرين عدد 22:

نعتبر العبارتين التّاليتين حيث x عدد حقيقي.

$$E = \sqrt{3}x-3 \qquad ; \qquad F=2\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}\right)$$

1) أحسب E حيث $x=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

2) أ- فكّك E إلى جذاء عوامل

ب- بيّن أنّ : $F-E=\left(x-\sqrt{3}\right)\left(2x+\sqrt{3}\right)$

3) أوجد x إذا كان : E= F

تمرين عدد 23:

نعتبر العبارة E التّالية حيث x عدد حقيقي: $E=-2\sqrt{2}\left(\sqrt{2}x-1\right)+\sqrt{2}\left(\sqrt{2}x-1\right)\left(1-x\right)$

1) أ) أبيّن أنّ : $E=\sqrt{2}-2x$

ب)أوجد x إذا علمت أنّ : E=0

2) أ)فكّك العبارة E إلى جذاء عوامل.

ب)احسب E إذا كان $x=0$.

3) لتكن العبارة F التّالية حيث x عدد حقيقي :

$$F=3\left(\sqrt{2}x-1\right)-\sqrt{2}\left(\sqrt{2}x-1\right)$$

أ) فكّك العبارة F إلى جذاء عوامل

ب)بيّن أنّ: $E+F=\left(3-2\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}x-1\right)$

4) جِدْ العدد الحقيقي x إذا كان Eو F متقابلان.

تمارين الإختيار من متعدد:

اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة المقترحة

1) $\sqrt{18}+\sqrt{8}-$ يساوي:

- ❑ $\sqrt{10}$
- ❑ $\sqrt{2}$
- ❑ 1

2) $\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}$ يساوي:

- ❑ $3\sqrt{3}$
- ❑ 18
- ❑ 6

3) $\left|\pi-3,14\right|$ يساوي:

- ❑ $\pi+3,14$
- ❑ $-\pi+3,14$
- ❑ $\pi-3,14$

4) مقابل $-1+\sqrt{2}$ هو:

- ❑ $\sqrt{2}-1$
- ❑ $-1-\sqrt{2}$
- ❑ $1-\sqrt{2}$

5) $a=\sqrt{2}\left[x-(-y)\right]$ و x مقابل y فإنّ:

❑ $a=\sqrt{2}$ ❑ $a=-\sqrt{2}$ ❑ $a=0$

6) مقلوب العدد الحقيقي $\frac{\sqrt{5}}{5}$ هو :

❑ $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ❑ $\sqrt{5}$ ❑ $\frac{1}{\sqrt{5}}$

7) العدد $3+2\sqrt{2}$ هو :

❑ مقابل $\left(3-2\sqrt{2}\right)$ ❑ مقلوب $\left(-2\sqrt{2}+3\right)$ ❑ $\left|2\sqrt{2}-3\right|$

8) x و y عددان حقيقيّان حيث y مخالف لصفر و $\frac{x}{y}=-1$ يعني:

❑ x مقلوب y ❑ x مقابل y ❑ $x=y$

9) $\sqrt{2}+\sqrt{8}$ يساوي:

❑ $\sqrt{10}$ ❑ $\sqrt{16}$ ❑ $3\sqrt{2}$

10) M و N نقطتان من مستقيم مدرّج حيث $x_M=-\sqrt{2}$ و $x_N=1$ فإنّ :

❑ $MN=\left(-\sqrt{2}+1\right)$ ❑ $MN=\sqrt{2}-1$ ❑ $MN=1+\sqrt{2}$

11) $\sqrt{-9+25}$ يساوي:

❑ $\sqrt{-9}+\sqrt{25}$ ❑ $\sqrt{25}-\sqrt{9}$ ❑ 4

12) $\frac{x}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$ يعني :

❑ $x=\sqrt{5}$ ❑ $x=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ❑ $x=1$

13) $\sqrt{x^2}=\sqrt{x}^2$ يعني :

❑ $x\in\mathbb{R}_-$ ❑ $x\in\mathbb{R}$ ❑ $x\in\mathbb{R}_+$

14) $\sqrt{(x-1)^2}=1$ يعني :

❑ $x=2$ ❑ $x=0$ ❑ $x=2$ أو $x=0$

15) $\sqrt{\left(|x|+1\right)^2}=1$ يعني:

❑ $x=-2$ ❑ $x=0$ أو $x=-2$ ❑ $x=0$

الدّرس 4: القوى في مجموعة الأعداد الحقيقيّة

ملخّص الدّرس

❖ **قوّة عدد حقيقي دليلها عدد صحيح نسبي:**

إذا كان a عددا حقيقيّا مخالفا لصفر و n عدد صحيح طبيعي

فإنّ: $\boxed{a^0 = 1 \text{ و } a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$

مثال: $10^{-4} = \frac{1}{10^4} = 0,0001$

$\frac{1}{10^2} = 0,01 = 10^{-2}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

❖ **قوّة عدد حقيقي موجب هي عدد موجب:**

مثال: $\underset{\oplus}{3}^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27} \in \mathbb{R}_+$

$\underset{\oplus}{\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)}^2 = \frac{2}{25} \in \mathbb{R}_+$

القوّ ة الزّوجية لعدد حقيقي سالب هي عدد موجب:

مثال: $\underset{\boxminus}{\left(-\sqrt{3}\right)}^{-2} = \left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{3} \in \mathbb{R}_+$

ملاحظة: $\left(-\sqrt{2}\right)^2 = \left(\sqrt{2}\right)^2 \ / \left(-\sqrt{2}\right)^2 \neq -\sqrt{2}^2$

$\underset{\boxminus}{\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}^{-4} = \left(\frac{-2}{\sqrt{2}}\right)^4 = \frac{16}{4} = 4 \in \mathbb{R}_+$

❖ **القوّة الفرديّة لعدد حقيقي سالب هي عدد سالب:**

$\underset{\boxminus}{\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)}^{-3} = \left(\frac{-2}{\sqrt{5}}\right)^3 = \frac{-8}{5\sqrt{5}} \in \mathbb{R}_-$

مثال: $(-2)^3 = -2^3 = -8 \ / (-2)^3 \neq 2^3$

إذا كان a عددا حقيقيّا موجبا و مخالفا لصفر و n عددا صحيحا نسبيّا فإنّ: $\boxed{\sqrt{a^n} = \left(\sqrt{a}\right)^n}$

مثال:

$$\bullet\frac{\sqrt{2^3}}{\sqrt{2}}=\frac{\left(\sqrt{2}^3\right)}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{\sqrt{2}}}=\sqrt{2}^2=2$$

$$\bullet\sqrt{5^3}=\sqrt{5}^3=5\sqrt{5}$$

$$\bullet\sqrt{8}=\sqrt{2^3}=\sqrt{2}^3=\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\;=\;2\sqrt{2}$$

ملاحظة: لحساب عبارة بها جمع و طرح و ضرب و قوّة و أقواس يجب أن نوظّف الأولويّات:
- الأقواس – القوّة – الضّرب – الجمع.
- لحساب عبارة بها قوّة دليلها عدد سالب يجب أن نحوّل الدّليل إلى عدد موجب ثمّ نقوم بعملية الحساب

مثال:

$$\bullet\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-2}+\frac{1}{2}=\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^{2}+\frac{1}{2}=\frac{9}{2}+\frac{1}{2}=5$$

$$\bullet\left[3\times\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2-1\right]^{-2}+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-1}$$

$$=\left[3\times\frac{2}{3}-1\right]^{-2}+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-1}$$

$$=(1)^{-2}+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-1}=1^2+\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^{1}=1+\frac{2\sqrt{2}}{2}$$

$$=\frac{2+2\sqrt{2}}{2}=\frac{2\left(1+\sqrt{2}\right)}{2}=1+\sqrt{2}$$

❖ **خاصيّات القوى في** $\mathbb{R}$:

مهما يكن العددان الصّحيحان النسبيّان m و n

و مهما يكن العددان الحقيقيان

المخالفان لصفر a وbفإنّ:

$$\boxed{a^n\times b^n=(a\times b)^n}\quad①$$

مثال:

$$\bullet\left(\sqrt{2}\right)^3\times\left(3\sqrt{2}\right)^3=\left(\sqrt{2}\times3\sqrt{2}\right)^3=6^3$$

$$\bullet\left(\sqrt{5}\right)^3\times\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^{-3}=\left(\sqrt{5}\right)^3\times\left(\frac{5}{\sqrt{5}}\right)^3=\left(\sqrt{5}\times\frac{5}{\sqrt{5}}\right)^3=5^3$$

$$②\boxed{\left(a^m\right)^n=a^{m\times n}=\left(a^n\right)^m}$$

مثال:

$$\bullet\ \left[\left(-\sqrt{2}\right)^3\right]^2=\left(-\sqrt{2}\right)^6=\sqrt{2}^6=\left[\left(-\sqrt{2}\right)^2\right]^3=2^3$$

$$\bullet\ \left[\left(\sqrt{3}\right)^5\right]^{-2}\times\left(\frac{1}{2}\right)^5=\left[\left(\sqrt{3}\right)^2\right]^{-5}\times 2^{-5}=3^{-5}\times 2^{-5}=(3\times 2)^{-5}=6^{-5}$$

③ $$\boxed{a^m\times a^n=a^{m+n}}$$

مثال:

$$\bullet\ \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-4}\times\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^5=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-4+5}=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$$

$$\bullet\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-5}\times\left(\frac{2}{9}\right)^4=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-5}\times\left(\frac{\sqrt{2}^2}{3^2}\right)^4=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-5}\times\left[\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2\right]^4$$

$$=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-5}\times\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^8=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^3$$

④ $$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{b}{a}\right)^{-n}}$$

مثال:

$$\bullet\ \frac{\left(\frac{-\sqrt{2}}{3}\right)^5}{\left(\sqrt{2}\right)^5}=\left(\frac{-\frac{\sqrt{2}}{3}}{\sqrt{2}}\right)^5=\left(\frac{-\sqrt{2}}{3}\times\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^5=\left(\frac{-1}{3}\right)^5=(-3)^{-5}$$

⑤ $$\boxed{\begin{array}{l}\left(\frac{a^m}{a^n}\right)=a^m\times a^{-n}=a^{m+(-n)}=a^{m-n}\\ \left(a^m\times\frac{1}{a^n}=a^m\times a^{-n}\right)\end{array}}$$

مثال:

$$\bullet\ \frac{\sqrt{2}^7}{\sqrt{2}^3}=\sqrt{2}^{7-3}=\sqrt{2}^4=2^2$$

$$\bullet\ \frac{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-2}}{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-2-2}=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-4}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^4$$

تمارين للدّعم

تمرين عدد 1:

1) أتمّم بـ : $\mathbb{R}_-$ أو $\mathbb{R}_+$ حيث $a\in\mathbb{R}_-$ و $b\in\mathbb{R}_+$:

$(-1)^{-2011} \in$ .... ; $\left(-\sqrt{2}\right)^{-2} \in$ .... *

$\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^{101}\times\left(-\sqrt{2}\right)\in$ .... ; $(-\pi)^{3}\times(-\pi)^{-4}\in$ .... *

$-(-1)^{2011}\in$ .... ; $-\sqrt{2}^{-50}\in$ .... *

$a^{201}\times\left(\frac{-\sqrt{2}}{3}\right)^{5}\in$ .... ; $(-a)^{51}\in$ .... *

$a^{10}\times\left(\frac{-\sqrt{5}}{2}\right)^{4}\in$ .... ; $\left(\frac{a}{-\sqrt{2}}\right)^{5}\in$ .... *

$\left(\frac{-a^{n}}{(-a)^{n}}\right)\in$ .... (n عدد فردي) ; $\frac{a^{n}}{(-a)^{n}}\in$ .... (n عدد زوجي) *

$-a^{-n}\in$ .... (n عدد فردي) ; $-a^{-n}\in$ .... (n عدد زوجي) *

$\frac{-a^{2}}{b^{2}}\in$ .... ; $\left(\frac{a}{b}\right)^{2}\in$ .... *

$a^{3}\times b^{5}\in$ .... ; $-a^{7}\times b^{7}\in$ .... *

$-a^{8}\times b\in$ .... *

تمرين عدد 2:

احسب ما يلي:

$*\left(-\sqrt{2}\right)^{2}$; $\left(\sqrt{2}\right)^{-2}$; $10^{-4}\times\frac{1}{10^{-4}}$; $(-1)^{2011}$

$*(2011)^{0}$; $\left(\frac{-2}{\sqrt{3}}\right)^{-2}$; $\left(2\sqrt{2}\right)^{2}$; $\left(3\sqrt{2}\right)^{-2}$

$*\left(\sqrt{2}\right)^{3}$; $\left(\sqrt{3}\right)^{-3}$; $\left(5\sqrt{5}\right)^{-2}$; $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-4}$

تمرين عدد3:

احسب العبارات التّالية (أعتمد أولويّات العمليات):

$A=-\sqrt{2}^{2}-\left(\sqrt{3}\right)^{2}$; $B=\left(\sqrt{2}\right)^{-2}+\left(2\sqrt{5}\right)^{-1}\times\sqrt{5}$

$C=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-2}-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-1}$; $D=\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^{-2}\times\sqrt{2}-\left(-\sqrt{2}\right)^{3}$

$E=\left(\sqrt{3}\right)^{-2}\times\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}\times\left(\sqrt{2}\right)^{-2}-(-1)^{7}\times3^{-1}$; $F=\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^{-2}-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{2}$

$G=\left(\frac{-1}{\sqrt{5}}\right)^{-1}\times5\sqrt{5}$; $H=\left[\sqrt{2}^{-3}-\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-1}\right]^{-2}$

$I=\left[1-\left(\frac{-\sqrt{2}}{3}\right)^{2}+\left(\sqrt{\frac{2}{9}}\right)^{-2}\right]^{-3}$; $J=\left[\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{-1}\times\left(\frac{5}{\sqrt{5}}\right)-\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^{-2}\right]^{-2}$

$K=\dfrac{\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^{-1}+\sqrt{50}}{\sqrt{18}+2\times\left(\sqrt{\frac{1}{8}}\right)^{-1}}$; $L=\dfrac{\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^{-1}+\sqrt{12}}{\sqrt{27}^{-1}}$

تمرين عدد 4:

a و b عددان حقيقيان حيث :

$a=\sqrt{600}-5\sqrt{6}-\sqrt{24}$; $b=6\sqrt{2}+\sqrt{18}-\sqrt{32}$

1) بيّن أنّ: $a=3\sqrt{6}$ و $b=5\sqrt{2}$

2) أ) أحسب a^{-2} و b^{2}

ب) استنتج $\left(\frac{b}{a}\right)^{2}\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-2}$

3) بيّن أنّ : $\frac{a\cdot\sqrt{18}}{18}$ و $\left(\frac{-b}{5\sqrt{6}}\right)^{-1}$ عددان متقابلان

4) استنتج أنّ : $\frac{a^{2}b}{\sqrt{18}}-5\sqrt{6}\times a=0$

تمرين عدد 5:

1) احسب العبارات التّالية:

$$*A=\left(5\sqrt{2}+7\right)^{-1}-\sqrt{2}\times\left(5\sqrt{2}-7\right)^{-1}$$

$$*B=\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\times\frac{1}{8}\times\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^{-2}+\sqrt{2}^{-2}\right]$$

$$*C=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-2}-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2}$$

$$*D=\left(5\sqrt{5}\right)^{-3}\times\left(\sqrt{5}\right)^{-1}$$

2) احسب كلّ من x و y و z ثمّ أعط النّتيجة على صورة كتابة علميّة:

$$x=12\times10^{-3}+125\times10^{-4}-125\times10^{-5}$$

$$y=0,17\times10^{5}-3,5\times10^{-2}\times2\times10^{5}$$

$$z=0,15\times10^{-3}\times7\times10^{5}$$

تمرين عدد 6:

نعتبر العبارتين x و y حيث :

$$x=\left(\sqrt{2}+1\right)^{2}\quad;y=\left(\sqrt{2}-1\right)^{2}$$

1) أ)احسب $\left(\sqrt{2}+1\right)\times\left(\sqrt{2}-1\right)$

ب) بيّن أنّ x مقلوب y.

ج) استنتج أنّ x^{10} مقلوب y^{10}

2) بيّن إذا كان n عددا صحيحا طبيعيّا فإنّ x^{n} هو مقلوب x^{-n}

3) أ) هل أنّ $\left(2\sqrt{2}-3\right)$ مقلوب $\left(2\sqrt{2}+3\right)$ ؟ علّل جوابك.

ب)بيّن أنّ: $\left(2\sqrt{2}+3\right)^{2011}\times\left(2\sqrt{2}-3\right)^{2012}=\left(3-2\sqrt{2}\right)$

تمرين عدد 7:

نعتبر العبارتين E و F حيث a عدد حقيقي:

$$E=(a+1)(a+2)\quad;\quad F=(a+3)\times(a+4)$$

1) أ- بيّن أنّ : $E=a^{2}+3a+2$ و $F=a^{2}+7a+12$

ب-أحسب E إذا كان : $a=\left(2\sqrt{12}^{-1}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-2}$

2) بيّن أنّ : $F\text{-}E=4a+10$

3) استنتج 4 أعداد صحيحة طبيعيّة m و n و p و t متتالية حيث $m<n<p<t$.

و $p\times t-m\times n=\mathbf{4582}$

تمرين عدد 8:

اكتب في صيغة قوّة لعدد حقيقي x حيث $x\in\mathbb{R}^*$:

$$(2\pi)^7\times(\pi^{-7})\ ;\ (\sqrt{12})^2\times\left(\frac{\sqrt{27}}{2}\right)^2\ ;\ \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^3\times\left(\frac{-3}{\sqrt{2}}\right)^3\ \bullet$$

$$\left(-3\sqrt{2}\right)^{15}\times\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^{-15}\ ;\ (-\pi)^4\times\left(\frac{-\sqrt{2}}{\pi}\right)^4\ ;\ \left(\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^{-5}-\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-5}\ \bullet$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-6}\times\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-12}\ ;\ \left(\sqrt{2}\times x^2\right)^{-2}\times\left(\frac{8}{x}\right)^{-4}\ ;\ \frac{\left(\sqrt{3}\right)^5}{\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^5}\ \bullet$$

تمرين عدد 9:

اختصر العبارات التّالية (بتوظيف خاصيّات القوى) حيث $x\in\mathbb{R}^*$, $y\in\mathbb{R}^*$

$$*c=\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^4\times\frac{81}{16}\ ;\ *b=\left[2\times\left(\sqrt{2}\right)^{-3}\right]^2\ ;\ *a=3^{-5}\times\sqrt{3^6}$$

$$*f=\sqrt{5^3}\times\sqrt{5^4}\ ;\ *e=\left(\sqrt{2}\right)^{-3}+\left(\sqrt{2}\right)^{-3}+\left(\sqrt{2}\right)^{-3}+\left(\sqrt{2}\right)^{-3}\ ;\ *d=\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{-4}$$

$$*i=\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^{-3}\left(\sqrt{\frac{4}{3}}\right)\ ;\ *h=\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-2}\times\left(2\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^{-2}\ ;\ *g=\left(x^{-2}\right)^2\times\left(\frac{y^{-1}}{x^3}\right)\times\left(x^{-2}y\right)^{-1}$$

$$*k=\frac{(0,01)^{-3}\times1000^{-7}}{\left(\frac{1}{0,1}\right)^4\times10^{-7}}\ ;\ *j=\left(\frac{0,001}{5^{-3}}\right)^2$$

تمرين عدد 10:

نعتبر العبارتين A و B حيث $a\in\mathbb{R}^*$, $b\in\mathbb{R}^*$.

$$B=a^2b^3+a^4b^4\ ;\ A=\frac{\left(ab^2\right)^{-4}\times ab^{-3}}{\left(a^2b^7\right)^{-2}\times a^{-1}}$$

1) أ) بيّن أنّ : $A=a^2b^3$

ب)احسب القيمة العددية لـ A حيث $ab=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-3}$ و $b=\sqrt{2}$ دون حساب قيمة العدد a.

2) أ) بيّن أنّ : $B=b+1$ إذا كان a و b عددان مقلوبان

ب- استنتج قيمة العبارة B إذا كان $b=\left(\sqrt{3}+1\right)$ و a مقلوب b.

تمرين عدد 11:

1)احسب : $\left(5+2\sqrt{6}\right)\times\left(5-2\sqrt{6}\right)$

2)استنتج : $\left(5+2\sqrt{6}\right)^{200}\times\left(5-2\sqrt{6}\right)^{201}$

ثمّ $\left(5+2\sqrt{6}\right)^{201}\times\left(2\sqrt{6}-5\right)^{202}$

3)احسب $\left(5+2\sqrt{6}\right)^{n}\times\left(2\sqrt{6}-5\right)^{n}$ حيث n عدد صحيح طبيعي.

تمرين عدد 12:

لتكن x العبارة التّالية حيث a و b عددان حقيقيّان مخالفان لصفر:

$$x=\frac{\left(a^{-2}b^{3}\right)^{-1}\times\left(a^{-1}b\right)^{-2}}{b^{-1}}$$

1) بيّن إذا كان a مقلوب b أنّ $x=1$

2) أ)احسب القيمة العدديّة للعبارة x حيث:

$$a=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-1} \quad \text{و} \quad b=\left(-\frac{\sqrt{2}}{5}\right)$$

ب)استنتج القيمة العدديّة للعبارة x إذا كان :

$$a=\left(-\sqrt{5}\right) \quad \text{و} \quad b=\left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)$$

تمرين عدد 13:

لتكن العبارة E التالية :

$$E=x^{-2}-2x^{2}y^{-3}-y^{-2}$$

احسب القيمة العددية للعبارة E حيث:

$$x=\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{و} \quad y=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

تمرين عدد 14:

1) أكتب في أبسط صورة العبارات التّالية حيث x و y عددان حقيقيان مخالفان لصفر.

$$I=\frac{\left(x^{2}y^{3}\right)^{2}\left(x^{-1}y^{2}\right)^{-2}}{\left(-y^{2}\right)^{3}} \quad ; \quad J=\frac{(0,001)^{-2}\times100^{3}}{\left(\frac{1}{0,01}\right)^{-3}\times\left(10^{2}\right)^{-3}} \quad ; \quad K=\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}\times\left(\sqrt{2}\right)^{6}}{\left(\frac{1}{4}\right)^{-3}\times8^{-2}}$$

$$L=\frac{1,5\times10^{-3}\times5^{2}}{3\times10^{-4}} \qquad M=\frac{0,04\times10^{-8}\times0,025\times10^{-2}}{200\times10^{3}}$$

2) أعط الكتابة العلميّة للعددين M و L.

تمرين عدد 15:

أوجد العدد النسبي x في كلّ حالة من الحالات التّالية:

أ) $\left(\sqrt{2}\right)^{x}\times\left(\sqrt{2}\right)^{-4}=\frac{1}{2}$

ب) $(0,01)^{2}\times\left(10^{-3}\right)^{x}=\frac{1}{0,01}$

ج) $\left(\sqrt{3}\right)^{-x}\times\left(\sqrt{27}\right)^{x}=81$

تمرين عدد 16:

اختصر :

$$\left(\sqrt{3}\right)^{-6}\times 9^{5} \quad ; \quad \left(\sqrt{7}\right)^{-4}\times 7^{3} \quad ; \quad \left[\left(-\sqrt{3}\right)^{-2}\right]^{5}\times\left(\sqrt{3}\right)^{-10}$$

$$\frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-3}}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{5}} \quad ; \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}^{-5}} \quad ; \quad \frac{\left(\frac{1}{8}\right)^{3}}{\left(-\frac{1}{2}\right)^{4}}$$

تمرين عدد 17:

لتكن الأعداد الحقيقيّة a و b و c حيث: $ab=c^2$

1) أ- بيّن أنّ: a و b عددان حقيقيّان لهما نفس العلامة.

ب- بيّن أنّ : $abc=c^3$ و $a^2b^2c^2=c^6$

2) أكتب العدد a في صيغة قوّة إذا علمت أنّ $c=\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)$ و $b=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{4}$

3) أكتب العدد $a\times b\times c$ في صيغة قوّة :

إذا كان $c=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-5}\times\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$

تمارين الإختيار من متعدّد:

اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة المقترحة

1) $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-4}$ يساوي:

☐ $-\left(\frac{3}{2}\right)^{4}$ ☐ $\left(\frac{3}{2}\right)^{4}$ ☐ $\left(\frac{2}{3}\right)^{4}$

2) $(-2)^{3}$ يساوي:

☐ -8 ☐ $\left(\frac{1}{2}\right)^{3}$ ☐ -6

3) $\left[\left(-\sqrt{3}\right)^{2}\right]^{-3}$ يساوي:

☐ 3^{3} ☐ 3^{-3} ☐ $\left(-\sqrt{3}\right)^{-1}$

4) $(-5)^{2}$ يساوي:

☐ -10 ☐ 25 ☐ $\frac{1}{25}$

5) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2}$ يساوي:

☐ $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-2}$ ☐ $\left(\frac{-2}{\sqrt{2}}\right)^{2}$ ☐ $\sqrt{2}^{-2}$

6) $2^{3}\times\sqrt{2}^{5}$ يساوي :

☐ $\left(2\sqrt{2}\right)^{8}$ ☐ $\sqrt{2}^{11}$ ☐ $\sqrt{2}^{8}$

7) $\left(\frac{1}{10^{-5}}\right)^{-2}$ يساوي :

- [ ] $\frac{2}{10^{10}}$
- [ ] 2×10^{10}
- [ ] 10^{-10}

8) $\sqrt{5^{-4}}$ يساوي :

- [ ] 5^{2}
- [ ] $\sqrt{5^{-2}}$
- [ ] 5^{-2}

9) $\left(\frac{5}{\sqrt{5}}\right)^{20}\times\left(\sqrt{5}\right)^{20}$ يساوي :

- [ ] $\left(\frac{5}{\sqrt{5}}\right)^{40}$
- [ ] $\left(\sqrt{5}\times\frac{5}{\sqrt{5}}\right)^{40}$
- [ ] 1

10) $2\sqrt{5}^{-2}$ يساوي :

- [ ] $\frac{1}{2\sqrt{5}^{2}}$
- [ ] $\frac{1}{\left(2\sqrt{5}\right)^{2}}$
- [ ] $\frac{2}{5}$

11) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{5}$ يساوي:

- [ ] $-\frac{5}{32}$
- [ ] 2^{2}
- [ ] $\frac{-1}{32}$

12) $\sqrt{3^{-2}+4^{-2}}$ يساوي :

- [ ] $\frac{1}{7}$
- [ ] $\frac{1}{12}$
- [ ] $\frac{5}{12}$

13) $3\sqrt{2}^{4}$ يساوي :

- [ ] 4×12
- [ ] 12
- [ ] 81×4

الدّرس5: التّرتيب و المقارنة في مجموعة الأعداد الحقيقيّة

ملخَّص الدرس

❖ **مقارنة عددين حقيقيين باستعمال الفارق بينهما:**

a و b عددان حقيقيّان

إذا كان $a - b \quad 0$ يعني $a \quad b$

إذا كان $a - b > 0$ يعني $a > b$

مثال:

① $x - y = -3$ يعني $x - y < 0$ إذن $x < y$

② $a - b = 2\sqrt{2}$ يعني $a - b > 0$ إذن $a > b$

③ $c - d = x^2$

بما أن $x^2 \quad \mathbb{R}_+$ يعني $c - d \quad 0$ إذن $c \quad d$

❖ **التّرتيب و الجمع في المجموعة $\mathbb{R}$**

- x و y و z ثلاثة أعداد حقيقيّة

$(x \quad y)$ يعني $(x + z \quad y + z)$

ملاحظة: لا يتغيّر اتّجاه علامة المقارنة عند إضافة نفس العدد الحقيقي (موجب أو سالب) للطرفين.

مثال:

① $\sqrt{2} < \sqrt{3}$ يعني $\sqrt{2} + \pi < \sqrt{3} + \pi$

② $-5 < -4$ يعني $-5 + \sqrt{2} < -4 + \sqrt{2}$

③مقارنة: $-4\sqrt{2}$ و $-\sqrt{3} - \sqrt{18}$

لدينا $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ و $-4\sqrt{2} = -\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$

و بما أنّ $-\sqrt{3} < -\sqrt{2}$

يعني $-\sqrt{3} - 3\sqrt{2} < -\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$

إذن $-\sqrt{3} - \sqrt{18} < -4\sqrt{2}$

- x و y و z و أعداد حقيقيّة

$x \quad y$ و $z \quad t$

$x + z \quad y + t$

مثال: ① $\sqrt{2} < \sqrt{3}$ و $-\sqrt{5} < -2$

يعني $\sqrt{2} - \sqrt{5} < \sqrt{3} - 2$

② $\pi < \frac{22}{7}$

$\begin{cases} \frac{22}{7} = 3,1428... \\ \pi = 3,1415... \end{cases}$ و $\sqrt{5} < 3$

يعني $\pi + \sqrt{5} < \frac{22}{7} + 3$

③إذا كان $\begin{cases} x - y \quad 2 \\ \text{و } y \quad -2 \end{cases}$ نضيف الطرف للطرف نحصل على $x - y + y \leq 2 + (-2)$

يعني $0 \quad x \quad (x \in \mathbb{R}_-)$

❖ التّرتيب و الضّرب في المجموعة $\mathbb{R}$.

a و b و c ثلاثة أعداد حقيقيّة

$b \quad a$ و $\mathbb{R}_+^* \quad c$ يعني $a \times c < b \times c$

$a>b$ و $\mathbb{R}_-^* \quad c$ يعني $a \times c < b \times c$

مثال: ① $\sqrt{2} < \sqrt{3}$ و $2 \in \mathbb{R}_+$ يعني $2\sqrt{2} < 2\sqrt{3}$

② مقارنة $5\sqrt{2}$ و $\sqrt{27} + \sqrt{8}$

لدينا $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$5\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$

بما أنّ $\sqrt{2} < \sqrt{3}$ و $3 \in \mathbb{R}_+$

يعني $3\sqrt{2} < 3\sqrt{3}$

و منه $3\sqrt{2} + \underline{2\sqrt{2}} < 3\sqrt{3} + \underline{2\sqrt{2}}$

إذن $5\sqrt{2} < \sqrt{27} + \sqrt{8}$

③ مقارنة $-\sqrt{\frac{80}{9}}$ و $\frac{-4\sqrt{7}}{3}$

لدينا $-\sqrt{\frac{80}{9}} = \frac{-4}{3}\sqrt{5}$

و بما أنّ $\sqrt{7} > \sqrt{5}$ و $-\frac{4}{3} \in \mathbb{R}_-$

يعني $-\frac{4}{3}\sqrt{7} < -\frac{4}{3}\sqrt{5}$

إذن $-\frac{4}{3}\sqrt{7} < -\sqrt{\frac{80}{9}}$

❖ **مقارنة مقلوب عددين حقيقيّين مخالفين لصفر.**

a و b عددان حقيقيان مخالفان لصفر لهما نفس العلامة:

$a< b$ يعني $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

$a \quad b$ يعني $\frac{1}{a} \le \frac{1}{b}$

مثال: ① مقارنة $\frac{1}{-1-\sqrt{2}}$ و $\frac{1}{-2-\pi}$

لدينا: $1< 2$و $\pi\rangle\sqrt{2}$ يعني $2+\pi\rangle 1+\sqrt{2}$

و منه $-(2+\pi)\langle-\left(1+\sqrt{2}\right)$

إذن $\frac{1}{-2-\pi} > \frac{-1}{-1-\sqrt{2}}$

② مقارنة $\frac{-1}{1+\pi}$ و $\frac{-1}{6}$

لدينا $6 = 2 + 4$

و $1 < 2 \quad \pi\rangle 4$

يعني $2+4\rangle 1+\pi$

يعني $6\rangle 1+\pi$

و منه $\frac{1}{6}\langle\frac{1}{1+\pi}$

إذن $\frac{-1}{6}\rangle\frac{-1}{1+\pi}$

❖ **مقارنة مربّعي عددين حقيقيّين**

• x و y عددان حقيقيّان موجبان

$x < y$ يعني $x^2 \langle y^2$

• x و y عددان حقيقيّان سالبان

$x \quad y$ يعني $x^2 \le y^2$

مثال①: مقارنة $\sqrt{2}$ و $\frac{\sqrt{7}}{2}$

$\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2=\frac{7}{4}$ و $\left(\sqrt{2}\right)^2=2=\frac{8}{4}$

يعني $\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2\langle\left(\sqrt{2}\right)^2$

و العددان موجبان إذن $\frac{\sqrt{7}}{2}\langle\sqrt{2}$

② مقارنة $-4\sqrt{3}$ و $-5\sqrt{2}$

$\left(-4\sqrt{3}\right)^2 = 48$ و $\left(-5\sqrt{2}\right)^2 = 50$

يعني $\left(-5\sqrt{2}\right)^2 \rangle \left(-4\sqrt{3}\right)^2$

و العددان سالبان

إذن $-5\sqrt{2} \rangle -4\sqrt{3}$

③ مقارنة $-3\sqrt{3}+\sqrt{2}$ و $-2\sqrt{7}+1$

لدينا $\left(-3\sqrt{3}\right)^2 = 27$ و $\left(-2\sqrt{7}\right)^2 = 28$

يعني $\left(-2\sqrt{7}\right)^2 \rangle \left(-3\sqrt{3}\right)^2$

والعددان سالبان

يعني $-2\sqrt{7} \rangle -3\sqrt{3}$

و بما أنّ $1 \langle \sqrt{2}$

إذن $-2\sqrt{7}+1 \langle -3\sqrt{3}+\sqrt{2}$

- x و y عددان حقيقيّان موجبان

$x \quad y$ يعني $\sqrt{x} \le \sqrt{y}$

مثال:

① $12 \langle 18$ يعني $\sqrt{12} < \sqrt{18}$ و منه $2\sqrt{3} \ \langle\ 3\sqrt{2}$

② 49 50 يعني $\sqrt{50} \rangle \sqrt{49}$ إذن $5\sqrt{2} \rangle 7$

تمارين للدّعم

تمرين عدد 1:

ليكن a وb عددان حقيقيّان حيث $a - b = -\sqrt{2}$ و العبارتين x و y حيث :

$$x = \sqrt{8} - \left(a + \sqrt{18}\right) \qquad ; \qquad y = (5\sqrt{2} - b) - \sqrt{32}$$

1) استنتج مقارنة بين a و b .

2) أ) اختصر العبارتين x و y.

ب)قارن بين x و y .

تمرين عدد 2:

ليكن x و y عددان حقيقيّان حيث $x \quad y$.

بيّن أنّ : $\left|x-y-\sqrt{2}\right|-\left|y-x\right|+\sqrt{2}=\sqrt{8}$

تمرين عدد 3:

ليكن a وb عددان حقيقيان حيث $a \geq b$

1) قارن بين x و y حيث :
$$\begin{cases} x=\frac{2}{5}a+4b \\ y=5b-\frac{3}{5}a \end{cases}$$

2) استنتج مقارنة بين $x+\pi-3\sqrt{2}$ و $y+\pi-\sqrt{18}$

تمرين عدد 4:

نعتبر العددين الحقيقيين a و b حيث $a<b$ و a عدد سالب

قارن بين x و y في الحالات التّالية:

أ- $x=a-2\sqrt{2}$ و $y=b-\sqrt{18}$

ب- $x=\left(2\sqrt{3}+a\right)-b$ و $y=\sqrt{27}-b$

ج- $x=-2\pi+a$ و $y=-(\pi+3)+b$

تمرين عدد 5:

نعتبر الأعداد الحقيقيّة x وy و z حيث :

$$x-y=\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{و} \quad z-x=\frac{-\sqrt{18}}{2}$$

1) بيّن أنّ : $z-y=-\sqrt{2}$

2) استنتج مقارنة بين yو z.

3) قارن بين $-y+\sqrt{8}-\pi$ و $-z-\pi+2\sqrt{2}$

تمرين عدد 6:

نعتبر العبارتين a و b حيث $b=\sqrt{8}-\sqrt{48}$; $a=2\sqrt{2}-\sqrt{27}$

1) اختصر العبارتين a و b

2) بيّن أنّ $a>b$

3) استنتج مقارنة بين $a-2\sqrt{20}$ و $b-\sqrt{2}\times\sqrt{8}\times\sqrt{5}$

تمرين عدد 7:

نعتبر العبارة A التالية حيث x و y عددان حقيقيّان :

$$A=-\sqrt{27}-\left(x-3\sqrt{2}\right)-\left[\left(\sqrt{32}-y\right)-\sqrt{12}\right]$$

1) بيّن أنّ : $A=-x+y-\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$

2) استنتج مقارنة بين x و y إذا كان : $A=\sqrt{8}-\sqrt{3}$

تمرين عدد 8:

1)ليكن x و y عددان حقيقيّان حيث $-y+x+\sqrt{2}\rangle-\sqrt{3}$ و $y-\sqrt{2}\rangle 0$

بيّن أنّ العدد الحقيقي x سالب قطعا

2)ليكن x و y عددان حقيقيّان حيث:

$x-\sqrt{2}\leq+2$ و $\sqrt{2}-y\leq-2$

بيّن أنّ $x\leq y$

تمرين عدد 9:

نعتبر العددين الحقيقيين a و b حيث $a<b$

1)قارن بين : $-\sqrt{2}\ a+\sqrt{18}$ و $\frac{-2}{\sqrt{2}}b+2\sqrt{2}$

2) أ) بيّن أنّ : $3\ a-\sqrt{3}\ \langle\ 3\ b-\sqrt{3}$

ب)استنتج مقارنة بين $\sqrt{3}\left(b-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ و $\sqrt{3}\left(a-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

3)قارن بين :

أ) a و $\frac{2\ a+b}{3}$

ب) b و $\frac{2\ a+b}{3}$

4)استنتج ترتيبا للأعداد a و b و $\frac{2\ a+b}{3}$

تمرين عدد 10:

قارن بين العددين الحقيقيّن a و b في الحالات التّالية:

أ) $a=-2$ و $b=-3+\sqrt{3}$

ب) $a=\sqrt{3}-\sqrt{5}$ و $b=-\sqrt{2}+\sqrt{3}$

ج) $a=2\sqrt{5}$ و $b=2\sqrt{3}$

د) $a=2+\sqrt{11}$ و $b=-3+\sqrt{7}$

هـ) $a=\frac{-2}{\sqrt{5}}$ و $b=\frac{-2}{\sqrt{7}}$

و) $a=5\sqrt{3}$ و $b=4\sqrt{5}$

ك) $a=-3$ و $b=-4+\sqrt{2}$

ل) $a=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ و $b=\frac{2}{\sqrt{5}}$

تمرين عدد 11:

1) أ) قارن بين العددين $5\sqrt{2}$ و $4\sqrt{3}$

ب)استنتج مقارنة بين $5\sqrt{2}-1$ و $4\sqrt{3}-\sqrt{2}$

2) قارن بين أ) $\frac{2}{5\sqrt{2}-1}$ و $\frac{2}{4\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

ب) $\frac{1-\sqrt{2}}{5\sqrt{2}-1}$ و $\frac{1-\sqrt{2}}{4\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

تمرين عدد 12:

أكتب العبارات التّالية في أبسط صورة إذا كان العدد الحقيقي x <- 1

$c = |x-1|-|2(-1-x)|$ $\qquad$ $b = -2x-|2x+2|$ $\qquad$ $a = -|x|+x$

تمرين عدد 13:

نعتبر العددين الحقيقيّن x و y حيث :

$x = \sqrt{245}$ و $y = 2\sqrt{61}$

1) أ) بيّن أنّ: $(x\text{-y})(x\text{+y}) = x^2 - y^2$

ب)احسب $x^2 - y^2$ ثمّ استنتج مقارنة بين x و y

2)استنتج مقلوب $7\sqrt{5}-\sqrt{244}$

تمرين عدد 14:

ليكن a و b عددان حقيقيّان حيث a > b

1)أ) قارن بين x و y حيث $y = \frac{1}{3}b + \frac{1}{6}a$ و $x = \frac{7}{6}a - \frac{2}{3}b$

ب)استنتج مقارنة بين : $-\sqrt{3}\,x+1$ و $-\sqrt{3}\,y + \frac{5}{4}$

2)أ) قارن بين 7 و $4\sqrt{3}$

ب)استنتج مقارنة بين 14 و $4\sqrt{3}+7$

ج) بيّن أنّ : $\frac{1}{4\left(\sqrt{3}-1\right)} \rangle \frac{1}{3}$

3)اختصر العبارة E التالية: $E = \sqrt{27} - \left|4\sqrt{3}-7\right| - \left|-4\sqrt{3}-7\right|$

تمرين عدد 15:

نعتبر العددين الحقيقيين a و b حيث : $b = \sqrt{8}\times\left(1+\sqrt{2}\right) - 3\sqrt{5}$; $a = 2\sqrt{18} - \sqrt{3}\times\sqrt{15}$

1)أ) اختصر العبارتين a وb .

ب)بيّن أنّ : $a - b = 4\sqrt{2} - 4$

ج) استنتج مقارنة بين a و b .

2)قارن بين: $\sqrt{2}\times\left(\frac{1-a}{a}\right)$ و $\frac{\sqrt{2}}{b} - 1$

تمرين عدد 16:

نعتبر العبارتين A و B حيث: $B = 6\sqrt{2} + \sqrt{18} - \sqrt{32}$; $A = \sqrt{600} - 5\sqrt{6} - \sqrt{24}$

1) بيّن أنّ : $A = 3\sqrt{6}$ و $B = 5\sqrt{2}$

2) أ) احسب $(A-B)(A+B)$ ثمّ استنتج أنّ: $A - B \in \mathbb{R}_+$

ب)استنتج مقارنة بين A و B .

3) قارن بين : $\frac{1-\sqrt{3}}{-\sqrt{2}A+1}$ و $\frac{1-\sqrt{3}}{-\sqrt{2}(B-1)}$

تمرين عدد 17:

ليكن a عدد حقيقي موجب قطعا

1) قارن بين $\sqrt{a}$ و $\sqrt{a+1}$

2)استنتج مقارنة بين $2\sqrt{a}$ و $\sqrt{a+1} + \sqrt{a}$

3)بين أنّ : $\sqrt{a+1} - \sqrt{a} \le \frac{\sqrt{a}}{2a}$

تمرين عدد 18:

1) نعتبر العددين الحقيقيين a و b حيث :

$$b = \frac{\sqrt{35}\times\sqrt{24}}{\sqrt{21}\times\sqrt{10}} \qquad a = 2\sqrt{27} - 2\sqrt{12} - \sqrt{3}$$

أ)قارن بين a و b

ب)استنتج مقارنة لـ 3 و $2\sqrt{3}$

2)أ)اختصر العبارتين x و y حيث : $x = \left|3 - 2\sqrt{3}\right| + \left|\sqrt{3} - 2\right|$ $y = -\sqrt{108} + \sqrt{4} + \sqrt{75}$

ب)قارن بين x و y.

ج)استنتج مقارنة لـ $\frac{1}{x+y}$ و $\frac{1}{2x}$

تمرين عدد 19:

ليكن x و y عددان حقيقيّان حيث $x < 1 < y$

بين أنّ: $\left|y(x-1)\right| - y\left|x-y\right| + \left|y^2 - y\right| = 0$

تمارين الإختيار من متعدد:

اختر الجواب الصّحيح من الأجوبة المقترحة

1) x عدد حقيقي موجب حيث $x+1<2$ يعني $1-x$:

- ❑ عدد سالب
- ❑ عدد موجب
- ❑ يساوي صفر

2) a و b عددان حقيقيّان موجبان حيث a<b يعني:

- ❑ $-\sqrt{2}\,a-1 < -\sqrt{2}\,b-1$
- ❑ $\frac{1}{-\sqrt{2}\,a-1} < \frac{1}{-\sqrt{2}\,b-1}$
- ❑ $\frac{1}{-\sqrt{2}\,a-1} > \frac{1}{-\sqrt{2}\,b-1}$

3) x و y عددان حقيقيّان حيث $y=x^2$ يعني:

- ❑ $y>0$
- ❑ $y\geq 0$
- ❑ $y=0$

4) x عدد حقيقي حيث $x\geq 1$ يعني :

- ❑ $2x+3\geq 6$
- ❑ $2x+3\geq 5$
- ❑ $2x+3>5$

5) x و y عددان حقيقيّان حيث $x\geq y$ يعني:

- ❑ $\frac{x}{\sqrt{2}}\geq\frac{y}{\sqrt{2}}$
- ❑ $\frac{\sqrt{2}}{x}\geq\frac{\sqrt{2}}{y}$
- ❑ $\frac{x}{\sqrt{2}}>\frac{y}{\sqrt{2}}$

6) a و b عددان حقيقيّان حيث a < b يعني :

- ❑ $(1-\sqrt{3})\,a < (1-\sqrt{3})\,b$
- ❑ $(1-\sqrt{3})\,a \leq (1-\sqrt{3})\,b$
- ❑ $(1-\sqrt{3})\,a > (1-\sqrt{3})\,b$

7) a وb عددان حقيقيّان حيث a<b يعني:

- ❑ $b<\frac{a+b}{2}$
- ❑ $a-b<a+b$
- ❑ $a<\frac{a+b}{2}$

8) x و y عددان حقيقيّان حيث x y يعني :

- ❑ $-\frac{1}{\sqrt{2}}x-1\geq\frac{-1}{\sqrt{2}}y-\sqrt{3}$
- ❑ $-\frac{1}{\sqrt{2}}x-1\leq\frac{-1}{\sqrt{2}}y-\sqrt{3}$
- ❑ $-\frac{1}{\sqrt{2}}x-1>\frac{-1}{\sqrt{2}}y-\sqrt{3}$

9) a و b عددان حقيقيان مخالفان لصفر حيث a<b يعني:

- ❑ $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$
- ❑ $a^2<b^2$
- ❑ $-a+b>0$

10) x عدد حقيقي حيث $x<\sqrt{2}$ يعني:

- ❑ $x^2>2$
- ❑ $\frac{1}{x}>\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ❑ $\sqrt{2}-x>0$

11) $x=\frac{1}{1-\sqrt{3}}$ يعني :

- ❑ $x<-1$
- ❑ $x>-1$
- ❑ $x\geq -1$

12)

- ❑ $2-\frac{1}{\sqrt{3}}\geq\frac{-\sqrt{3}}{3}+1$
- ❑ $2-\frac{1}{\sqrt{3}}\leq\frac{-\sqrt{3}}{3}+1$
- ❑ $2-\frac{1}{\sqrt{3}}<\frac{-\sqrt{3}}{3}+1$

ملخصات و تمارين

الدّرس6: الجذاءات المعتبرة و العبارات الجبريّة

ملخَّص الدّرس

إذا كان a و b عددان حقيقيّان فإنّ : $\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$

ملاحظة: نستعمل الجذاءات المعتبرة لنشر أو تفكيك عبارة ما.

مثال: نشر عبارة:

$\bullet\left(\sqrt{3}+1\right)^2 = \sqrt{3}^2 + 2\times\left(\sqrt{3}\right)\times 1 + 1^2 = 3 + 2\sqrt{3} + 1 = 4 + 2\sqrt{3}$ ①

$\bullet\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^2 = \sqrt{5}^2 + 2\times\left(\sqrt{5}\right)\times\left(\sqrt{2}\right) + \sqrt{2}^2 = 5 + 2\sqrt{10} + 2 = 7 + 2\sqrt{10}$ ②

$\bullet(x+5)^2 = x^2 + 2\times(x)\times 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25$ ③

$\bullet(3x+5)^2 = (3x)^2 + 2\times(3x)\times 5 + 5^2 = \underline{9x^2 + 30x + 25}$ ④

مثال: تفكيك عبارة

$\bullet x^2 + 2x + 1 = x^2 + 2\times(x)\times 1 + 1^2 = (x+1)^2$ ①

$\bullet 25x^2 + 10x + 1 = (5x)^2 + 2\times(5x)\times 1 + 1^2 = (5x+1)^2$ ②

$\bullet 2x^2 + 2\sqrt{2}x + 1 = \left(\sqrt{2}x\right)^2 + 2\times\left(\sqrt{2}x\right)\times 1 + 1^2 = \underline{\left(\sqrt{2}x+1\right)^2}$ ③

إذا كان a و b عددان حقيقيّان فإنّ :

$\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$

$\boxed{(a-b)^2 = (b-a)^2}$

$\boxed{(a+b)^2 = (-a-b)^2}$

مثال: نشر عبارة:

$\bullet\left(\sqrt{3}-1\right)^2 = \sqrt{3}^2 - 2\times\left(\sqrt{3}\right)\times 1 + 1^2 = 3 - 2\sqrt{3} + 1 = 4 - 2\sqrt{3}$ ①

$\bullet\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2 = \sqrt{5}^2 - 2\times\left(\sqrt{5}\right)\times\left(\sqrt{2}\right) + \sqrt{2}^2 = 5 - 2\sqrt{10} + 2 = 7 - 2\sqrt{10}$ ②

$\bullet\left(\sqrt{2}x-3\right)^2 = \left(\sqrt{2}x\right)^2 - 2\times\left(\sqrt{2}x\right)\times 3 + 3^2 = 2x - 6\sqrt{2}x + 9$ ③

$\bullet(4x-5)^2 = (4x)^2 - 2\times(4x)\times 5 + 5^2 = 16x^2 - 40x + 25$ ④

مثال: تفكيك عبارة

$\bullet 4x^2 - 12x + 9 = (2x)^2 - 2\times(2x)\times 3 + 3^2 = (2x-3)^2$ ①

$\bullet 3x^2 - 6x + 3 = 3\left(x^2 - 2x + 1\right) = 3\left[\left(x^2\right) - 2\times(x)\times 1 + 1^2\right] = 3(x-1)^2$ ②

$\bullet x^2 - 5x + \frac{25}{4} = \frac{1}{4}\left(4x^2 - 20x + 25\right)$ ③

$$=\frac{1}{4}\left[(2x)^2-2\times(2x)\times5+5^2\right]$$

$$=\frac{1}{4}(2x-5)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2\times(2x-5)^2=\underline{\left(x-\frac{5}{2}\right)^2}$$

إذا كان a و b عددان حقيقيّان يعني:

$$\boxed{(a-b)\times(a+b)=a^2-b^2}$$

مثال: نشر عبارة

$*\left(5-\sqrt{2}\right)\left(5+\sqrt{2}\right)=5^2-\sqrt{2}^2=25-2=23$ ①

$*\left(-\sqrt{7}+2\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{2}+\sqrt{7}\right)=\left(2\sqrt{2}-\sqrt{7}\right)\left(2\sqrt{2}+\sqrt{7}\right)$ ②

$$=\left(2\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{7}^2=8-7=1$$

$*(3x-1)(3x+1)=(3x)^2-1^2=9x^2-1$ ③

$*\left(\sqrt{2}x-5\right)\left(\sqrt{2}x+5\right)=\left(\sqrt{2}x\right)^2-5^2=2x-25$ ④

مثال: تفكيك عبارة

$*x^2-4=(x)^2-2^2=(x-2)(x+2)$ ①

$*9x^2-25=(3x)^2-5^2=(3x-5)(3x+5)$ ②

$*\ (3x-1)^2-(x-2)^2$ ③

$$=\left[(3x-1)(x-2)\right]\times\left[(3x-1)+(x-2)\right]$$

$$=(3x-1-x+2)\times(3x-1+x-2)$$

$$=(2x+1)(4x-3)$$

$*(2x-1)^2-4=(2x-1)^2-2^2$ ④

$$=\left[(2x-1)-2\right]\times\left[(2x-1)+2\right]$$

$$=(2x-3)\times(2x+1)$$

ملاحظة : ① $\boxed{(-a-b)^2=(a+b)^2}$

لا نقوم بعمليّة النشر: $(-5-1)^2=(-6)^2=36$

$$\left(2\sqrt{2}-\sqrt{2}\right)^2=\left(\sqrt{2}\right)^2=2$$

②لنشر عبارة ما: نستعمل -الجذاءات المعتبرة

أو -توزيعيّة الضّرب على الجمع و الطّرح .

مثال: 1) نشر عبارة A (نستعمل الجذاءات المعتبرة)

$$*A=(x-3)^2-(2x-1)^2$$
$$=\left[x^2-2\times(x)\times3+3^2\right]-\left[(2x)^2-2\times(2x)\times1+1^2\right]$$
$$=\left(x^2-6x+9\right)-\left(4x^2-4x+1\right)$$
$$=x^2-6x+9-4x^2+4x-1$$
$$=-3x^2-2x+8$$

2) بيّن أنّ: $6x^2-x-2=(2x+1)(3x-2)$

نشر العبارة $(2x+1)(3x-2)$ باستعمال توزيعيّة الضّرب على الجمع و الطرح:

$$(2x+1)(3x-2)=6x^2-4x+3x-2=6x^2-x-2$$

تمارين للدّعم

تمرين عدد 1:

اختصر العبارات التّالية:

$$(-5+2)^2;\left(-1-\sqrt{2}\right)^2\ ;\ \left(3+\sqrt{2}\right)^2\ ;\ \left(-3\sqrt{3}+\sqrt{48}\right)^2;\ \left(2\sqrt{2}-\sqrt{18}\right)^2$$
$$\left(5-3\sqrt{2}\right)^2;\left(3\sqrt{2}-1\right)^2;\left(1+\sqrt{3}\right)^2;\left(2-\sqrt{3}\right)^2;\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)^2;\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)^2$$
$$\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)\times\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)\ ;\ \left(7-4\sqrt{3}\right)\times\left(7+4\sqrt{3}\right)\ ;\left(-5\sqrt{2}+7\right)\times\left(7+5\sqrt{2}\right)$$

تمرين عدد 2:

نعتبر العددين a و b حيث : $a=2-\sqrt{3}$ و $b=2+\sqrt{3}$

1) أ)احسب: a^2 و b^2 ثمّ $(a+b)^2$

ب)استنتج : $a\times b$

2) احسب $\left[\left(2-\sqrt{3}\right)-\sqrt{5}\right]\times\left[\left(2-\sqrt{3}\right)+\sqrt{5}\right]$

$$\left[\left(2+\sqrt{3}\right)-\sqrt{5}\right]\times\left[\left(2+\sqrt{3}\right)+\sqrt{5}\right]$$

تمرين عدد 3:

1) ليكن a وb عددان حقيقيّان مقلوبان حيث $a+b=2$

بيّن أنّ $a^2+b^2=2$ (دون حساب قيمة a و قيمة b).

2) ليكن a وb عددان حقيقيّان حيث $a-b=2$ و $a\times b=-1$

بيّن أنّ $a^2+b^2=2$ (دون حساب قيمة a و قيمة b)

3) ليكن $\frac{x}{2}+\frac{2}{x}=2$ حيث x عدد حقيقي مخالف لصفر.

أ- بيّن أنّ : $\frac{x^2}{4}+\frac{4}{x^2}=2$

ب- استنتج أنّ: $x^2+\left(\frac{4}{x}\right)^2=8$

تمرين عدد 4:

نعتبر العبارة E التّالية: $E=\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}$

1) بيّن أنّ E عدد سالب.

2) أ- أحسب E^2

ب- استنتج كتابة بسيطة للعدد E

تمرين عدد 5:

نعتبر العددين x و y حيث : $x=\sqrt{3+2\sqrt{2}}$ و $y=\sqrt{3-2\sqrt{2}}$

1) بيّن أنّ x مقلوب y

2) ليكن $z = y - x$

أ- بيّن أنّ z عدد سالب

ب- احسب z^2 ثمّ استنتج كتابة بسيطة للعدد z.

تمرين عدد 6:

ليكن n عدد صحيح طبيعي:

بيّن أنّ : $\left(\frac{5^n+5^{-n}}{2}\right)^2-\left(\frac{5^n+5^{-n}}{2}\right)^2=1$

تمرين عدد 7:

نعتبر العددين a و b حيث:

$a=\left(2\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2$ و $b=\left(3\sqrt{2}-2\right)^2$

1) بيّن أنّ : $a=22-4\sqrt{10}$ و $b=22-12\sqrt{2}$

2) أ- قارن بين $4\sqrt{10}$ و $12\sqrt{2}$

ب- استنتج مقارنة بين a و b .

3) استنتج مقارنة بين $2\sqrt{5}-\sqrt{2}$ و $3\sqrt{2}-2$

تمرين عدد 8:

نعتبر العبارتين x و y حيث: $y=-3+\sqrt{50}-\sqrt{8}$ و $x=\left(2+\sqrt{2}\right)\left(4-\sqrt{2}\right)-3+\sqrt{2}$

1) بيّن أنّ : $x=3\left(\sqrt{2}+1\right)$ و $y=3\left(\sqrt{2}-1\right)$

2) هل أنّ x مقلوب y ؟ علّل جوابك.

3) أ- احسب x^2 و y^2

ب- بيّن أنّ : $\frac{x}{9}$ مقلوب y.

4) أثبت أنّ: $x^{n+1}\times y^{n}\times 3^{-(2n+1)}=\sqrt{2}+1$

تمرين عدد 9:

1) هل أنّ : $\left(2\sqrt{2}+3\right)$ مقلوب $\left(2\sqrt{2}-3\right)$ ؟ علّل جوابك .

2) بيّن أنّ : $\left(2\sqrt{2}+3\right)^{2011}\times\left(2\sqrt{2}-3\right)^{2012}=\left(3-2\sqrt{2}\right)$

تمرين عدد 10:

نعتبر العبارتين a و حيث b:

$$a=\sqrt{6}\times\left(3\sqrt{3}-\sqrt{\frac{16}{3}}\right)+\left(1-2\sqrt{8}\right)$$

$$b=\left(8+\sqrt{50}\right)-\left(2\sqrt{2}+1\right)^{2}$$

1) بيّن أنّ : $a=\sqrt{2}+1$ و $b=\sqrt{2}-1$

2) أ- احسب : $a\times b$ و a^2 ثمّ b^2.

ب- استنتج : $a^{10}\times b^{12}$

3) احسب : $E=ab^{-1}-ba^{-1}$

4) بيّن أنّ : $\sqrt{3-2\sqrt{2}}-\sqrt{3+2\sqrt{2}}=-2$

تمرين عدد 11:

ليكن x عدد حقيقي حيث $x>1$:

بيّن أنّ : $\sqrt{(1-x)^{2}}-\left(1-\sqrt{x}\right)^{2}=2\left(\sqrt{x}-1\right)$

تمرين عدد 12:

نعتبر العبارتين x و y حيث :

$y=\left(2-\sqrt{5}\right)^{2}-\sqrt{5}\left(\sqrt{5}-3\right)$; $x=\sqrt{\left(2\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)\left(2\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)}$

1) بيّن أنّ $x=\sqrt{3}$ و $y=4-\sqrt{5}$

2) أثبت أنّ : $x^2-y^2=-2\left(9-4\sqrt{5}\right)$

3) أ- قارن بين 9 و $4\sqrt{5}$

ب-أثبت أنّ: $x^2< y^2$

ج-استنتج مقارنة بين x و y .

تمرين عدد 13:

1) أ- احسب $\left(1-\sqrt{3}\right)^2$

ب-بسّط الكتابة: $\sqrt{2\left(2-\sqrt{3}\right)}$

2) بيّن أنّ : $\sqrt{\left(6-3\sqrt{3}\right)\times\left(6+3\sqrt{3}\right)}=3\times\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)\times\left(2+\sqrt{3}\right)}$

ثمّ استنتج أنّه عدد صحيح طبيعي.

3) ليكن العدد الحقيقي x حيث $x=\dfrac{1-\sqrt{17}}{2}$

أ- بيّن أنّ $x^2 = x + 4$

ب- فكّك إلى جذاء عوامل $A=x^{2n+2}-x^{2n+1}-4x^{2n}$ ثمّ استنتج قيمة العبارة A .

ج- بيّن أنّ : $\sqrt{x^2-2x+1}+\left|x^2-x\right|+1+x=6$

تمرين عدد 14:

نعتبر العبارات التّالية : A و B و C حيث: $C=\dfrac{1+\sqrt{5}}{6+2\sqrt{5}}$; $B=1-\sqrt{3}$; $A=1+\sqrt{5}$

1) احسب A^2 و B^2

2) بيّن أنّ: A مقلوب C .

3) بيّن أنّ : $\dfrac{-2+2\sqrt{3}}{\sqrt{2\left(2-\sqrt{3}\right)}}\in\mathbb{N}$

تمرين عدد 15:

انشر ثمّ اختصر العبارات التّالية:

$A=(2x+1)^2$; $B=\left(\sqrt{3}x+2\right)^2$; $C=(x-4)^2$; $D=(5x-2)^2$

$E=(2x+1)^2-(3x-1)(3x+1)$; $F=(5x-1)(5x+1)-(5x-2)^2$

$G=(2x-1)(3x-1)-(2x-1)^2$

تمرين عدد 16:

فكّك إلى جذاء عوامل العبارات التّالية:

$A=x^2+4x+4$; $B=9x^2+6x+1$; $C=25x^2-9$

$D=25x^2-10x+1$; $E=2x^2-2\sqrt{2}x+1$; $F=2x^2-12x+18$

$G=(2x-3)^2-(x+1)^2$; $H=4-(x-1)^2$

تمرين عدد 17:

نعتبر العبارات التّالية:

$A=(2x-1)^2-(x+3)^2$; $B=4x^2-13x-12$; $C=x^2-8x+16$

1) أ-انشر ثمّ اختصر العبارة A.

ب-احسب القيمة العدديّة لِـ A حيث $x=0$

2) بيّن أنّ : $B=(4x+3)(x-4)$

3) أ- فكّك العبارتين A و C إلى جذاء عوامل.

ب-بيّن أنّ : $A+B+C=(x-4)(8x+1)$

4) بيّن إذا كان A و B + C متقابلان فإنّ: $x=4$ أو $x=-\frac{1}{8}$

تمرين عدد 18:

لتكن العبارتين E و F حيث : $E=2x^2+6\sqrt{2}x+5$; $F=(\sqrt{2}x-3)(\sqrt{2}x+1)$

1) أ- أحسب القيمة العدديّة للعبارة E حيث $x=-\sqrt{2}$

ب- احسب القيمة العدديّة للعبارة F حيث $x=1$

2) أ- بيّن أنّ: $E=(\sqrt{2}x+3)^2-4$

ب-استنتج تفكيكا للعبارة E .

3) بيّن أنّ : $E+F=2\times(\sqrt{2}x+1)^2$

4) أ- أوجد العدد الحقيقي x حيث: $2x^2+6\sqrt{2}x+5=(3-\sqrt{2}x)(\sqrt{2}x+1)$

ب-أوجد العدد الحقيقي x حيث: $\sqrt{E+F}=2\sqrt{2}$

تمرين عدد 19:

نعتبر العبارات التّالية: $a=(3x-1)^2$; $b=(2x-3)^2$; $c=5x^2+6x-8$

أ- احسب القيمة العدديّة لـ a حيث : $x=\frac{1}{3}$

ب-احسب القيمة العدديّة لـ c حيث: $x=0$

1) أ- انشر ثمّ اختصر العبارتين a و b
ب- بيّن أنّ : $a - b = c$
ج- استنتج أنّ : $c^2 = a^2 - 2ab + b^2$
2) أ- فكّك c إلى جذاء عوامل
ب- أوجد العدد الحقيقي x حيث $c = (x+2)$

تمرين عدد 20:

نعتبر العبارة a التّالية حيث $x \in \mathbb{R}$ $a = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 2x$

1) أ- بيّن أنّ : $a = x^2 - x + \frac{1}{4}$
ب- فكّك العبارة a إلى جذاء عوامل
ج- احسب القيمة العدديّة لـ a حيث $x = -2^{-1}$
2) لتكن العبارة b التّالية حيث x عدد حقيقي : $b = 4x^2$
أ- بيّن أنّ: $a - b = -\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(3x - \frac{1}{2}\right)$
ب- أوجد العدد الحقيقي x حيث: $a^2 + b^2 = 2ab$
2) بيّن إذا كان: $x = \frac{1-\sqrt{17}}{2}$ فإنّ: $b = 4x + 16$

تمرين عدد 21:

نعتبر العبارتين A و B حيث x عدد حقيقي: $A = -3x^2 - x + 2$; $B = 7 + 6x - x^2$
1) بيّن أنّ : $(2-3x)(x+1) = A$
2) أ- حقّق أن : $16 - (3-x)^2 = B$
ب- استنتج تفكيكا للعبارة B .
3) أ- بيّن أنّ : $A + B = (1+x)(9-4x)$
ب- أوجد العدد الحقيقي x إذا كان A و B متقابلان.
4) أ- احسب القيمة العدديّة لكلّ من العبارتين A و B إذا كان $x = \sqrt{2}$
ب- قارن بين $-\frac{5}{2}A$ و B (في حالة $x = \sqrt{2}$)

تمرين عدد 22:

أ- نعتبر العبارة E التّالية حيث x عدد حقيقي: $E = (x+2)^2 - (x+1)^2$
بيّن أنّ : $E = 2x + 3$

ب- أوجد عددين صحيحين طبيعيين متتاليين حيث: $(x+2)^2-(x+1)^2=2703$

2) لتكن العبارة F التّالية حيث $x\in\mathbb{R}$: $F=(x+2)^2-9$

أ- فكّك إلى جذاء عوامل العبارة F .

ب- استنتج أنّ العدد: 10002^2-9 يقبل القسمة على 15 و على 45.

تمارين الإختيار من متعدّد:

اختر الجواب الصّحيح من بين الأجوبة المقترحة

التمرين عدد1:

1) العدد $\left(3+\frac{1}{3}\right)^2-\left(3-\frac{1}{3}\right)^2$ يساوي:

❑ 0 ❑ 1 ❑ 4

2) العدد $\left(\frac{3^n+3^{-n}}{2}\right)^2-\left(\frac{3^n-3^{-n}}{2}\right)^2$ يساوي:

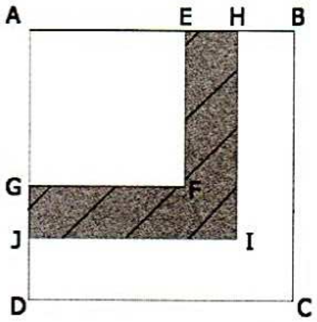
❑ 0 ❑ 1 ❑ 4

3) إذا كان a و b عددان حقيقيّان حيث $a+b=7$ و $a.b=11$ فإنّ a^2+b^2 يساوي:

❑ 49 ❑ 27 ❑ 121

4) إختار محمّد عددا حقيقيّا x ثمّ أضاف إليه 2 و ضرب النّتيجة المتحصّل عليها في العدد المختار ثمّ أضاف لهذا الجذاء 1 فكانت النّتيجة:

❑ $2x+1$ ❑ x^2+2x ❑ $(x+1)^2$



5) تأمّل الشكل التّالي حيث $AB=4$ و $AE=2$ و $HB=x$

ABCD و AEFG و AHIJ كلّها مربّعات فإنّ مساحة الجزء الملوّن تساوي:

❑ $4^2-(x^2+2^2)$ ❑ $(2-x)^2$ ❑ $(4-x)^2-4$

6) العدد $(1+1)^2-4$ يساوي

❑ -2 ❑ 0 ❑ -3

7) $1-x^2$ يساوي:

☐ $(x-1)^2$ ☐ $(1-x)(x+1)$ ☐ $(-1+x)(x+1)$

8) $2x^2-\frac{1}{4}$ يساوي:

☐ $\left(2x-\frac{1}{2}\right)^2$ ☐ $\left(\frac{1}{2}-2x\right)\left(\frac{1}{2}+2x\right)$ ☐ $\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{2}x\right)\left(\sqrt{2}x+\frac{1}{2}\right)$

9) $\left(\sqrt{3}-1\right)^2$ يساوي:

☐ $\sqrt{3}^2+1^2$ ☐ $\sqrt{3}^2-1^2$ ☐ $4-2\sqrt{3}$

التمرين عدد2:

أجب بصحيح أو خطأ:

1) $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2=\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2$ (..............)

2) $\left(-\sqrt{3}+1\right)^2=\left(\sqrt{3}+1\right)^2$ (..............)

3) $\left(\sqrt{5}-3\right)\left(\sqrt{5}+3\right)=\left(3-\sqrt{5}\right)\left(3+\sqrt{5}\right)$ (..............)

4) $\left(-2\sqrt{2}-3\right)^2=\left(2\sqrt{2}+3\right)^2$ (..............)

5) $99\times101=100^2-1$ (..............)

6) $(2x+1)^2-(2x-1)^2=8x$ (..............)

7) $\frac{8001^2-7999^2}{4\times10^3}=8$ (..............)

الدّرس7:

المعادلات و المتراجحات من الدّرجة الأولى ذات مجهول واحد الحصر و المجالات في مجموعة الأعداد الحقيقيّة

ملخّص الدّرس

❖ **المعادلات من الدّرجة الأولى ذات مجهول واحد:**

كلّ معادلة تؤول كتابتها إلى شكل $ax = b$ حيث a عدد حقيقي مخالف للصفر و b عدد حقيقي معلوم تسمّى معادلة من الدّرجة الأولى ذات مجهول واحد في مجموعة الأعداد الحقيقيّة.

مثال:

① $2x = 3$ هي معادلة من الدّرجة الأولى ذات مجهول واحد.

② $(x-1)^2 - x^2 = 3$ هي معادلة من الدّرجة الأولى ذات مجهول واحد.

لأنّ: $x^2 - 2x + 1 - x^2 = 3$

يعني $-2x + 1 = 3$

يعني $-2x = 2$ على شكل $ax = b$

③ $(x-1)^2 - 4 = 0$ هي معادلة ليست من الدّرجة الأولى و لكن يؤول حلّها إلى معادلة من الدّرجة الأولى ذات مجهول واحد بعد تفكيكها.

$(x-1)^2 - 4 = 0$ يعني $(x-1)^2 - 2^2 = 0$

يعني $[(x-1)-2][(x-1)+2] = 0$

يعني $(x-3)(x+1) = 0$

يعني $x-3 = 0$ أو $x+1 = 0$

$x = 3$ أو $x = -1$

حلّ المعادلة في $\mathbb{R}$ هو $S_{\mathbb{R}} = \{3;-1\}$

④ $\frac{x-1}{2} - \frac{2x-3}{3} = \frac{2x+1}{4} + \frac{2}{3}$ هي معادلة من الدّرجة الأولى ذات مجهول واحد.

حلّ المعادلة:

$$\frac{6(x-1)}{6\times2} - \frac{4(2x-3)}{4\times3} = \frac{3(2x+1)}{3\times4} + \frac{4\times2}{4\times3}$$

يعني $6(x-1) - 4(2x-3) = 3(2x+1) + 8$

يعني $6x - 6 - 8x + 12 = 6x + 3 + 8$

يعني $-8x = 6 + 3 + 8 - 12$

يعني $-8x = 5$

$x = -\frac{5}{8}$ إذن $S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{5}{8}\right\}$

⑤حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\sqrt{2}x^2-2x=0$

يعني $x\left(\sqrt{2}x-2\right)=0$

يعني $\begin{cases}\sqrt{2}x-2=0\\ \sqrt{2}x=2\\ x=\sqrt{2}\end{cases}$ أو $x=0$

إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{0,\sqrt{2}\right\}$

⑥ حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة : $4x^2-12x+9=0$

يعني $(2x-3)^2=0$

يعني $2x-3=0$

يعني $2x=3$

يعني $x=\dfrac{3}{2}$

إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$

ملاحظة: لحلّ معادلة من الدّرجة الثانية ذات مجهول واحد يجب تفكيكها إلى جذاء عوامل ليؤول حلّها إلى معادلة من الدّرجة الأولى ذات مجهول واحد.

مثال①:

$(x-1)(x+1)-(x-1)(2x+1)=0$

يعني $(x-1)\left[(x+1)-(2x+1)\right]=0$

يعني $(x-1)\times(x+1-2x-1)=0$

يعني $(x-1)\times(-x)=0$

يعني $\begin{matrix}x-1=0\\ x=1\end{matrix}$ أو $x=0$

إذن $S_{\mathbb{R}}=\{0;1\}$

مثال②: $(3x-1)^2=(x+2)^2$

يعني $(3x-1)^2-(x+2)^2=0$

يعني $\left[(3x-1)-(x+2)\right]\times\left[(3x-1)+(x+2)\right]=0$

يعني $(2x-3)\times(4x+1)=0$

يعني $\begin{cases}4x+1=0\\ 4x=-1\\ x=-\dfrac{1}{4}\end{cases}$ أو $\begin{cases}2x-3=0\\ 2x=3\\ x=\dfrac{3}{2}\end{cases}$

إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{-\dfrac{1}{4};\dfrac{3}{2}\right\}$

مثال③:

$$(2x-3)^2-(3-2x)(x+1)=0$$

يعني $(2x-3)^2+(2x-3)(x+1)=0$

يعني $(2x-3)\times\left[(2x-3)+(x+1)\right]=0$

يعني $(2x-3)(3x-2)=0$

يعني $\begin{cases}3x-2=0\\3x=2\\x=\dfrac{2}{3}\end{cases}$ أو $\begin{cases}2x-3=0\\2x=3\\x=\dfrac{3}{2}\end{cases}$

إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{\dfrac{2}{3};\dfrac{3}{2}\right\}$

❖ **الحصر و المجالات** :

نقول عن عدد حقيقي x أنّه محصور بين عددين حقيقيين a وb حيث $a\le b$

إذا كان $a\le x\le b$ و العدد b-a يسمّى: <u>مدى الحصر</u>.

مثال:

① $3{,}14\langle\pi\langle3{,}15$ نقول أنّ العدد π محصور بين العددين 3,14 و 3,15 و مدى الحصر هو $3{,}15-3{,}14=0{,}01=10^{-2}$

② $1{,}4142\langle\sqrt{2}\langle1{,}4143$ نقول أنّ العدد $\sqrt{2}$ محصور بين عددين حقيقيين و مدى الحصر هو 10^{-4}

③ $-2\le x\le1$ مدى الحصر هو $1-(-2)=3$

❖ a وb و c و d أعداد حقيقيّة حيث $a\le b$ و $c\le d$

إذا كان $a\le x\le b$ و $c\le y\le d$

فإنّ $a+c\le x+y\le b+d$

مثال: ليكن $-1\le x\le\dfrac{3}{2}$ و $2\le y\le\dfrac{7}{2}$

1) أوجد حصرا لـ $x+y$ و $-2x+4$

2) استنتج أنّ : $-2x+4\neq0$

<u>**الإصلاح:**</u>

حصر لـ $x+y$:

لدينا $-1\le x\le\dfrac{3}{2}$ و $2\le y\le\dfrac{7}{2}$

يعني $-1+2\le x+y\le\dfrac{3}{2}+\dfrac{7}{2}$ إذن $1\le x+y\le5$

حصر لـ $-2x+4$

لدينا $-1\le x\le\dfrac{3}{2}$ و $-2\in\mathbb{R}_-$

يعني $-2\times\frac{3}{2}\leq-2x\leq-2\times(-1)$

يعني $-3\leq-2x\leq2$

يعني $-3+4\leq-2x+4\leq2+4$ إذن $1\leq-2x+4\leq6$

② $-2x+4\neq0$

بما أنّ : $1\leq-2x+4\leq6$

يعني $-2x+4$ محصور بين عدديين موجبين مخالفين لصفر

إذن $-2x+4\neq0$

a وb و c و d أعداد حقيقيّة موجبة حيث $a\leq b$ و $c\leq d$

إذا كان $a\leq x\leq b$ و $c\leq y\leq d$

فإنّ : $a\times c\leq x\times y\leq b\times d$

مثال:

① $\sqrt{2}\leq x\leq2$ و $\frac{\sqrt{2}}{2}\leq y\leq3$

يعني $\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\leq x\times y\leq2\times3$ إذن $1\leq xy\leq6$

② ليكن $-3\leq x\leq-1$ و $1\leq y\leq2$

أوجد حصرا لـ $x\times y$ و x^2 ثمّ $\frac{x}{y+2}$

الإصلاح:

حصر لـ xy

لدينا $-3\leq x\leq-1$ يعني $1\leq-x\leq3$

و $1\leq y\leq2$ إذن $1\leq-xy\leq6$

و منه $-6\leq xy\leq-1$

حصر لـ x^2

لدينا $-3\leq x\leq-1$ يعني $1\leq-x\leq3$

يعني $1\leq(-x)^2\leq9$ إذن $1\leq x^2\leq9$

حصر لـ $\frac{x}{y+2}$

نعلم أنّ : $\frac{x}{y+2}=x\times\frac{1}{y+2}$

حصر لـ $\frac{1}{y+2}$

لدينا $1\leq y\leq2$

يعني $3\leq y+2\leq4$

يعني $\frac{1}{3} \le \frac{1}{y+2} \le \frac{1}{4}$ و $3 \le -x \le 1$

إذن $\frac{1}{3} \times 3 \le \frac{-x}{y+2} \le 1 \times \frac{1}{4}$ يعني $1 \le \frac{-x}{y+2} \le \frac{1}{4}$

إذن $-\frac{1}{4} \le \frac{x}{y+2} \le -1$

❖ المجالات المحدودة:

a و b عددان حقيقيّان حيث $a \le b$

إذا كان $a \le x \le b$

نقول أنّ : $x \in [a\ ;\ b]$

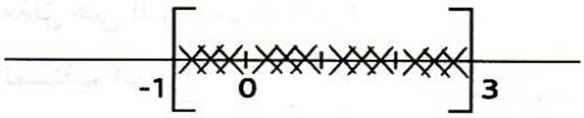
$[a\ ;\ b]$ يسمّى مجالا مغلقا طرفاه a و b

مثال: $I = \{x \in \mathbb{R} / -1 \le x \le 3\}$

نقول أنّ $x \in [-1;3]$

$I = [-1;3]$ يسمّى مجالا مغلقا طرفاه 1- و 3

تمثيل المجال على المستقيم المدرّج:



ملاحظة: $3 \in [-1;3]$

$-1 \in [-1;3]$

a و b عددان حقيقيّان حيث $a \le b$

إذا كان $a \langle x \rangle b$

نقول أنّ : $x \in]a\ ;\ b[$

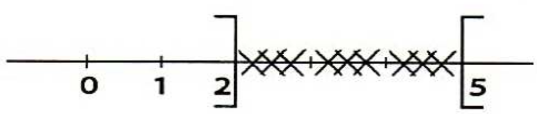
$]a\ ;\ b[$ <u>يسمّى مجالا مفتوحا طرفاه a و b</u>

مثال: $J = \{x \in \mathbb{R} / 2 \langle x \rangle 5\}$

نقول أنّ $x \in]2;5[$

$J =]2;5[$ يسمّى مجالا مفتوحا طرفاه 2 و 5

تمثيل المجال على المستقيم المدرّج:



ملاحظة: $2 \notin]2;5[$

$5 \notin]2;5[$

a و b عددان حقيقيّان حيث $a \le b$

إذا كان $a \langle x \le b$

نقول أنّ : $x \in]a;b]$

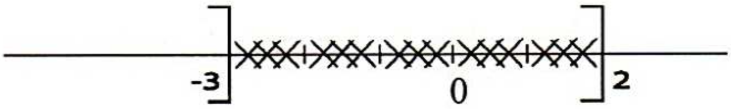
$]a\ ;\ b]$ يسمّى مجالا نصف مفتوح على اليسار طرفاه a و b .

مثال: $k = \{x \in \mathbb{R} / -3 \langle x \le 2\}$

نقول أنّ : $x \in]-3\ ;\ 2]$ و $k =]-3;2]$

يسمّى مجالا نصف مفتوح على اليسار طرفاه 3- و 2.

تمثيل المجال على المستقيم المدرّج:



ملاحظة: $-3 \notin]-3\ ;\ 2]$

$2 \in]-3\ ;\ 2]$

a و b عددان حقيقيّان حيث $a \leq b$

إذا كان $a \leq x < b$

نقول أنّ : $x \in [a\ ;\ b[$

$[a\ ;\ b[$ يسمّى مجالا نصف مغلق على اليسار طرفاه a و b

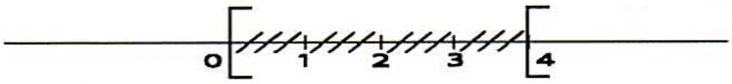
مثال: $L = \{x \in \mathbb{R} / 0 \leq x < 4\}$

نقول أنّ: $x \in [0\ ;\ 4[$

$L = [0\ ;\ 4[$

يسمّى مجالا نصف مغلق على اليسار طرفاه 0 و 4.

تمثيل المجال على المستقيم المدرّج:



ملاحظة: $0 \in [0\ ;\ 4[$

$4 \notin [0\ ;\ 4[$

❖ المجالات غير المحدودة

a عدد حقيقي إذا كان $x \geq a$ فإنّ: $x \in [a\ ;\ +\infty[$

$[a\ ;+\infty[$ يسمّى المجال المغلق غير محدود على اليمين طرفه a.

مثال: $I = \{x \in \mathbb{R} / x \geq -2\}$

$I = [-2;+\infty[$

تمثيل المجال I على المستقيم المدرّج:

ملاحظة: $-2 \in I$

a عدد حقيقي إذا كان $x \rangle a$ فإنّ $x \in]a\ ;+\infty[$

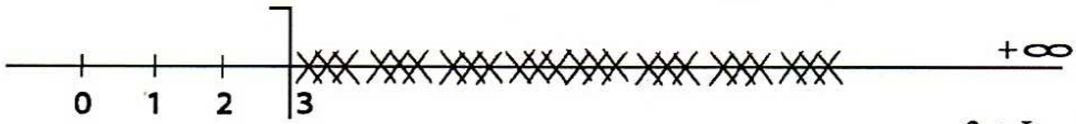
$]a\ ;+\infty[$ يسمّى المجال المفتوح غير محدود على اليمين طرفه a.

مثال: $J = \{x \in \mathbb{R} / x > 3\}$

$J =]3;+\infty[$

J يسمّى المجال المفتوح غير محدود على اليمين طرفه 3

تمثيل المجال J على المستقيم المدرّج:



ملاحظة: $3\notin J$

a عدد حقيقي إذا كان $x\leq a$

فإنّ : $x\in\,]-\infty\,;a]$

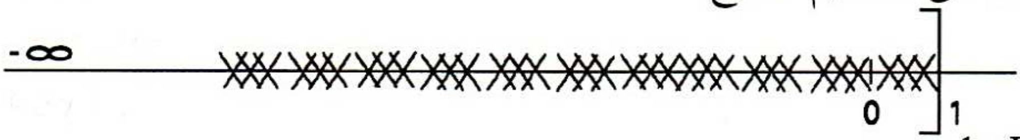
$]-\infty\,;0]$ يسمّى المجال المغلق غير محدود على اليسار طرفه a .

مثال:

$K=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\leq 1\}$

$K=\,]-\infty;\,1]$

تمثيل المجال K على المستقيم المدرّج:



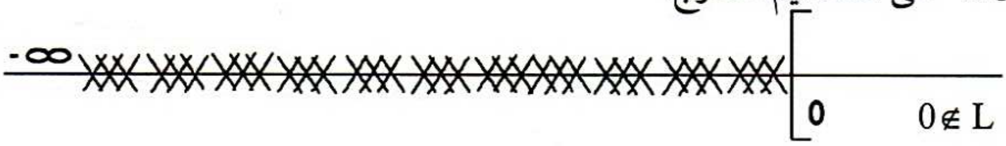
ملاحظة: $1\in K$

a عدد حقيقي إذا كان x >a فإنّ $x\in\,]-\infty,a[$

مثال: $L=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\langle 0\}$

$L=\,]-\infty;0[$

تمثيل المجال L على المستقيم المدرّج.



ملاحظة: $0\notin L$

❖ المجالات الخاصّة:

a عدد حقيقي موجب.

إذا كان $|x|\leq a$ يعني $x\in[-a,a]$

إذا كان $|x|<a$ يعني $x\in\,]-a;a[$

إذا كان $|x|\geq a$ يعني $x\in\,]-\infty;-a]\cup[a\;;\;+\infty[$

إذا كان $|x|>a$ يعني $x\in\,]-\infty\;;\;-a[\cup]a\;;+\infty[$

مثال:

① ليكن $-1\langle x\langle 1$

أوجد حصرا لـ x^2

الإصلاح:

لدينا $-1\langle x\langle 1$

يعني $0\langle |x|\langle 1$

يعني $0\langle |x|^2\langle 1$

يعني $0\langle x^2\langle 1$

و منه $x^2\in[0,1]$

② ليكن $|x-1|\le 3$

أوجد حصرا لـ x

الإصلاح:

لدينا $|x-1|\le 3$

يعني $-3\le x-1\le 3$

و منه $-3+1\le x\le 3+1$

إذن $-2\le x\le 4$

$x\in[-2;4]$

③ $|x|>1$ يعني $x\in\,]-\infty;-1]\cup]1;+\infty[$

❖ **المتراجحات:**

كلّ لا مساواة تؤول كتابتها إلى $ax+b\le 0$ أو $ax+b<0$ أو $ax+b\ge 0$ أو $ax+b>0$ حيث a عدد حقيقي معلوم مخالف للصّفر و b عدد حقيقي معلوم،تسمّى متراجحة من الدّرجة الأولى ذات مجهول واحد x في مجموعة الأعداد الحقيقية.

مثال①: $2x-1\le 3$ متراجحة من الدّرجة الأولى ذات مجهول واحد.

حلّ المتراجحة في $\mathbb{R}$: $2x-1\le 3$

يعني $2x\le 3+1$

يعني $2x\le 4$

يعني $x\le 2$

إذن $S_{\mathbb{R}}=]-\infty,2]$

مثال②: حلّ في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $(2x-1)-3(x-1)<1$

يعني $2x-1-3x+3<1$

يعني $-x<1+1-3$

يعني $-x<-1$

$x>1$

إذن $S_{\mathbb{R}}=]1\,,\,+\infty[$

تمارين للدعم

تمرين عدد 1:

حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

$$-4x+3=0;\quad -\frac{1}{2}x+7=-\frac{1}{2}\quad ;\quad 2x-3=3x-2\quad ;\quad 5(x-3)=x+1$$

$$5(x-1)-3(x+2)=2(x-1)+3\quad ;\quad \frac{2x+1}{3}=\frac{x-1}{2}$$

$$\frac{x-3}{3}-\frac{2x-5}{2}=\frac{-4x+9}{6}\quad ;\quad 2|2x-1|-1=\frac{3}{2}|-2x+1|+1$$

$$(x-1)^2+(x^2-1)=0\quad ;\quad 2x-2=\frac{x^2}{2}$$

$$(3x-1)(x+2)=(1-3x)(x-2)\quad ;\quad (1-2x)^2=(x+2)^2$$

تمرين عدد 2:

ليكن EFGH مستطيلا حيث $FG = 10$ cm ; $EF = 5$ cm و M نقطة من قطعة المستقيم [EH] حيث $HM = x$.

1) أوجد حصرا للعدد x معلّلا جوابك.

2) أ- أثبت إذا كان المثلّث FGM قائم الزّاوية في M فإنّ $x^2-10x+25=0$.

ب- أوجد العدد x إن أمكن ذلك في حالة FGM قائم الزّاوية في M.

3) أوجد حصرا لمساحة المثّلث MHG

4) أوجد العدد x إذا كانت مساحة المثلّث MHG تساوي نصف مساحة الرّباعي EFGM .

تمرين عدد 3:

ليكن IJK مثلّثا حيث $IJ = x + 5$ و $IK = x + 3$ و $JK = x + 4$

1) أوجد العدد x إذا كان محيط المثلّث IJK يساوي 24

2) أوجد x إذا كان المثلّث IJK قائم في K .

3) ما هي قيمة العدد x إذا كانت مساحة المثلّث IJK تساوي 5 و ارتفاعه الصّادر من I يساوي 5؟

تمرين عدد 4:

نعتبر العددين x و y حيث $-1 \le x \le \frac{4}{3}$ و $-\frac{2}{3} \le y \le 5$

1) أ) أوجد حصرا لـ $x + y$ و $-y$ و $x-y$.

ب)ماهو مدى حصر $x-y$ ؟

2) أ) بيّن أنّ : $y+1 \neq 0$.

ب)أوجد حصرا لـ $\frac{2x+3}{y+1}$

تمرين عدد 5:

ليكن x و y عددان حقيقيّان حيث: $1 \leq x \leq 2$ و $4 \leq y \leq 5$

1) أ- أوجد حصرا لـ $x+y$ و $x-y$ و $\frac{x}{y}$.

ب – استنتج حصرا لـ $x^2 - y^2$

2) أ- أحصر العدد $x-1$.

ب- استنتج حصرا لـ $x^2 - 2x + 1$

تمرين عدد 6:

ليكن x و y عددان حقيقيّان حيث $-2 \leq x \leq 1$ و $-3 \leq y \leq -1$

1) أوجد حصرا لـ $2x+y$ و y^2 و $\frac{x+4}{y}$

2) حقّق أنّ : $x+3 \neq 0$

3) لتكن العبارة A التّالية: $A = \frac{2x-1}{x+3}$

أ- بيّن أنّ : $2 - \frac{7}{x+3} = A$

ب- استنتج حصرا للعبارة A .

تمرين عدد 7:

أتمّ بـ ، ، أو :

$2 ....]\frac{3}{2} ; 5]$ / $5 ....]\frac{3}{2} ; 5]$ / $\frac{3}{2} ......]\frac{3}{2} ; 5]$

$\frac{1}{2} ....]-1 ; 1[$ / $(-1) ....]-\infty ; -2]$ / $(-20) ....]-\infty ; -2]$

$\pi .... [-\pi ; 3,14[$ / $0 ....]-1 ; 1]$ / $(-1) .....]-1 ; 1[$

$]-\infty, +\infty[....... \mathbb{R}$ / $]-2 ; +\infty] .... \mathbb{R}$ / $]-1 ; 1[...... [-1 ; 1]$

$]-\infty ; 0[....... \mathbb{R}_-$ / $]\sqrt{2} ; \sqrt{3}] ....]1 ; 2[$ / $]3,14 ; \pi[.....]0 ; 1[$

$]1 ; +\infty[.......]1 ; 3]$

تمرين عدد 8:

1) أكتب كلّ مجموعة من المجموعات التّالية على شكل مجال:

$B = \{x \in \mathbb{R} / 1 < x \leq 3\}$ / $A = \{x \in \mathbb{R} / -1 \leq x \leq 2\}$

$D = \{x \in \mathbb{R} / x \leq -1\}$ / $C = \{x \in \mathbb{R} / -2 \leq x < 2\}$

2) أ- مثّل على مستقيم عددي المجموعتين A و B بلونين مختلفين ثمّ استنتج $A \cap B$ و $A \cup B$

ب- مثّل على مستقيم مدرّج المجموعتين C و D بلونين مختلفين ثمّ استنتج $C \cap D$ و $C \cup D$

تمرين عدد 9:

اكتب كلّ مجموعة من المجموعات التّالية على شكل مجال أو إتّحاد مجالين:

$$A=\left\{x\in\mathbb{R}/-x-1<\sqrt{2}\right\} \quad / \quad B=\left\{x\in\mathbb{R}/|x|\leq 0\right\}$$

$$C=\left\{x\in\mathbb{R}/|x|<-1\right\} \quad / \quad D=\left\{x\in\mathbb{R}/|2x-1|<3\right\}$$

$$E=\left\{x\in\mathbb{R}/|x|>-1\right\} \quad / \quad F=\left\{x\in\mathbb{R}/|x+1|>2\right\}$$

$$G=\left\{x\in\mathbb{R}/-1\leq 2x+1\leq 3\right\}$$

تمرين عدد 10:

نعتبر المجموعات التالية :

$$\mathrm{K}=]-\infty\ ;\ 3] \quad ; \quad \mathrm{J}=]-2\ ;\ 1] \quad ; \mathrm{I}=\left[-\sqrt{2}\ ;\ 3\right]$$

1) مثّل كلّ من I و J و K على نفس المستقيم العددي بألوان مختلفة.

2) استنتج $\mathrm{I}\cap\mathrm{K}\ ;\ \mathrm{J}\cup\mathrm{K}\ ;\ \mathrm{I}\cap\mathrm{J}\ ;\ \mathrm{I}\cap\mathrm{J}\cap\mathrm{K}$

تمرين عدد 11:

نعتبر العددين a و b حيث $a\in[-1;2]$ و $b\in[-4;-1]$ و العبارات x و y و z حيث:

$$x=\frac{a+1}{b}\ ;\ y=\frac{a-b+12}{a-3}\ ;\ z=\frac{3a+5}{a+4}$$

1) أوجد حصرا لـ x و y .

2) أ)أثبت أنّ: $a+4\neq 0$

ب)حقّق أنّ : $z=3-\frac{7}{a+4}$

3) أثبت أنّ : $z\in\left[\frac{2}{3};\frac{11}{6}\right]$

4) رتّب تصاعديّا الأعداد x و y و z .

تمرين عدد 12:

ليكن x عددا حقيقيّا حيث $-\frac{1}{3}<x<\frac{1}{3}$

1) بيّن أنّ $x^2\in\left[0,\frac{1}{9}\right[$

2) أ) أوجد حصرا لـ $-3x+2$

ب)استنتج أنّ: $-3x+2\neq 0$

3) نعتبر العبارة E التّالية: $E=\frac{-9x+4}{-3x+2}$

أ)بيّن أنّ : $E=3-\frac{2}{-3x+2}$

أ- أثبت أنّ : $E \in \left]1\ ;\ \frac{7}{3}\right[$

4) بيّن أنّ: $E - x$ عدد سالب.

تمرين عدد 13:

1) ليكن x عددا حقيقيّا حيث: $-4 < -3x + 2 < 8$

بيّن أنّ : $|x| < 2$

2) أوجد المجموعة I التّالية : $I = \{x \in \mathbb{R}_+ / |2x-1| \geq 2\}$

3) نعتبر المجموعة J التّالية: $J = \{x \in \mathbb{R}_- / |2x-1| < 2\}$

بيّن أنّ: $J = \left]-\frac{1}{2};0\right[$

تمرين عدد 14:

1) ليكن x عددا حقيقيّا حيث $-2x+5 \in [3;7]$

بيّن أنّ: $|x| \leq 1$

2) أوجد حصرا لـ x^2 و $-8x+16$.

3) استنتج أنّ: $(x-4)^2 \in [8\ ;\ 25]$

تمرين عدد 15:

x و y عددان حقيقيان مخالفان لصفر و غير متقابلان. نعتبر العبارة A التّالية:

$$A = \frac{1}{(x+y)^2} \times \left(\frac{x^2+y^2}{xy} + 2\right) \times \frac{1}{xy}$$

1) أثبت أنّ : $A = (xy)^{-2}$

2) أعط الكتابة العلميّة للعبارة A إذا كان $x = \frac{1}{20}$ و $y = (0,25)10^4$

3) أوجد حصرا لـ x^2 و y^2 إذا كان $x \in [-4\ ;\ -1]$ و $y \in [3;4]$

4) استنتج حصرا لـ $\sqrt{A}$

تمرين عدد 16:

نعتبر المجموعة B التّالية : $B = \{x \in \mathbb{R} / |2x+3| \leq 1\}$

1) بيّن أنّ : $B = [-2\ ;-1]$

2) أ) ليكن $x \in B$ و $1 < y < 3$ أوجد حصرا لـ x^2 و xy و $\frac{y}{x}$

ب) نعتبر العبارة C التّالية: $C = \frac{2x+2y}{y^2-x^2}$

بسّط العبارة C ثمّ استنتج حصرا لها.

تمرين عدد 17:

1) ليكن x عددا حقيقيّا حيث: $1 \leq -3x+1 \leq 4$

أ)بيّن أنّ: $x \in [-1\ ;\ 0]$

ب)أثبت أنّ: $x-1 \neq 0$

2) نعتبر العبارتين A و B حيث: $B = \dfrac{x+7}{x-1}$ و $B = \dfrac{x^2-2x+3}{x-1}$

بيّن أنّ : $B = x-1+\dfrac{2}{x-1}$ و $A = 1+\dfrac{8}{x-1}$

3)أ) بيّن أنّ: $B \in [-7\ ;-3]$

ب) استنتج حصرا للعبارة A إذا كان $x \in [-1\ ;\ 0]$

تمرين عدد 18:

ليكنx و y عددان حقيقيان حيث $x \in [-3\ ;-1]$ و $y \in [1\ ;\ 2]$

1) أوجد حصرا لـ $2x+1$ و $-x+y$

2) بيّن أنّ : $xy \in [-6\ ;\ -1]$

3) اكتب العبارة التّالية بدون قيمة مطلقة $E = -|y-x| - y|2x+1| + 2|xy|$

تمرين عدد 19:

حلّ في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:

$2x-1 \leq 3$ / $-2x+\dfrac{1}{2} \leq x-\dfrac{5}{2}$ / $4(x-1)-x+1 \leq 3x-2$

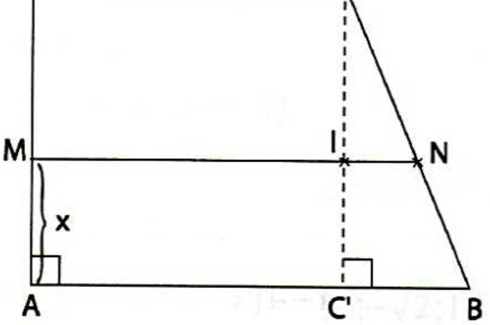
$\dfrac{x-2}{3}-1 > \dfrac{x-7}{3}$ / $\dfrac{x-1}{3}-1 \leq \dfrac{x-1}{2}$ / $|2x-1| < 3$

$|x-1| = x-1$ / $|2x+3| = -2x-3$ / $\dfrac{x+2}{3}-\dfrac{x+1}{12} \geq \dfrac{3-x}{4}$

$x^2-(x-1)^2 > -1$ / $3x(x-1)-(3x-1)(x-2) \leq 0$

$(x-3)^2-(x+2)^2 \leq -4$

تمرين عدد 20:



ليكن ABCD شبه منحرف قائما في A و D .

و M نقطة من [AD] حيث:

$AD = 8$ و $AB = 10$ و $DC=6$ و $AM= x$

ليكن 'C المسقط العمودي لـ C على (AB) كما يوضّح الشّكل:

1) أوجد حصرا للعدد x معلّلا جوابك.

2) بيّن إذا كانت مساحة المثلّث ABM أكبر من مساحة المثلّث MDC فإنّ $x\in]3;8[$.

3) المستقيم المارّ من M و الموازي لـ (AB) يقطع ('CC) و (CB) في نقطتين I و N على التّوالي.

أ- بيّن أنّ مساحة المثلّث CIN يساوي $\dfrac{(8-x)^2}{4}$.

ب- أوجد x إذا كانت مساحة المثلّث CIN يساوي سدس مساحة الرّباعي 'ADCC إن أمكن ذلك.

تمرين عدد 21:

ليكن a و b عددين حقيقيّين حيث: $a\in[3\ ;\ 4]$ و $b\in[-1\ ;\ 2]$

1) أ- أوجد حصرا لـ $a+b$ و $a-b$

ب- بيّن أنّ $a^2-b^2\neq 0$

2) نعتبر العبارة E التّالية: $E=\dfrac{2a}{a^2-b^2}$

أ- بيّن أنّ : $E=\dfrac{1}{a-b}+\dfrac{1}{a+b}$

ب- بيّن أنّ : $E=\left[\dfrac{1}{5}\ ;\ 4\right]$

تمرين عدد 22:

نعتبر المجموعتين E و F حيث:

$F=\{x\in\mathbb{R}/-5\leq 2x-3\leq -1\}$ و $E=\{x\in\mathbb{R}/x\geq 0\}$

1) أثبت أنّ: $E=\mathbb{R}_+$ و $F=[-1;1]$

2) أوجد $E\cap F$ ثمّ $E\cup F$

3) احسب العبارة a التّالية حيث $x\in F$: $a=\left|x-\sqrt{2}\right|-\left|x+\sqrt{2}\right|+\sqrt{8}$

تمرين عدد 23:

نعتبر العبارتين A و B حيث: $B=(2x-3)^2-(x-5)^2$; $A=x^2+2x$

1) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $A=0$

2) أ)بيّن أنّ : $B=(x+2)(3x-8)$

ب)حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $(2x-3)^2=(x-5)^2$

3) أ)بيّن أنّ : $A+B=4(x-2)(x+2)$

ب)حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة : $A+B=0$

4)أ) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة : $4A-4(x-2)(x+2)=0$

ب)حلّ في $\mathbb{R}$ المتراجحة $x^2-A\leq 4$

ثمّ مثّل مجموعة حلولها على مستقيم مدرّج.

تمارين الاختيار من متعدد:

اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة

التمرين عدد1:

1) حلّ المعادلة $5x(2x-1) = (1-2x)$ في $\mathbb{R}$ هو:

☐ $\left\{\frac{1}{5};\frac{1}{2}\right\}$ ☐ $\left\{0;\frac{1}{2}\right\}$ ☐ $\{0;3\}$

2) حلّ المعادلة $|x|+1=0$ في $\mathbb{R}$ هو:

☐ $\{-1;1\}$ ☐ $\{-1\}$ ☐ $\varnothing$

3) حلّ المعادلة $\frac{x}{2}=1$ في $\mathbb{R}$ هو:

☐ 1 ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ 2

4) $1-|x| \geq -2$ يعني x تنتمي إلى:

☐ $[-3\ ;\ 3]$ ☐ $]-\infty;-3]\cup[3;+\infty[$ ☐ $[-2\ ;\ +\infty[$

5) $-2 \leq x \leq -1$ و $1 \leq y \leq 3$ يعني:

☐ $-2 \leq xy \leq -3$ ☐ $2 \leq xy \leq 3$ ☐ $-6 \leq xy \leq -1$

6) $I=]-1;2]$ و $J=]-2;1]$ فإنّ $I \cup J$ يساوي:

☐ $]-1;1]$ ☐ $[-2;2]$ ☐ $]-2;2]$

7) $I=]-\sqrt{2};+\infty[$ و $J=]-\infty;1]$ فإنّ $I \cap J$ يساوي:

☐ $[-\sqrt{2};1]$ ☐ $]-\sqrt{2};1]$ ☐ $]-\sqrt{2};1[$

8) $\left(1-\sqrt{2}\right)x \geq 0$ حلّ هذه المتراجحة في $\mathbb{R}$ هو:

❑ $\mathbb{R}_-$ ❑ $\mathbb{R}$ ❑ $\mathbb{R}_+$

9) حلّ المتراجحة $1-x<-2$ في $\mathbb{R}$ هو:

❑ $]-\infty;-2[$ ❑ $]3;+\infty[$ ❑ $]-\infty;3[$

التمرين عدد2:

أجب بـ "صحيح " أو "خطأ":

1) $2x^2-\left(\sqrt{2}x-1\right)^2<-3\sqrt{2}x$ هي متراجحة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد (.................)

2) $x^2-(x-1)(x+2)=0$ هي معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد (.................)

3) $x\geq 1$ يعني $x\in]-\infty,1]$ (.................)

4) $|x|\geq -1$ يعني $x\in\mathbb{R}$ (.................)

5) $|x|\leq 0$ يعني $x=0$ (.................)

6) $|x|<0$ يعني $x=0$ (.................)

7) $-2\leq x+y\leq 5$ يعني $3\leq x\leq 5$ و $-5\leq y\leq 0$ (.................)

8) $\sqrt{2}\in\left]-\sqrt{2},\sqrt{2}\right[$ (.................)

9) $4\sqrt{3}\in\left]-\sqrt{2},7\right[$ (.................)

10) $]-\infty,0]\cup[0,+\infty[=\mathbb{R}$ (.................)

11) $\left[-1,\sqrt{2}\right[\subset\left[-1,\sqrt{2}\right]$ (.................)

12) $-5\leq -3x+1\leq 7$ يعني $x\in]-2,2[$ (.................)

13) $|x|\leq\sqrt{2}$ و $|y|=\frac{\sqrt{2}}{2}$ يعني $xy\in[-1,1]$ (.................)

14) $-5\leq -3x+1\leq 7$ يعني $|x|\leq 2$ (.................)

الدّرس 8: الإحصاء و الإحتمالات

ملخَّص الدّرس

❖ **المعدّل الحسابي لسلسلة إحصائيّة ذات ميزة كميّة**: هو ناتج قسمة مجموع جذاءات كلّ قيمة والتكرار الموافق لها على التكرار الجملي.

❖ **المعدّل الحسابي لسلسلة إحصائيّة ذات ميزة كميّة مسترسلة** : هو ناتج قسمة مجموع جذاءات كلّ مركز فئة و التكرار الموافق له على التكرار الجملي. (مركز الفئة هو المعدل الحسابي لطرفيه)

❖ **موسّط سلسلة إحصائيّة ذات ميزة كميّة**:

- إذا كان التكرار الجملي لهذه السلسلة الإحصائيّة N عدد فردي فإنّ الموسط هو القيمة الّتي ترتيبها $\frac{N+1}{2}$.
- إذا كان التكرار الجملي لهذه السلسلة الإحصائيّة N عدد زوجي فإنّ الموسّط هو المعدّل الحسابي للقيمتين اللّتين ترتيبيتهما $\frac{N}{2}$ و $\frac{N}{2}+1$.

❖ **التّكرار التراكمي الصّاعد:** الموافق لقيمة ما هو مجموع تكرارت القيم الأصغر أو المساوية لها.

❖ **التّكرار التراكمي النّازل:** الموافق لقيمة ما هو مجموع تكرار القيم الأكبر منها أو المساوية لها.

❖ **موسّط سلسلة إحصائية:** ذات ميزة كميّة منقطعة أو كميّة مسترسلة تكرارها الجملي N هو:

فاصلة النقطة الّتي تنتمي إلى مضلّع التكرارات التراكميّة و الّتي ترتيبها $\frac{N}{2}$ إذا كان N زوجي أو $\frac{N+1}{2}$ إذا كان N فردي.

❖ التّواتر: هو ناتج قسمة التكرار على التكرار الجملي

❖ التّواتر بالنسبة المائويّة: هو ناتج ضرب التواتر في 100.

❖ التّواتر التراكمي: هو ناتج قسمة التكرار التراكمي على التكرار الجملي.

❖ التّواتر التراكمي بالنسبة المائويّة: هو ناتج ضرب التواتر التراكمي في 100.

❖ موسّط سلسلة إحصائية: هو فاصلة النقطة الّتي تنتمي إلى مضلّع التواترات التراكميّة و الّتي ترتيبها 0,5 (أو 50% إذا كانت التواترات التراكمية بالنسبة المائوية)

❖ **أمثلة:**

❖ **مثال عدد 1: سلسلة إحصائيّة ذات ميزة كميّة:**

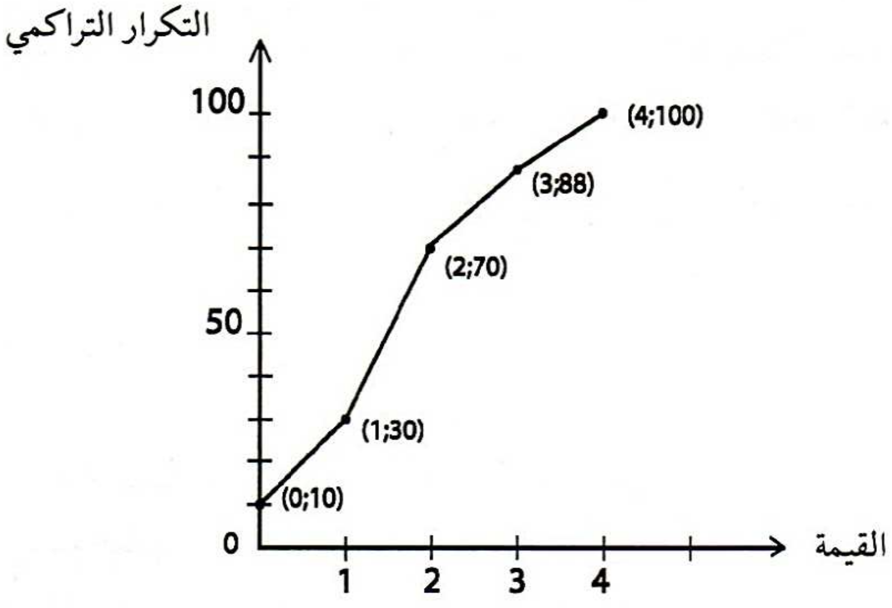
عدد الأبناء (القيمة)	0	1	2	3	4
عدد العائلات (التكرار)	10	20	40	18	12
التكرار التراكمي الصاعد	10	30	70	88	100
التواتر التراكمي الصاعد	$\frac{10}{100}=0,1$	$\frac{30}{100}=0,3$	$\frac{70}{100}=0,7$	$\frac{88}{100}=0,88$	$\frac{100}{100}=1$
التواتر	$\frac{10}{100}=0,1$	$\frac{10}{100}=0,2$	$\frac{40}{100}=0,4$	$\frac{18}{100}=0,18$	$\frac{12}{100}=0,12$

التكرار الجملي هو $100=12+18+40+20+10$

المعدّل الحسابي: $\frac{0\times10+1\times20+2\times40+3\times18+4\times12}{100}=2,02$

الموسّط: بما أنّ التكرار الجملي هو 100 (عدد زوجي) فإنّ الموسّط هو المعدّل الحسابي للقيمتين اللّتين ترتيبهما 50 و 51 و هو $2=\frac{2+2}{2}$

مضلّع التكرارات التراكميّة الصّاعدة.



مثال عدد 2: سلسلة إحصائيّة ذات ميزة كميّة منقطعة:

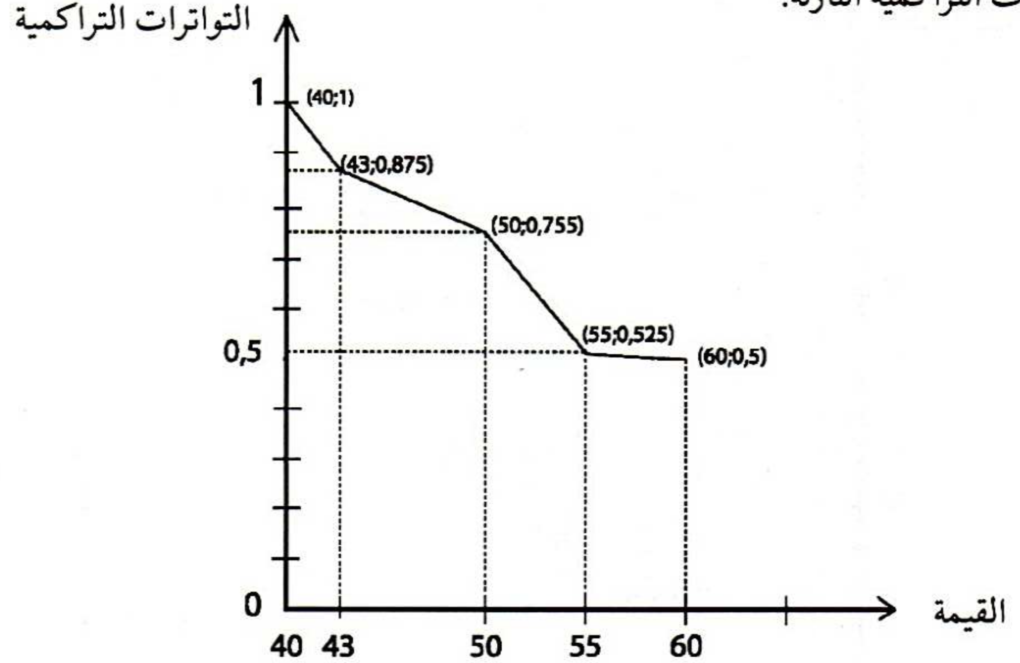
الوزن (كغ) (القيمة)	40	43	50	55	60
عدد التلاميذ (التكرار)	5	4	10	1	20
التكرار التراكمي النازل	40	35	31	21	20
التواتر التراكمي النازل	1	0,875	0,775	0,525	0,5

التكرار الجملي هو: 40=20+1+10+4+5

● المعدّل الحسابي: $\dfrac{40\times5+43\times4+50\times10+55\times1+60\times20}{40}=53,175$

الموسّط: بما أنّ التكرار الجملي هو 40 (عدد زوجي) فإنّ الموسّط هو المعدّل الحسابي للقيمتين اللّتين ترتيبهما 20 و 21 و هو $57,5=\dfrac{60+55}{2}$

مضلّع التواترات التراكميّة النازلة:



مثال عدد 3: سلسلة إحصائيّة ذات ميزة كميّة مسترسلة:

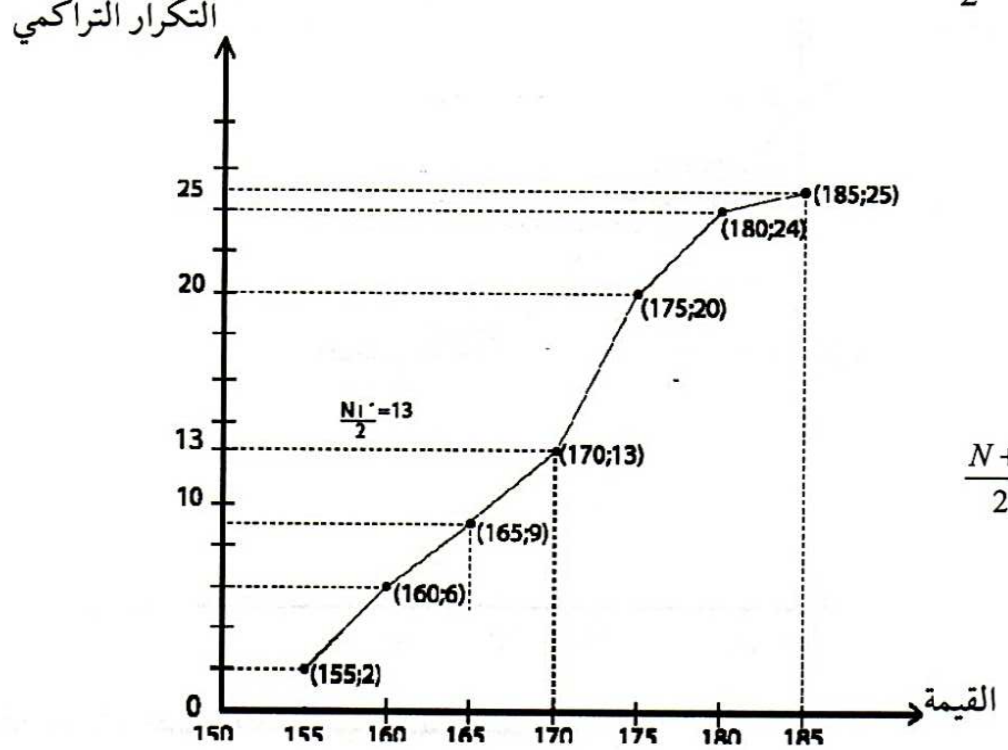
الفئة (صم) (القيمة)	[150,155[	[155,160[	[160,165[	[165,170[	[170,175[	[175,180[	[180,185[
مركز الفئة	152,5	157,5	162,5	167,5	172,5	177,5	182,5
عدد التلاميذ (التكرار)	2	4	3	4	7	4	1
التكرار التراكمي الصاعد	2	6	9	13	20	24	25
التكرار التراكمي النازل	25	23	19	16	12	5	1

التكرار الجملي هو 25.

المعدّل الحسابيّ:

$$\frac{152,5\times2+157,5\times4+162,5\times3+167,5\times4+172,5\times7+177,5\times4+182,5\times1}{25}=167,7$$

الموسّط باستعمال مضلّع التكرارات التراكميّة الصّاعدة: و هو فاصلة النقطة الّتي تنتمي إلى المضلّع والّتي ترتيبها $\frac{25+1}{2}=13$.



$$\frac{N+1}{2}=13$$

الموسّط

الإحتمالات:

أمثلة:

مثال عدد 1: كيس يحتوي على 3 أقراص حمراء و 5 صفراء.

1- ماهو احتمال سحب قرص أصفر ؟

2- ماهو احتمال سحب قرص أحمر؟

3- ما هو احتمال سحب قرص أبيض؟

4- ما هو احتمال سحب قرص أحمر أو أصفر؟

الاصلاح:

1- احتمال سحب قرص أصفر هو $\frac{5}{8}$

2- احتمال سحب قرص أحمر هو $\frac{3}{8}$

3- احتمال سحب قرص أبيض هو $0 = \frac{0}{8}$

4- احتمال سحب قرص أحمر أو أصفر هو $1 = \frac{8}{8}$

ملاحظة:

إذا كان: الحدث A هو سحب قرص أحمر.

الحدث B هو سحب قرص أصفر.

الحدث C هو سحب قرص أبيض

الحدث D هو سحب قرص أحمر أو أصفر

فإنّ

الحدث A يسمّى حدثا ممكنا لأنّ احتماله $\frac{3}{8}$ أكبر من 0.

الحدث B يسمّى حدثا ممكنا لأنّ احتماله $\frac{5}{8}$ أكبر من 0.

الحدث C يسمّى حدثا مستحيلا لأنّ احتماله $\frac{5}{8}$ يساوي 0.

الحدث D يسمّى حدثا أكيدا لأنّ احتماله يساوي 1 .

يكون الحدث أكيدا إذا كان احتماله مساوٍ لـ 1.
يكون الحدث مستحيلا إذا كان احتماله مساوٍ لـ 0.
يكون الحدث ممكنا إذا كان احتماله أكبر من صفر.

مثال عدد 2: سحب متتالي مع الإرجاع:

صندوق يحتوي على 5 أقراص 3 زرقاء و 2 خضراء .التجربة العشوائيّة: سحب إثنين من القريصات بصفة متتالية مع الإرجاع.

1) أ- ماهو عدد الإمكانيّات؟

ب- ما هو احتمال سحب قرصين ذوي اللّون الأزرق؟

2) ما هو احتمال سحب قرصين ذوي اللّون الاخضر؟

3) ما هو احتمال سحب قرصين ذوي نفس اللّون؟

4) ما هو احتمال سحب قرصين ذوي لونين مختلفين؟

الإصلاح:

1)أ- عدد الإمكانيّات هو: $25 = 5 \times 5$

ب-احتمال سحب قرصين ذوي اللّون الأزرق هو: $\frac{3\times3}{25}=\frac{9}{25}$

2)احتمال سحب قرصين ذوي اللّون الأخضر هو : $\frac{2\times2}{25}=\frac{4}{25}$

3)احتمال سحب قرصين ذوي نفس اللّون هو: $\frac{9}{25}+\frac{4}{25}=\frac{13}{25}$

4)احتمال سحب قرصين ذوي لونين مختلفين هو : $1-\frac{13}{25}=\frac{12}{25}$

مثال عدد 3: سحب متتالي بدون إرجاع.

صندوق يحتوي على 7 كويرات 5 منها بيضاء و 2 صفراء .التجربة العشوائية: سحب كويرتين بصفة متتالية بدون إرجاع.

1) أ- ما هو عدد إمكانيّات السّحب؟

ب- ما هو احتمال سحب كويرتين بيضاويتين؟

2) ما هو احتمال سحب كويرتين صفراويتين ؟

3) ما هو احتمال سحب كويرتين ذوي لونين مختلفين؟

الإصلاح:

1) أ-عدد الامكانيّات هو: $7\times6=42$

ب-احتمال سحب كويرتين بيضاوتين هو: $\frac{5\times4}{42}=\frac{20}{42}=\frac{10}{21}$

2) احتمال سحب كويرتين صفراوتين هو: $\frac{2\times1}{42}=\frac{2}{42}=\frac{1}{21}$

3) احتمال سحب كويرتين ذوي لونين مختلفتين هو: $1-\left(\frac{10}{21}+\frac{1}{21}\right)=\frac{21}{21}-\frac{11}{21}=\frac{10}{21}$

مثال عدد 4: سحب في نفس الوقت

صندوق يحتوي على 6 أقراص يحملن الأعداد 0 و (-2) و $\sqrt{2}$ و $-\sqrt{5}$ و 3 و 1

التجربة العشوائية :سحب قرصين في نفس الوقت ثمّ نهتمّ بمجموعهما.

1) ما هو عدد إمكانيّات السّحب؟

2) ما هو احتمال سحب قرصين مجموعهما عدد صحيح طبيعي؟

3) ما هو احتمال سحب قرصين مجموعهما أصغر من صفر؟

4) ما هو احتمال سحب قرصين مجموعهما عدد أصمّ؟

الإصلاح: كلّ إمكانيّات السّحب:

	1	3	$-\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	-2	0
0	$(0,1)$	$(0,3)$	$(0,-\sqrt{5})$	$(0,\sqrt{2})$	$(0,-2)$	
-2	$(-2,1)$	$(-2,3)$	$(-2,-\sqrt{5})$	$(-2,\sqrt{2})$		
$\sqrt{2}$	$(\sqrt{2},1)$	$(\sqrt{2},3)$	$(\sqrt{2},-\sqrt{5})$			
$-\sqrt{5}$	$(-\sqrt{5},1)$	$(-\sqrt{5},3)$				
3	$(3,1)$					
1						

1) عدد إمكانيّات السّحب هو: $15=\frac{6\times5}{2}$

2) احتمال سحب قرصين مجموعهما عدد صحيح طبيعي هو $\frac{4}{15}$

3) احتمال سحب قرصين مجموعهما أصغر من صفر هو $\frac{7}{15}$

4) احتمال سحب قرصين مجموعهما عدد أصمّ هو: $\frac{3}{5}=\frac{9}{15}$

ملاحظة:

نعتبر الحدثين التّاليين A و B .

الحدث A سحب قرصين مجموعهما أكبر من 5.

الحدث B سحب قرصين مجموعهما أصغر من 5.

الحدث A يسمّى حدثا مستحيلا لأنّ احتماله يساوي $0=\frac{0}{15}$

الحدث B يسمّى حدثا أكيدا لأنّ احتماله يساوي $1=\frac{15}{15}$

تمارين للدّعم

تمرين عدد 1:

في إطار زيارة طبيّة قامت قافلة صحيّة داخل حيّ سكني بوزن 60 فردا فتحصّلت على النّتائج التّالية:

الفئة (كغ)	$[50,55[$	$[55;60[$	$[60;65[$	$[65;70[$	$[70;75[$	$[75;80[$
عدد الأفراد	6	10	12	19	9	4

1)ما هو نوع هذه الميزة؟

2)أوجد المعدّل الحسابي لهذه السّلسلة الإحصائيّة.

3)كوّن جدول التّكرارات التراكميّة الصّاعدة و التوترات التراكميّة الصّاعدة.

4)ارسم مضلّع التّكرارات التراكميّة الصّاعدة ثمّ استنتج موسّط هذه السلسلة الإحصائيّة.

تمرين عدد 2:

قام أحمد بجمع معلومات حول عدد الأبناء بالنّسبة لكلّ عائلة داخل الحيّ السّكني الّذي يقطنه فتحصّل على ما يلي:

عدد الأبناء	0	1	2	3	4	5	6	7
عدد العائلات	1	2	5	12	14	4	1	1

1) ما هو نوع هذه الميزة؟

2) ما هو التّكرار الجملي لهذه السّلسلة الإحصائيّة؟

3) ما هو موسّط هذه السلسلة الإحصائيّة؟ أعط مدلوله.

4) ما هو معدّل عدد الأبناء داخل هذا الحيّ؟

5) ارسم مخطّط العصيّات لهذه السّلسلة الموافق للتكرارات.

6) كوّن جدول التّكرارات التراكميّة النّازلة و التّواترات التّراكميّة النّازلة.

7) ما هي النّسبة المائوية للعائلات الّتي لها عدد أبناء أكبر من 2.

8) أراد أحمد إعادة تنظيم الجدول السّابق باستعمال سلسلة إحصائيّة ذات ميزة كميّة مسترسلة كما يبيّن الجدول التّالي:

الفئة	[0;3[	[3;6[	[6;9[
مركز الفئة			
التّكرار			
التّواتر			
التّواتر %			
التّواتر التّراكمي النّازل %			

أ- أكمل الجدول ثمّ احسب المعدّل الحسابي لهذه السّلسلة .

ب- ارسم مخطّط المستطيلات الموافق للتّكرارات.

ج- ارسم مضلّع التّواترات التراكميّة النّازلة بالنّسبة المائويّة ثمّ استنتج موسّط هذه السّلسلة.

تمرين عدد 3:

تقدّم المعطيات التّالية سحب من موزّع آلي لحرفاء بمؤسّسة بنكيّة لمدّة ساعة واحدة بالدّينار.

50	10	40	50	10	100	40	50
	100	40	100	50	40	40	50
	20	100	100	50	20	30	10
	100	40	100	40	50	40	30
	40	10	40	10	40	20	40
	20	40	100	40	50	50	40
	30	50	50	20	30	10	50

1) كوّن جدولا إحصائيّا لهذه السّلسلة.

2) أ- ما هو معدّل السّحب لكلّ حريف؟

ب- ما هو أكثر مبلغ وقع سحبه؟ ماذا تستنتج؟

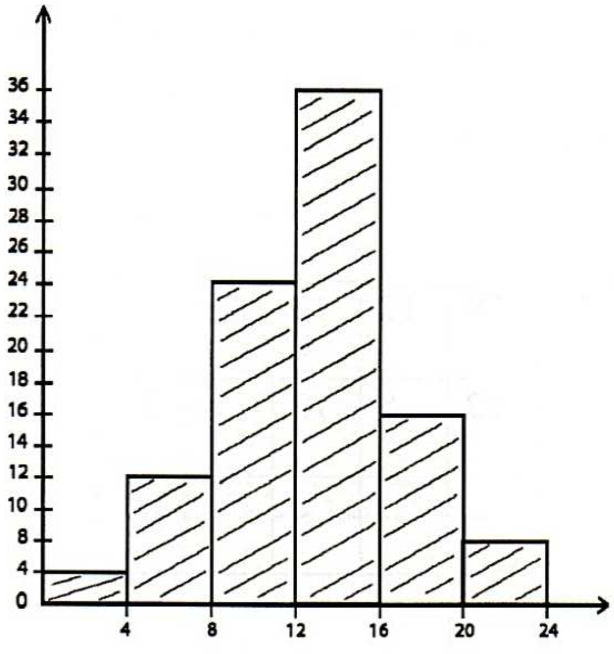
3) كوّن جدول التواترات لهذه السّلسلة الإحصائيّة.

4) ما هي النّسبة المائويّة للحرفاء الّذين سحبوا أقلّ من 100 دينار؟

5) أرسم مخطّط العصيّات الموافق للتّواترات.

تمرين عدد 4:

يمثّل مخطّط المستطيلات التّالي توزيع درجات الحرارة بعدّة مدن تونسيّة في فصل الشتاء.



1) أ- ما هو التكرار الجملي لهذه السّلسلة الاحصائيّة؟
ب- كوّن جدولا إحصائيّا لهذه السّلسلة.
2) أ- كوّن جدول التّكرارات التراكميّة الصّاعدة
ب- ارسم مضلّع التّكرارات التّراكميّة الصّاعدة:
ج- استنتج موسّط هذه السّلسلة.
أ- ما هو معدّل درجات الحرارة لهذه المدن؟
3) كوّن جدول التّواترات بالنّسبة المائويّة الموافق لكلّ قيمة:

تمرين عدد 5:

يقدّم الجدول التّالي توزيعا سكنيّا بحساب عدد الغرف لـ 50 عائلة:

عدد الغرف	1	2	3	4	5
التّواتر بالنّسبة المائويّة	16%	24%	30%	28%	2%

2)أ- أحسب التّكرار الموافق لكلّ قيمة.
ب- كوّن جدول التّكرارات التراكميّة النّازلة.
ج- ارسم مضلّع التّكرارات.
د- ماهو موسّط هذه السّلسلة؟
3)ما هو معدّل عدد الغرف لكلّ عائلة؟ ما هو مدلوله؟
4)أرسم مضلّع التّواترات التراكميّة الصّاعدة بالنّسبة المائويّة ثمّ استنتج الموسّط.

تمرين عدد 6:

فيما يلي معطيات لمعدّل الرياضيّات لقسمين تاسعة أساسي بمدرسة إعداديّة.

القسم الأوّل:

14	8	17	14	19	8	17	14	5
8	14	8	14	5	17	14	19	14
						8	17	

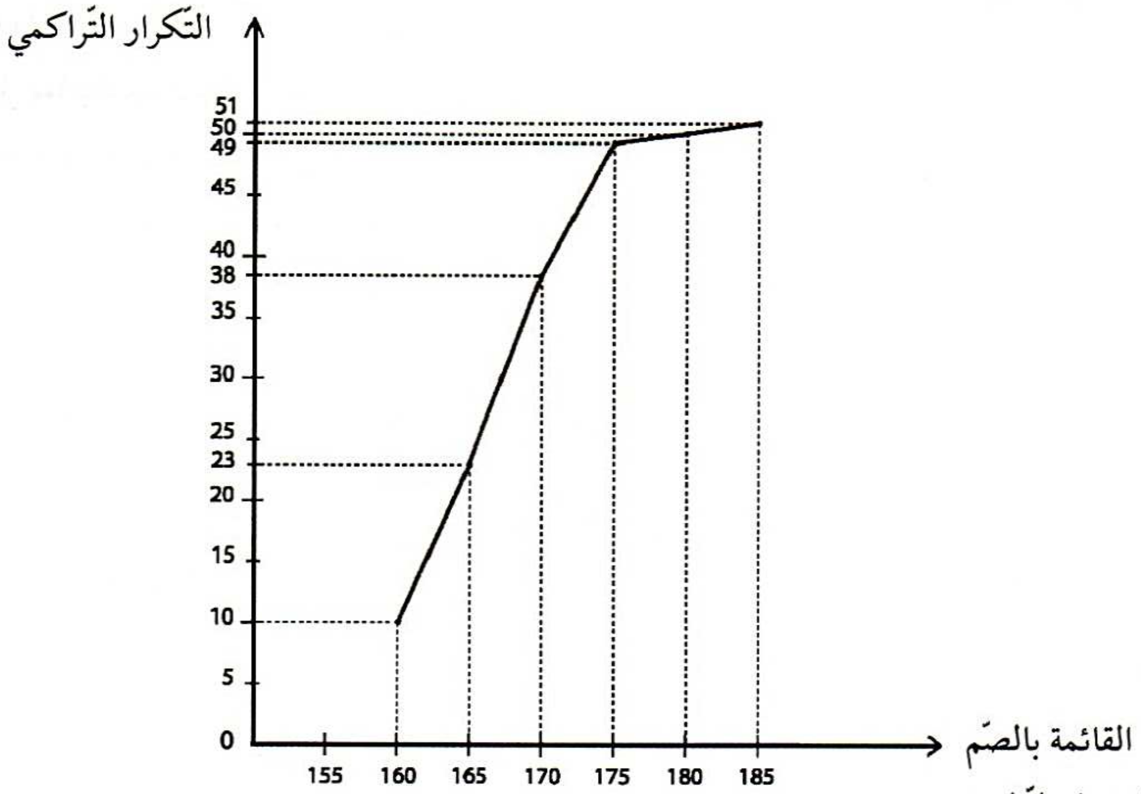
القسم الثاني:

18	13	13	18	13	12	18	12	8
13	12	13	8	12	8	12	8	7
							13	12

1) كوّن جدول التّكرارات التراكميّة الصّاعدة للقسمين.
2) ما هو موسّط هذه السلسلة؟
3) أ-احسب معدّل الرياضيّات للقسمين.
ب-ما هي النّسبة المائويّة للتّلاميذ الّذين ليس لهم معدّل لكلّ قسم ؟
ج-ما هي النسبة المائوية للتّلاميذ الّذين لهم معدّل يتجاوز 13 لكلّ قسم؟
4) ارسم مضلّع التّكرارات التّراكميّة الصّاعدة لكل قسم.

تمرين عدد 7:

يمثّل الرّسم التّالي مضلّع التّكرارات التراكميّة الصّاعدة لقامة تلاميذ قسم تاسعة أساسي بالصّم.



1) أتمّم الجدول التّالي:

طول القامة	[155;160[	[160;165[	[165;170[	[170;175[	[175;180[	[180;185[
التّكرار	10					
التّكرار التّراكمي الصّاعد	10					
التّواتر بالنسبة المائويّة						

2) استنتج من خلال مضلّع التّكرارات التراكميّة الصّاعدة موسّط هذه السّلسلة.

3) ما هو معدّل طول القامة في هذا القسم؟

4) أراد المرشد التّربوي إختيار مسؤول عن هذا القسم.
أ- ماهو احتمال أن يكون هذا التّلميذ قامته أصغر من 175 صم؟
ب- ما هو إحتمال أن يكون هذا المسؤول فتاة إذا علمت أن عدد التّلاميذ الذكور هو 15؟

تمرين عدد 8:

صندوق يحتوي على 5 كويرات 2 بيضاء و 3 زرقاء.
1) نعتبر: الحدث A سحب كويرة بيضاء.
الحدث B سحب كويرة زرقاء.
الحدث C سحب كويرة حمراء
الحدث D سحب كويرة بيضاء أو كويرة زرقاء.
أكمل بما يناسب معلّلا جوابك:
الحدث A هو .... لأنّ ....
الحدث B هو .... لأنّ ....
الحدث C هو .... لأنّ ....
الحدث D هو .... لأنّ ....
2) نعتبر التّجربة العشوائيّة: "سحب كويرتين بصفة متتالية بدون إرجاع"
أ- ما هو عدد إمكانيّات السّحب؟
ب- ما هو عدد إمكانيّات سحب كويرتين من نفس اللّون؟ استنتج احتماله.
ج- ما هو احتمال سحب كويرتين ذوي لونين مختلفين؟

تمرين عدد 9:

يحتوي كيس على 7 كجّات 4 منها خضراء و 3 بيضاء.
نعتبر التّجربة العشوائيّة: "سحب كجّتين في نفس الوقت"
1) ما هو عدد إمكانيّات السّحب؟
2) أ- ما هو إحتمال سحب كجّتين ذوي اللّون الأبيض؟
ب- ما هو إحتمال سحب كجّتين ذوي اللّون الأخضر؟
ج- استنتج إحتمال سحب كجّتين لهما نفس اللّون.
3) ما هو عدد امكانيات سحب كجتيّن ذوي لونين مختلفين؟
4) نعتبر الحدث A سحب كجّتين ذوي اللّون الأبيض أو ذوي اللّون الأخضر.
الحدث A هو .... لأنّ ....

تمرين عدد 10:

لأحمد نردين متشابهين يحملان أوجها مرقّمة من 1 إلى 6.
يرمي أحمد النرد الأوّل ثمّ الثّاني ثمّ يهتمّ بجذاء الأرقام المتحصّل عليها.
- الحدث A "الحصول على جذاء مساوٍ لـ 1"
- الحدث B "الحصول على جذاء ينتمي إلى المجال]0;1["
- الحدث C "الحصول على جذاء ينتمي إلى المجال]0;12] "

- الحدث D "الحصول على جذاء يساوي 40"
- الحدث E "الحصول على جذاء ينتمي إلى المجال[1;36]"

1) أ- ما هو عدد الإمكانيّات ؟
ب- ماهي النّتائج الممكنة؟

2) ما هو إحتمال حصول الحدث A ؟

3) الحدث B هو .... لأنّ ....
الحدث D هو .... لأنّ ....
الحدث E هو .... لأنّ ....

4) ما هو إحتمال حصول الحدث C أو الحدث A ؟

تمارين الإختيار من متعدد:

اختر الجواب الصّحيح من بين الأجوبة المقترحة

تمرين عدد 1:

1) يكون الحدث مستحيلا إذا كان الإحتمال يساوي:

❑ -1　　❑ 1　　❑ 0

2) يكون الحدث ممكنا إذا كان الإحتمال :

❑ يساوي (1-)　　❑ يساوي (1)　　❑ ينتمي إلى]0;+1[

3) أكمل جدول التّكرارات بإحدي المقترحات التّالية:

القيمة	0	1	2	3
التّكرار				
التّكرار التّراكمي الصّاعد	1	6	14	25

❑ 1؛5؛9؛ 11　　❑ 1؛5؛8؛11　　❑ 1؛ 6 ؛ 8 ؛ 11

4) نعتبر الجدول التّالي:

القيمة	10	13	17	18
التّكرار	5	4	1	10

موسّط هذه السّلسلة هو:

☐ 17 ☐ 18 ☐ 17,5

5)داخل كيس 5 كجّات حمراء: احتمال سحب كجّتين حمرويتين هو:

☐ $\frac{2}{5}$ ☐ $\frac{5}{5}$ ☐ $\frac{3}{5}$

6)نعتبر الجدول التّالي:

عدد الأبناء	0	1	2	3
التواتر بالنسبة المائوية	% 5	% 30	% 50	% 15
التكرار	1			

أ- فإنّ التّكرار الجملي لهذه السّلسلة هو:

☐ 5 ☐ 50 ☐ 20

7) نعتبر الجدول التّالي:

عدد الغرف	1	2	3	4	5
التّواتر بالنّسبة المائويّة	16	24		28	2

أ- التّواتر بالنّسبة المائويّة الموافق للقيمة 3 هو:

☐ 40 ☐ 30 ☐ 30 – 40

ب-التّواتر التّراكمي الصّاعد بالنّسبة المائويّة الموافق للقيمة 3 هو:

☐ 40 ☐ 60 ☐ 70

تمرين عدد 2:

أجب بصحيح أو خطأ:

1)الموسّط هو فاصلة النقطة التي تنتمي إلى مضلع التّكرارات و ترتيبتها $\frac{N}{2}$ إذا كان التّكرار الجملي N زوجي أو $\frac{N+1}{2}$ إذا كان التّكرار الجملي N فردي (...............)

2)الموسّط هو فاصلة النقطة التّي تنتمي إلى مضلع التّواترات التّراكميّة بالنسبة المائويّة و التّي ترتيبتها 0,5 (...............)

3)نعتبر الجدول التّالي:

الفئة	[0;5[	[5;10[	[10;15[	[15;20[
التّكرار	3	4	13	7

المعدّل الحسابي لهذه السّلسلة هو : $\frac{(2,5+3)\times(7,5+4)\times(12,5+13)\times(17,5+7)}{3+4+13+7}$ (.............)

4)نعتبر الجدول التّالي :

القيمة	32	40	42	45
التّكرار	5	17	20	3

موسّط هذه السّلسلة هو 42 (...............)

الدّرس 9: التّعيين في المستوي

ملخّص الدّرس

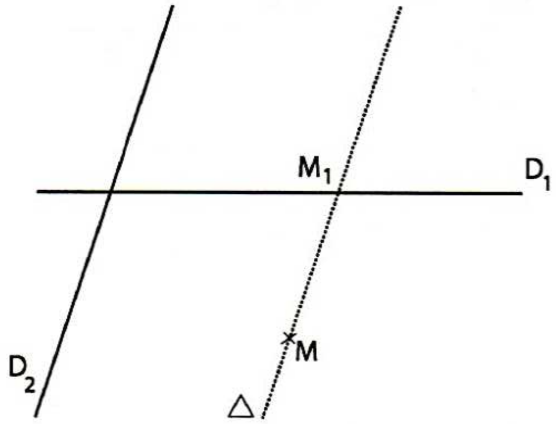
•مسقط نقطة وفقا لمنحى مقدّم:

ليكن D_1 و D_2 مستقيمين متقاطعين من المستوي.

و M نقطة من المستوي لا تنتمي إلى D_1 و لا إلى D_2

المستقيم المّار من M و الموازي لـ D_2 و الذي يقطع D_1 في نقطة M_1 .

النقطة M_1 تسمّى مسقط النّقطة M على D_1 وفقا لمنحى D_2 .



ملاحظة:

•مسقط كل نقطة من على D_1 هي النّقطة M_1 وفقا لمنحى D_2

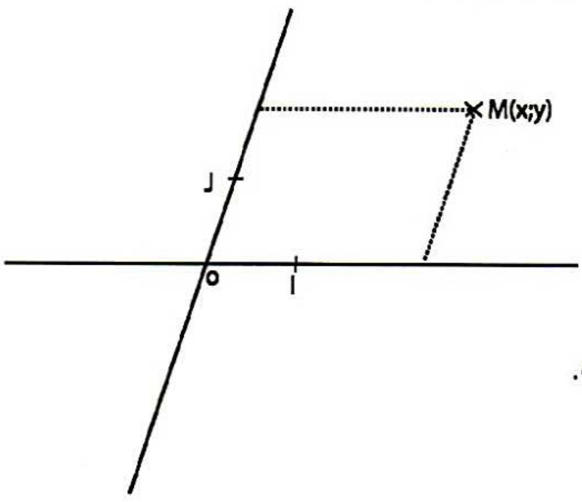
•المستقيم هو مجموعة النّقاط التّي مسقطها M_1 على D_1 وفقا لمنحى D_2

•كل نقطة من المستقيم D_1 مسقطها على D_1 هي نفسها.

•المستقيم المار من نقطتين لهما نفس المسقط يوازي المنحى المقدّم.

•المعيّن في المستوي:

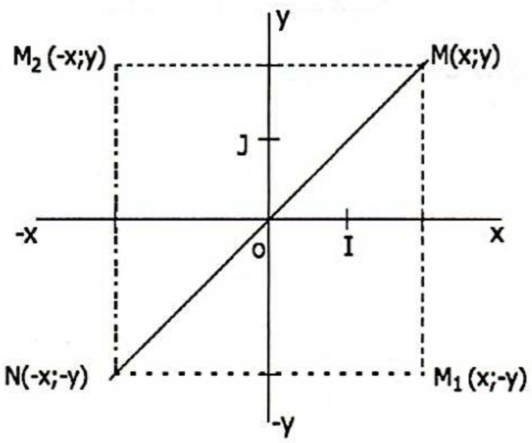
•إذا كان (O,I,J) معيّنا في المستوي و النّقطة $M(x,y)$



فإنّ:

- المستقيم (OI) يسمّى محور الفاصلات.
- المستقيم (OJ) يسمّى محور التّرتيبات.
- العدد x يسمّى فاصلة النّقطة M .
- العدد y يسمّى ترتيبة النّقطة M .

•إذا كان (O,I,J) معيّنا متعامدا في المستوي و $M(x,y)$



•إذا كان $M_1(x_1,y_1)$ مناظرة النّقطة $M(x,y)$ بالنّسبة إلى محور الفاصلات.

يعني M_1 و M لهما نفس الفاصلة و ترتيبتان متقابلتان

يعني $\begin{cases} x_1 = x \\ y_1 = -y \end{cases}$ و منه $M_1(x,-y)$

•إذا كانت $M_2(x_2,y_2)$ مناظرة النّقطة $M(x,y)$ بالنّسبة إلى محور الترتيبات

يعني M_2 و M لهما نفس التّرتيبة و فاصلتان متقابلتان

يعني $\begin{cases} x_2 = -x \\ y_2 = y \end{cases}$ و منه $M_2(-x,y)$

•إذا كانت النقطة $N(x_3,y_3)$ مناظرة النّقطة $M(x,y)$ بالنّسبة إلى أصل المعيّن النّقطة O

يعني N و M لهما فاصلتان متقابلتان و ترتيبتان متقابلتان

يعني $\begin{cases} x_3 = -x \\ y_3 = -y \end{cases}$ و منه $N(-x,-y)$

ملاحظة: في معيّن متعامد

•نقطتان لهما فاصلتان متقابلتان و ترتيبتان متقابلتان هما متناظرتان بالنّسبة إلى أصل المعيّن

مثال: في معيّن متعامد (O,I,J)

$A(2;-3)$ و $B(-2;3)$ متناظرتان بالنّسبة إلى أصل المعيّن O

•نقطتان لهما نفس الفاصلة و ترتيبتان متقابلتان هما متناظرتان بالنّسبة إلى محور الفاصلات

مثال: في معيّن متعامد (O,I,J)

$C(5;-2)$ و $D(5;2)$ متناظرتان بالنّسبة إلى محور الفاصلات

•نقطتان لهما نفس التّرتيبة و فاصلتان متقابلتان هما متناظرتان بالنّسبة إلى محور التّرتيبات.

مثال: في معيّن متعامد(O,I,J)

$E(-3;1)$ و $F(3;1)$ متناظرتان بالنّسبة إلى محور التّرتيبات

•**فاصلة منتصف قطعة مستقيم:**

(O,I,J) معيّنا في المستوي و النّقطتان $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$ من المستوي.

إذا كانت النّقطة M منتصف القطعة [AB]

فإنّ $y_M=\dfrac{y_A+y_B}{2}$; $x_M=\dfrac{x_A+x_B}{2}$

مثال:

إذا كانت M منتصف [AB] حيث (3 ; 4-)A و (5; 6) B

فإنّ $x_M=\dfrac{x_A+x_B}{2}=\dfrac{-4+6}{2}=1$

$y_M=\dfrac{y_A+y_B}{2}=\dfrac{5+3}{2}=4$

و بالتّالي (4 ; 1)M

•إذا كان (O,I,J) معيّنا في المستوي فإنّ:

- المستقيم المّار من نقطتين A و B لهما نفس الفاصلة يوازي محور الترتيبات

و نكتب (AB) // (OJ) و $AB=|y_B-y_A|$

- المستقيم المّار من نقطتين M و N لهما نفس التّرتيبة يوازي محور الفاصلات

و نكتب (MN) // (OI) و $MN=|x_N-x_M|$

- كلّ نقاط مستقيم يوازي محور الفاصلات لها نفس التّرتيبة.

- كلّ نقاط مستقيم يوازي محور التّرتيبات لها نفس الفاصلة.

تمارين للدّعم

تمرين 1:

ارسم مستقيما مقترنا بالمعيّن (O,I) حيث OI=1cm ثمّ عيّن النّقاط A و B وC التّي فاصلاتها (2-) و 4 و $\dfrac{5}{2}$ على التّوالي

1)احسب البعد AB و AC

2)أوجد فاصلة النّقطة M التّي تحقّق BM=AB

3)ارسم المستقيم Δ' مقترنا بالمعيّن (O,J) حيث $J\hat{O}I=60°$ و OI=OJ=1cm و عيّن النّقطتين (5 ; 2-)D و (1 ; 4)E

أ)حدّد إحداثيّات النّقاط O و I و J و Aو Bو C

ب)ماهو مسقط النّقطة D على محور الفاصلات وفقا لمنحى (OJ)؟

ج)ماهو مسقط النّقطة E على محور الترتيبات وفقا لمنحى (OI)؟

د)ماهي مجموعة النّقاط التي مساقطها على محور الفاصلات النقطة A وفقا لمنحى (OJ)؟

تمرين 2:

ليكن (O,I,J) معيّنا متعامدا في المستوي حيث OI=OJ
عيّن النّقاط (3- ; 1)A و (3; 1-) B و (5; 2) C
1)أ)بيّن أنّ O منتصف [AB]
ب)ابن النّقطة D مناظرة النّقطة C بالنّسبة إلى النّقطة O ثمّ حدّد إحداثيّاتها معلّلا جوابك.
2)أ)بيّن أنّ الرباعي ACBD متوازي أضلاع
ب)ماهو مسقط النّقطة C على (BD) وفقا لمنحى (AD)؟علّل جوابك.
ج)ماهي مجموعة النّقاط التّي مساقطها A على (AD) وفقا لمنحى (BD)؟ علّل جوابك.
3)لتكن النّقطة E مناظرة النّقطة C بالنّسبة إلى محور التّرتيبات.
أ)حدّد إحداثيّات النّقطة E معلّلا جوابك.
ب)المستقيم (OJ) يقطع [CE] في نقطة F .
بيّن أنّ F منتصف [CE] ثمّ استنتج احداثيّاتها.
ج)بيّن أنّ المثلث JCE متقايس الضّلعين .

تمرين 3:

نعتبر (O,I,J) معيّنا متعامدا في المستوي حيث OI=OJ = 1cm .
عيّن النّقاط (3 ; 1-)A و (3; 4) B و (1- ; 2)C و (1-; 0) D و (3; 0) E.
1)بيّن أنّ النّقاط A و B و E على استقامة واحدة .
2)أ)أثبت أنّ الرّباعي ABCD شبه منحرف .
ب) استنتج أنّ المستقيم (ED) عمودي على (AB).
ج)احسب مساحة الرّباعي ABCD .
3)عيّن النّقطتين(3-; 9-) G و F مناظرة النّقطة B بالنّسبة إلى O.
أ)استنتج إحداثيّات النّقطة F .
ب)بيّن أنّ (AB) // (GF) ثمّ احسب البعد GF.
4)بيّن أنّ الرّباعي ABFG متوازي أضلاع.
5)لتكن النّقطة $M\left(-\frac{5}{2};0\right)$.
بيّن أنّ النّقطة M هي مركز الرّباعي ABFG .

تمرين 4:

ليكن (O,I,J) معيّنا في المستوي حيث $J\hat{O}I = 60°$ و $OI = OJ = 1cm$
عيّن النّقطتين (0 ; 4)A و (4; 0) B
1)أ)احسب OA ثمّ OB
ب)بيّن أنّ المثلّث OAB متقايس الأضلاع.
2)لتكن النّقطة C منتصف الضّلع [AB].
أ)احسب إحداثيّات النّقطة C.
ب) بيّن أنّ المستقيمين (OC) و (AB) متعامدان .

3)عيّن النّقطة (4; 4) D.
أ)بيّن أنّ النّقطة C منتصف [OD].
ب)أستنتج أنّ الرّباعي ADBO معيّن.

تمرين 5:

ابن مثلّثا ABD متقايس الأضلاع حيث AB=4cm ثمّ عيّن النّقطة O منتصف [BD] و النّقطة C مناظرة النّقطة A بالنّسبة إلى O

1)بيّن أنّ الرّباعي ABCD معيّن
2)أ)بيّن أنّ (O ;C ;D) معيّن متعامد في المستوي.
ب)حدّد إحداثيّات النّقاط O و A و B و C و D
3)عيّن النّقطة I منتصف [DC] و النّقطة E مناظرة النّقطة O بالنّسبة إلى I.
أ)احسب إحداثيّات النّقطة E
ب) بيّن أنّ الرّباعي ODEC مستطيل.
ج)استنتج البعد OE بالصم.

تمرين 6:

ليكن (O,I,J) معيّنا متعامدا في المستوي.

و لتكن النّقاط $A(-3\ ;\sqrt{2})$ و $B(2\ ;3)$ و $C(3\ ;\sqrt{2})$ و $D(-2\ ;3)$ و $E(2\ ;-3)$ و $F(-3\ ;-\sqrt{2})$ و $G(-2\ ;-3)$

1)اذكر من بين هذه النّقاط:
أ)النّقاط المتناظرة بالنّسبة إلى محور الفاصلات
ب)النّقاط المتناظرة بالنّسبة إلى محور التّرتيبات
ج)النّقاط المتناظرة بالنّسبة إلى أصل المعيّن.
2)أ)بيّن أنّ الرّباعي ACBD شبه منحرف متقايس الضّلعين.
ب)بيّن أنّ الرّباعي BDGE مستطيل.
3)أ)ماهي مجموعة النّقاط $M(x\ ;y)$ حيث $x=-2$ و $-3 \leq y \leq 3$
ب) ماهي مجموعة النّقاط $N(x\ ;y)$ حيث $y=3$ و $x \geq -2$

تمرين 7:

ليكن (O,I,J) معيّنا متعامدا في المستوي حيث $OI = OJ = 1cm$

عيّن النّقطتين $M(1\ ;5)$ و $N(-3\ ;5)$

1)ابن النّقطة P مناظرة M بالنّسبة إلى O و النّقطة Q حيث يكون الرّباعي MNPQ متوازي أضلاع.
-احسب إحداثيّات كلّ من P و Q
2)المستقيم المارّ من N و الموازي لـ (PM) يقطع (PQ) في نقطة L.
أ)بيّن أنّ MNLP متوازي أضلاع.
ب)استنتج أنّ P منتصف [LQ].
ج)استنتج إحداثيّات النّقطة L .
3)بيّن أنّ منتصف [ML] ينتمي إلى محور الفاصلات.

4)أ)ماهي طبيعة الرّباعي MNLQ؟ علّل جوابك.

ب)احسب مساحة الرّباعي MNLQ .

تمرين 8:

نعتبر (O,I,J) معيّنا متعامدا في المستوي حيث OI=OJ=1cm

1)عيّن النّقاط (3; 2-) A و (1- ; 4-)B و (1- ; 4) C و (1-; 0) M و (3 ; 0) N

ثمّ D مناظرة A بالنّسبة إلى (OJ)

استنتج إحداثيّات النّقطة D معلّلا جوابك.

2)أ)بيّن أنّ المثلّث JBC متقايس الضّلعين .

ب)أثبت أنّ الرّباعي ABCD شبه منحرف متقايس الضّلعين .

ج)استنتج أنّ (MN) عمودي على (AD) و (BC).

3)أ)احسب AD و BC و MN .

ب)استنتج مساحة ABCD .

4)عيّن النّقطة (1- ; 8-) E .

بيّن أنّ (OI) // (EB) و استنتج البعد EB.

5)ماهي طبيعة الرّباعي ADBE؟علّل جوابك .

6)عيّن النّقطة (3- ; 3-) F ثمّ ابن النّقطة G حيث يكون الرّباعي CFDG متوازي أضلاع.

أ) احسب إحداثيّات النّقطة H مركز متوازي الأضلاع CFDG .

ب)استنتج إحداثيّات النّقطة G .

تمرين 9:

ليكن (O,I,J) معيّنا متعامدا في المستوي حيث OI=OJ=1cm

عيّن النّقاط ($\sqrt{2}$; 5) A و ($\sqrt{2}$ - ; 3)B و ($\sqrt{2}$ - ; 5-) C و ($\sqrt{2}$; 4) D

1)بيّن أنّ الرّباعي ABCD شبه منحرف.

2)لتكن النّقطة E المسقط العمودي لـ A على (BC).

أ) استنتج إحداثيّات النّقطة E .

ب)احسب البعد AE ثمّ BC معلّلا جوابك .

ج)استنتج مساحة المثلّث ABC .

3)بيّن أنّ النّقاط A و E و C تنتمي إلى نفس الدّائرة ،حدّد مركزها و شعاعها.

4)ماهي مجموعة النّقاط (x ; y) M الّتي تحقّق x=5 و $-\sqrt{2} < y < \sqrt{2}$.

تمارين الإختيار من متعدّد

اختر الجواب الصّحيح من بين الأجوبة المقترحة

تمرين عدد1:

1)ليكن (O,I,J) معيّنا متعامدا في المستوي و النّقاط (3- ; 2-) A و (4 ; 2-)B و (3- ; 2) C يعني

أ)

☐ (AB) // (OI) ☐ (AB) // (OJ) ☐ (AB) ⊥ (IJ)

ب)منتصف [AB] ذات الإحداثيّات:

☐ (-4 ; 7) ☐ $(-2 ; \frac{1}{2})$ ☐ (-1 ;3,5)

ج)A و C متناظرتان بالنّسبة إلى:

☐ (OI) ☐ (OJ) ☐ O

2)نعتبر (O,I,J) معيّنا متعامدا في المستوي و النّقطتان A و B من المستوي حيث (OI) // (AB) فإنّ البعد AB يساوي :

☐ $|x_A + x_B|$ ☐ $|y_B - y_A|$ ☐ $|x_B - x_A|$

3) (O,I,J) معيّنا متعامدا في المستوي و النّقطتان (5- ; 4-) E و (5 ; 6)F يعني:

☐ (EF) // (OI) ☐ I منتصف [EF] ☐ E مناظرة F بالنّسبة إلى J

4) (O,I,J) معيّنا في المستوي و النّقطتان (5 ; 5) E و (1- ; 1-)F يعني منتصف [EF] ذات الإحداثيّات:

☐ (3 ; 3) ☐ (4 ; 4) ☐ (2 ;2)

5) (O,I,J) معيّنا في المستوي و النّقطتان (3- ; 1-) A و (3- ; 2)B من المستوي

فإنّ مجموعة نقاط المستوي (x ; y) M الّتي تحقّق y=-3 و $-1 \le x \le 2$ هي :

☐ (AB) ☐ [AB) ☐ [AB]

6) (O,I,J) معيّنا في المستوي و النّقاط (0 ; 1-) A و (3- ; 1)B و(0 ; 3-)C من المستوي يعني:

☐A و B و C على استقامة واحدة ☐ A و B متناظرتان بالنّسبة إلى محور التّرتيبات ☐ A و C تنتميان إلى محور الفاصلات

7) (O,I,J) معيّنا متعامدا في المستوي و النّقطتان (5 ; 1-) M و (5 ; 1)N يعني:

☐JMN مثلّث متقايس الضّلعين ☐ IMN مثلّث متقايس الضّلعين ☐ O و M و N على استقامة واحدة

تمرين عدد2:

أجب بصحيح أو خطأ:

1)إذا كان (O,I,J) معيّنا في المستوي و النقطتان A و B من المستوي لهما نفس الفاصلة و ترتيبتان متقابلتان هما متناظرتان بالنّسبة إلى (OI) (...............)

2)إذا كان (O,I,J) معيّنا في المستوي و A و B نقطتان من المستوي لهما نفس الفاصلة يعني A و B متناظرتان بالنّسبة إلى (OI) (................)

3)ليكن (O,I,J) معيّنا في المستوي و النّقطتان A و C و D حيث I منتصف [AC] و J منتصف [AD] يعني (IJ) // (DC) (..............)

4)ليكن (O,I,J) معيّنا متعامدا في المستوي و (5 ; 2-) A و (5 ; 2) B من المستوي يعني:
A و B متناظرتان بالنّسبة إلى (OJ) (..........)

5)ليكن (O,I,J) معيّنا في المستوي و (2 ; 5-) A نقطة من المستوي يعني مناظرة النّقطة A بالنّسبة إلى النّقطة O هي نقطة ذات الإحداثيّات (2- ; 5-) (...........)

6)ليكن (O,I,J) معيّنا في المستوي و (x ; y) M نقطة من المستوي.
إذا كان 0= x يعني M نقطة من محور التّرتيبات (..........)

7)ليكن (O,I,J) معيّنا في المستوي و (x ; y) M نقطة من المستوي.
إذا كان y=0 يعني M نقطة من محور الفاصلات (...........)

8)نعتبر مستقيما و M نقطة منه فإنّ مجموعة النّقاط التي مسقطها العمودي على النّقطة M هي المستقيم المارّ من M و العمودي على (...........)

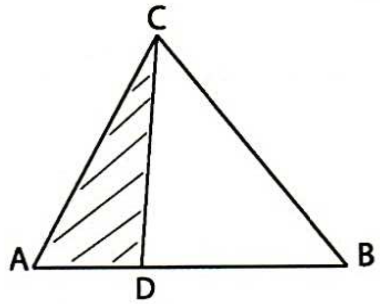
الدّرس 10: مبرهنة طالس و تطبيقاتها

ملخَّص الدّرس

•ليكن ABC مثلّثا. مهما تكن النّقطة D من المستقيم (AB) مخالفة لـ A فإنّ :
مساحة المثلّث ADC و مساحة المثلّث ABC متناسبان مع AD و AB

S_1: مساحة ADC

S_2: مساحة ABC

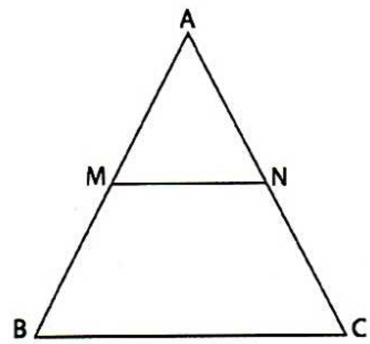


نكتب : $\frac{S_1}{AD}=\frac{S_2}{AB}$ $\qquad$ $\frac{AD}{S_1}=\frac{AB}{S_2}$ $\qquad$ $\frac{AD}{AB}=\frac{S_1}{S_2}$

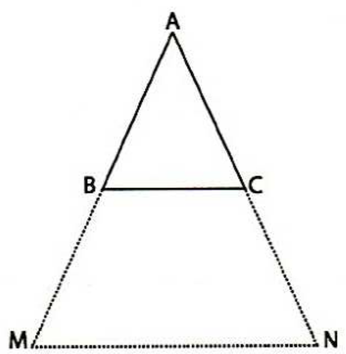
•مبرهنة طالس في المثلّث:

ليكن ABC مثلّثا و $M\in(AB)$ و $N\in(AC)$ حيث (BC) // (MN)

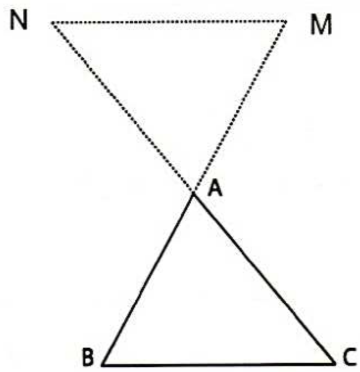
فإنّ $\frac{MN}{BC}=\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}$ أو $\frac{BC}{MN}=\frac{AC}{AN}=\frac{AB}{AM}$



M تنتمي إلى [AB]



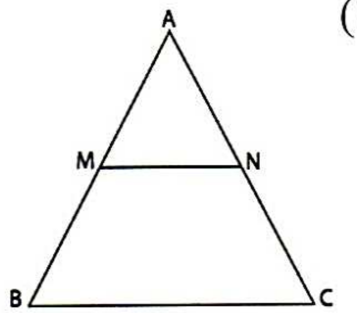
M خارج القطعة [AB]



M خارج القطعة [AB]

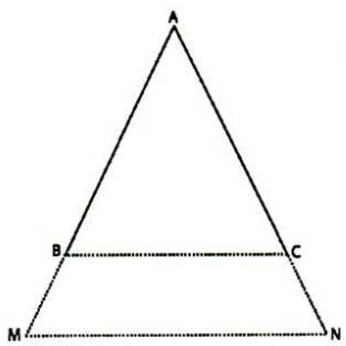
مثال1:

أ)



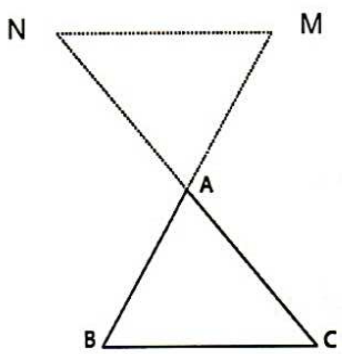
AM=2 AB=6
AC=4 و (MN) // (BC)

ب)



AC=4 و AB=6 و AM=8
(MN) // (BC)

ج)



AM=1 و AB=6 و AC=4
(MN) // (BC)

احسب AN في كل حالة

الحالة أ: (طريقة العمل)

في المثلّث ABC لدينا $M \in [AB]$ و $N \in [AC]$ و (MN) // (BC)

حسب مبرهنة طالس في المثلّث نكتب : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

يعني $\frac{2}{6} = \frac{AN}{4} = \frac{MN}{BC}$

و بالتّالي $AN = \frac{4 \times 2}{6} = \frac{8}{6}$

$\boxed{AN = \frac{4}{3}}$

الحالة ب:

في المثلّث ABC

لدينا $M \in (AB)$ و $N \in (AC)$ و (MN) // (BC)

حسب مبرهنة طالس في المثلّث نكتب: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

يعني $\frac{8}{6} = \frac{AN}{4}$

و بالتّالي $AN = \frac{4 \times 8}{6} = \frac{32}{6}$

$\boxed{AN = \frac{16}{3}}$

الحالة ج:

في المثلث ABC

لدينا $M \in (AB)$ و $N \in (AC)$ و (MN) // (BC)

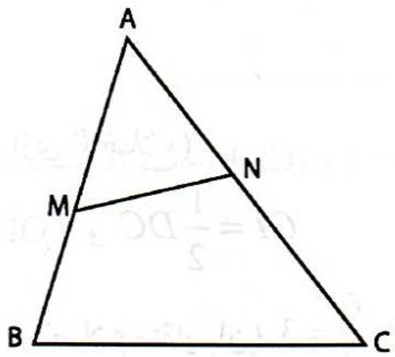
حسب مبرهنة طالس نكتب: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

يعني $\frac{1}{6} = \frac{AN}{4}$

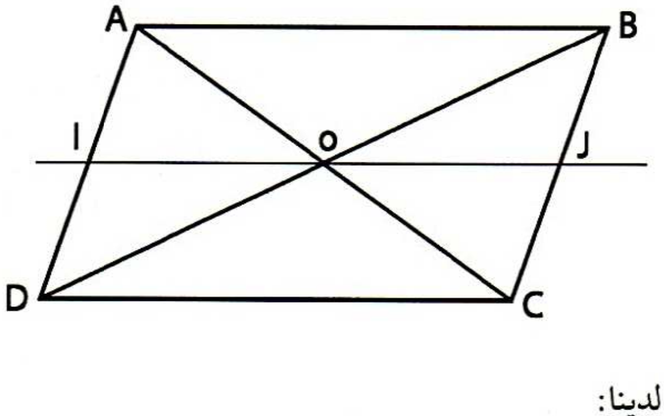
و بالتّالي $AN = \frac{4}{6}$

$\boxed{AN = \frac{2}{3}}$

مثال 2:



في هذه الحالة لا يمكن تطبيق مبرهنة طالس في المثلّث لأنّ المستقيمين (MN) و (BC) غير متوازيان.
ملاحظة:
تستعمل مبرهنة طالس في المثلّث لحساب الأبعاد إذا أثبت وجود توازي مستقيمين
• المستقيم الرّابط بين منتصفي ضلعي مثلّث:
في كلّ مثلّث المستقيم الرّابط بين منتصفي ضلعين يوازي حامل الضّلع الثّالث
أي إذا كان ABC مثلّثا و I منتصف [AB] و J منتصف [AC]
فإنّ (IJ) // (BC) و $IJ = \frac{1}{2} BC$
ملاحظة: تستعمل هذه الخاصيّة لنُبيِّنَ توازي في مثلّث إذا أثبت وجود منتصفي ضلعين.
• في كل مثلّث المستقيم المّار من منتصف ضلع ما و الموازي لحامل الضّلع الثّاني يقطع الضّلع الثّالث في منتصفه.
أي إذا كان ABC مثلّثا و M منتصف [AB] و المستقيم يمرّ من M و يوازي (BC)
فإنّ يقطع الضّلع الثّالث [AC] في منتصفه N و $MN = \frac{1}{2} BC$
ملاحظة:
تستعمل هذه الخاصية لنبيّن منتصف ضلع ما في مثلّث إذا أثبت وجود منتصف + توازي .
مثال: ليكن ABCD متوازي أضلاع مركزه O حيث AB=6cm و AD=4cm و I منتصف [AD]
1)بيّن أنّ: (DC) // (OI) و احسب OI
2)(OI) يقطع الضّلع [BC] في نقطة J
بيّن أنّ J منتصف [BC]
الإصلاح:



1)في المثلّث ACD لدينا:
I منتصف [AD] (معطى)
O منتصف [AC] (لأنّ O مركز متوازي الأضلاع)
إذن حسب مبرهنة طالس (DC) // (OI) و $OI = \frac{1}{2} DC$
(لأنّ كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متقايسان) $OI = \frac{1}{2} AB = \frac{6}{2} = 3$

2)في المثلّث CAB :

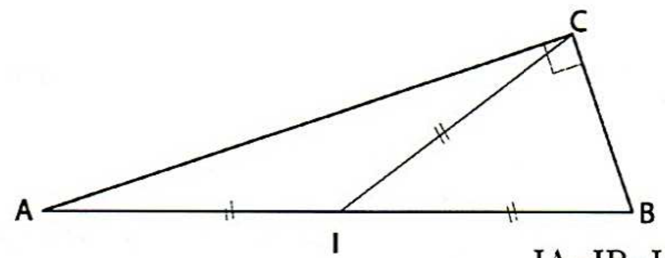
لدينا O منتصف [CA] (معطى)

و (AB) // (IO) لأنّ (OI) // (DC) // (AB)

إذن حسب نظرية طالس،المستقيم (OI) يقطع الضّلع الثّالث [BC] في منتصفه و هو J و $OJ=\frac{1}{2}AB=3$

• كيف نبيّن مثلّثا قائم الزّاوية؟

إذا كان منتصف ضلع مثلّث ما متساوي البعد عن رؤوسه الثّلاثة فهو مثلّث قائم وتره الضّلع المذكور



I منتصف [AB] و IA=IB=IC

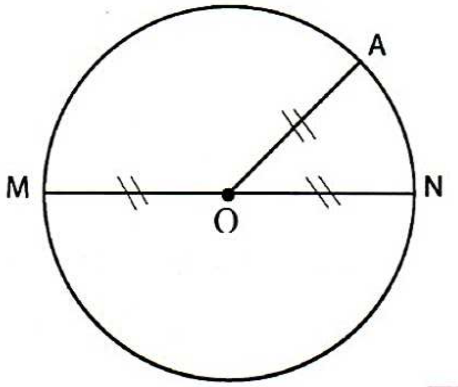
إذن ABC مثلث قائم وتره [AB] (الضّلع المذكور)

مثال:

ارسم دائرة (ج) قطرها [MN] و مركزها O حيث MN=6cm ثمّ عيّن نقطة A من الدّائرة (ج) مخالفة لـ M و N

بيّن أنّ المثلّث AMN قائم ثمّ استنتج البعد AO

الإصلاح:



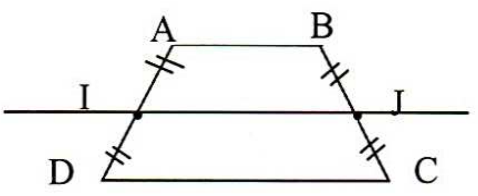
لدينا O منتصف [MN] (لأنّ [MN] قطر الدّائرة) ①

و OA=OM=ON (لأنّ كل منهم يمثّل شعاع) ②

حسب ① و ② AMN قائم وتره [MN]

و $AO=\frac{MN}{2}=3$

•تطبيق مبرهنة طالس في شبه المنحرف:



إذا كان ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD]

و I منتصف [AD] و J منتصف [BC]

فإنّ (IJ) // (AB) // (CD) و $IJ=\left(\frac{AB+CD}{2}\right)$

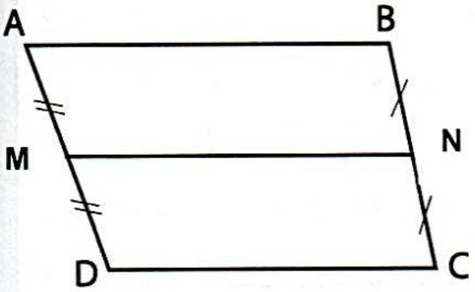
مثال1:

ليكن ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD] وحيث M منتصف [AD] و N منتصف [BC].

$AB=\frac{9}{2}cm$ و $CD=\frac{7}{2}cm$

بيّن أنّ (MN) // (AB) ثمّ احسب MN

الإصلاح:



لدينا ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و [CD]

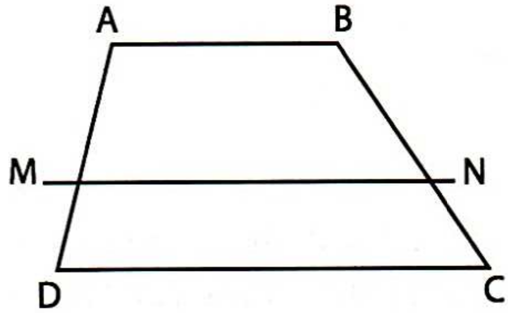
و M منتصف [AD] و N منتصف [BC]

حسب مبرهنة طالس في شبه المنحرف (CD) // (AB) // (MN)

و $MN = \left(\frac{AB + CD}{2}\right)$

$$MN = \frac{1}{2}\left(\frac{9}{2} + \frac{7}{2}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{16}{2}$$

$$MN = 4$$



مثال2:

لاحظ الشّكل التّالي:

في هذه الحالة لا يمكن تطبيق طالس في شبه المنحرف

لأنّه لا يوجد منتصفي ضلعين

ملاحظة:

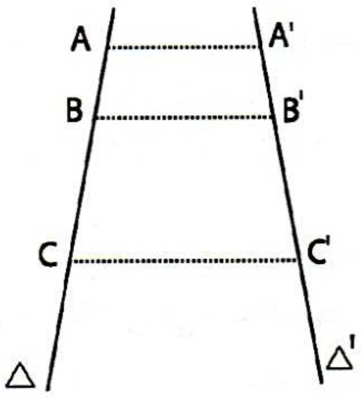
يمكن تطبيق طالس في شبه المنحرف إلاّ في حالة وجود منتصفي ضلعين (ليسا القاعدتين)

•مبرهنة طالس و المستقيمات المتوازية

ليكن   و'   مستقيمين و A و B و C ثلاثة نقاط مختلفة من

إذا كانت' A و' B و' C مساقط كل من A و B و C على '   وفقا لمنحنى مخالف لمنحنى   و لمنحنى'

على التّوالي كما يبيّن الشّكل:

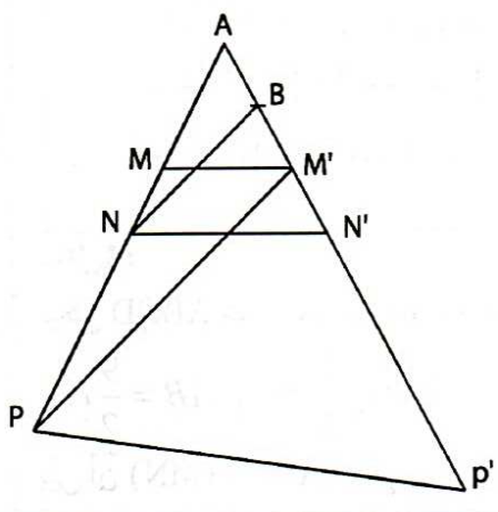


فإنّ ① $\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$

② $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$

يعني AB و AC و BC متناسبة طردا

مع' A' B و' A' C و B' C'



مثال:

لاحظ الرّسم التّالي حيث:

$(MM') \mathbin{//} (NN') \mathbin{//} (PP')$ و $(BN) \mathbin{//} (PM')$

و NP=3cm و MN=1cm و AM=2cm

و AB=1,5cm و N'P' =4cm

احسب' M'N ثمّ' AM

الإصلاح:

حساب M'N'

لدينا $(MM') \,//\, (NN') \,//\, (PP')$

M' و N' و P' مساقط كلّ من M و N و P على (AB) وفقا لمنحى (MM') على التّوالي

فإنّ حسب نظرية طالس في المستقيمات المتوازية :

$$\frac{MN}{M'N'} = \frac{NP}{N'P'} \quad \text{يعني} \quad \frac{1}{M'N'} = \frac{3}{4}$$

إذن $\boxed{MN' = \frac{4}{3}}$

حساب AM'

لدينا (BN) // (PM')

A و B و M' مساقط كلّ من A و N و P على (AB) وفقا لمنحى (NB) على التّوالي

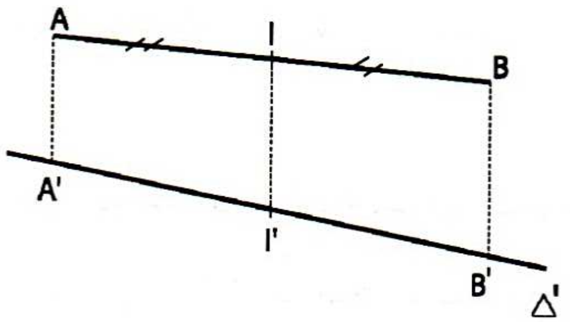
فإنّ حسب نظرية طالس في المستقيمات المتوازية :

$$\frac{AN}{AP} = \frac{AB}{AM'} \quad \text{يعني} \quad \frac{3}{6} = \frac{1,5}{AM'}$$

ومنه $AM' = \dfrac{6\times 1,5}{3}$

$$\boxed{AM' = 3}$$

• مسقط منتصف قطعة مستقيم



إذا كانت النّقطتان A' و B' مسقطي A و B

على التّوالي على ' وفقا لمنحى

فإنّ مسقط منتصف [AB] على ' وفقا لمنحى

هو منتصف [A'B']

إذا كانت النّقطة I منتصف [AB] و I' مسقطها على '

فإنّ I' منتصف [A'B'].

ملاحظة:

- مسقط منتصف قطعة مستقيم هو منتصف مسقطها

- الإسقاط يحافظ على المنتصف

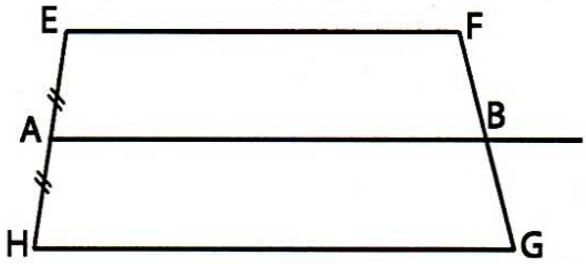
مثال:

ليكن EFGH شبه منحرف قاعدتاه [EF] و [HG] و A منتصف [EH]

المستقيم المّار من A و الموازي لـ (HG) يقطع [FG] في نقطة B

بيّن أنّ B منتصف [FG]

الإصلاح:



لدينا F و B و G مساقط كلّ من E و A و H على (FG) وفقا لمنحى (HG) على التّوالي
و بما أنّ A منتصف [EH] فإنّ مسقطها B هو منتصف القطعة [FG] لأنّ الإسقاط يحافظ على المنتصف

• تجزئة قطعة مستقيم إلى أجزاء متقايسة

كيف نجزّء قطعة مستقيم [AB] إلى أجزاء متقايسة؟

المراحل:

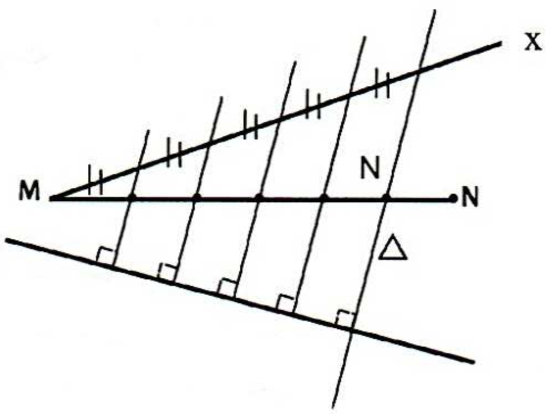
1 - بعد رسم قطعة المستقيم [AB] نرسم نصف مستقيم [Ax) غير محتوٍ في المستقيم (AB)

2 - نرسم على [Ax) نقاط متتالية ومتساوية البعد بعدد الأجزاء المطلوبة ثمّ نرسم المستقيم المارّ من آخر نقطة على [Ax) و النّقطة B

3 - نرسم المستقيمات الموازية لـ و المارّة من النّقاط المعيّنة على [Ax)

هذه المستقيمات الموازية تجزّء قطعة المستقيم [AB] إلى أجزاء متقايسة.

• مثال: تجزئة قطعة المستقيم [MN] إلى 5 أجزاء متقاسة



بهذه الطّريقة قمنا بتجزئة قطعة المستقيم [MN] إلى 5 أجزاء متقايسة

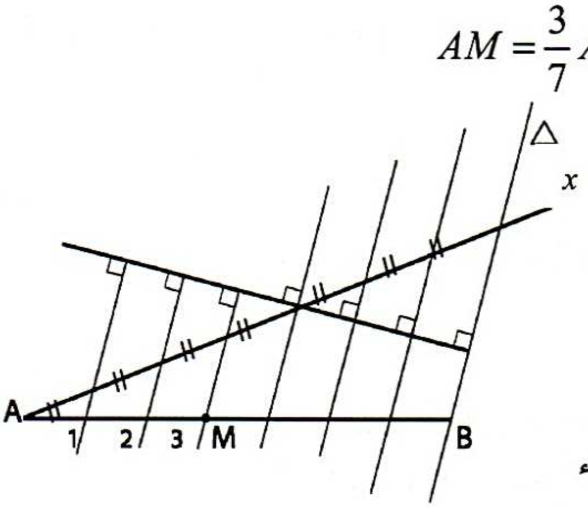
• تحديد نقطة تقسم قطعة مستقيم حسب نسب معيّنة

كيف نعيّن النّقطة M من قطعة المستقيم [AB] حيث $AM = \frac{3}{7}AB$

المراحل:

1 - تجزئة قطعة المستقيم [AB] إلى 7 أجزاء متقايسة

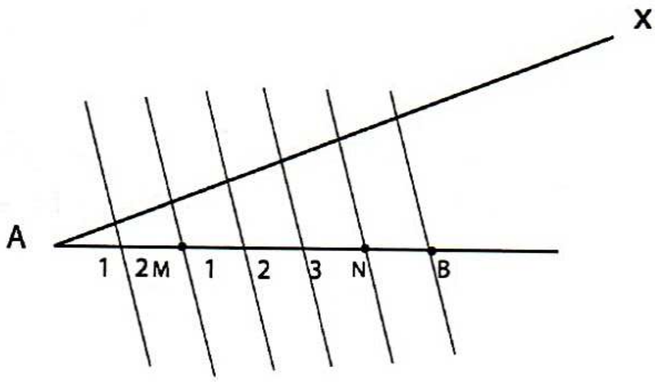
2 - نعيّن النّقطة M تبعد عن A ثلاثة أجزاء



M تبعد عن A ثلاثة أجزاء

• تجزئة قطعة مستقيم إلى أجزاء متناسبة مع أطوال مقدمة

كيف نعيّن على القطعة [AB] النّقطتين M و N حيث : $\frac{AM}{2}=\frac{MN}{3}=\frac{NB}{1}$



الإصلاح:

1- تجزئة قطعة المستقيم [AB] إلى ستة أجزاء متقايسة (2+3+1=6)

2- نعيّن النّقطة M تبعد عن A جزئين

نعيّن النّقطة N تبعد عن M ثلاثة أجزاء

تمارين للدّعم:

تمرين عدد1:

نعتبر مستطيلا ABCD و E نقطة من [AD] حيث AD=6cm و AE=2cm

لتكن S_1 مساحة ABD

S_2 مساحة BDE

1)أ) بيّن أنّ: $\frac{S_1}{S_2}=\frac{2}{3}$

ب)احسب مساحة المثلّث ABD إذا علمت أنّ $S_2=16cm^2$

ج)احسب طول الضلع [AB] إذا كان $S_2=16cm^2$

2)عيّن النّقطة F مناظرة A بالنّسبة إلى النّقطة E

و لتكن S_3 مساحة المثلّث BEF

بيّن أنّ $\frac{S_3}{S_1}=\frac{1}{3}$

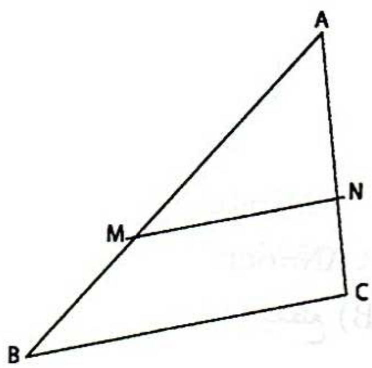
3)بيّن أنّ المثلّثات ABE و BEF و BFD لها نفس المساحة S_3

4)بيّن أنّ مساحة المستطيل ABCD تساوي $6\times S_3$

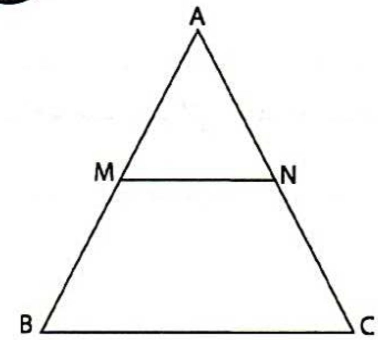
تمرين 2:

نعتبر الشّكل التّالي حيث BC=6cm و AN=3cm

و BM=3cm و AM=5cm و (BC) // (MN)



احسب NM ثمّ CA

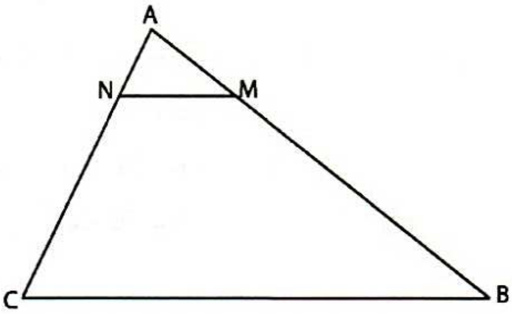


تمرين 3:

نعتبر الشّكل التّالي حيث AN=4cm و NC=3cm

و AM=6cm و MN=4cm و (BC) // (MN)

احسب MB ثمّ BC

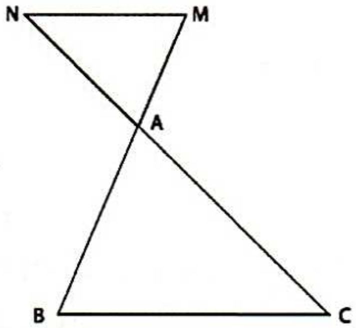


تمرين 4:

نعتبر الشّكل التّالي حيث MB=6cm و AC=5cm

و BC=8cm و MN=2cm و (BC) // (MN)

احسب AN ثمّ AM



تمرين 5:

نعتبر الشّكل التّالي حيث MN=4cm و $AC=\frac{7}{2}$ cm

و AN=3cm و $AM=\frac{3}{2}$ cm و (BC) // (MN)

احسب AB ثمّ BC

تمرين 6:

نعتبر مثلّثا ABC حيث BC=10cm و AC=8cm و AB=9cm و M نقطة من [AB] حيث AM=3cm

1)المستقيم المارّ من M و الموازي لـ (BC) يقطع [AC] في نقطة N

احسب NC ثمّ MN

2)عيّن نقطة I مناظرة النّقطة A بالنّسبة إلى النّقطة M

ابن المستقيم المارّ منI و الموازي لـ (BC) و الّذي يقطع [AC] في نقطة J

أ)احسب AJ

ب)بيّن أنّ J منتصف [NC] ثمّ احسب IJ

3)المستقيم (MC) يقطع (IJ) في نقطة D

أ)بيّن أنّ $\frac{CD}{CM}=\frac{1}{2}$

ب)أثبت أنّ $DJ=\frac{1}{6}BC$

ج)احسب ID

تمرين 7:

ليكن ABC مثلّثا حيث BC=8cm و AC=4cm

و AB=6cm وN نقطة من (AC] حيث AN=6cm

1)المستقيم المارّ من N و الموازي لـ (BC) يقطع (AB) في نقطة M

احسب MN ثمّ MB

2)المستقيمان (MC) و (NB) يتقاطعان في نقطة I

بيّن أنّ : $\frac{IB}{IN}=\frac{IC}{IM}=\frac{2}{3}$

3)عيّن نقطة D مناظرة N بالنّسبة إلى النّقطة C .المستقيم المارّ من D و الموازي لـ (BC) يقطع (AB) في نقطة E و (BN) في نقطة F

أ)بيّن أنّ D منتصف [AC]

ب) بيّن أنّ E منتصف [AB] و استنتج ED

ج)بيّن أنّ B منتصف [NF] و استنتج DF

4)أثبت أنّ $1=\frac{BN}{BF}=\frac{BM}{BE}=\frac{MN}{EF}$

تمرين 8:

ليكن ABCD مستطيلا مركزه O حيث AB=3cm و AD=2cm و M منتصف [AB]

المستقيم (MC) يقطع (AD) في نقطة E

1)احسب AE

2)المستقيم المارّ من A و الموازي لـ (BD) يقطع (BC) في نقطة F و (CD) في نقطة G

أ)بيّن أنّ B منتصف [CF] و AF=2 0B

ب)استنتج أنّ GF=4 0B

3)المستقيم (CE) يقطع (BD) في I و (GF) في J

بيّن أنّ : $\frac{DO}{AG}=\frac{OI}{AJ}=\frac{IB}{JF}$

تمرين 9:

نعتبر ABCD متوازي أضلاع مركزه O حيث AC=8cm و BD=10cm

عيّن النّقطة I منتصف [AB] و النّقطة J منتصف [AD]

1)بيّن أنّ (BD) // (IJ) ثمّ احسب IJ

2)المستقيم المارّ من I و الموازي لـ (AC) يقطع [BC] في نقطة L

المستقيم المارّ من J و الموازي لـ (AC) يقطع [CD] في نقطة K

أ) بيّن أنّ L منتصف [BC]

ب) بيّن أنّ K منتصف [DC]

3)ماهي طبيعة الرّباعي IJKL؟ علّل جوابك

4)المستقيم (AC) يقطع (LK) في نقطة E و (IJ) في نقطة F

أ)بيّن أنّ الرّباعي IEKF متوازي أضلاع

ب)استنتج أنّ النّقاط I و O و K على استقامة واحدة

تمرين 10:

نعتبر ABCD شبه منحرف قائم في A و D حيث DC=12cm و AD=6cm و AB=8cm

عيّن نقطة M من [AD] حيث x =DM (x عدد حقيقي)

و النّقطة E المسقط العمودي لـ B على (DC)

1)أ)بيّن أنّ ABED مستطيل

ب)استنتج EC ثمّ EB

2)المستقيم المارّ من M و الموازي لـ (AB) يقطع (BD) في النقطة O و (BE) في النقطة N و (BC) في النقطة I

أ)احسب ON ثمّ IN (بدلالة x)

ب)بيّن أنّ مساحة المثلّث OBI تساوي $(x-6)^2$

3)أوجد موقع النّقطة M على [AD] إذا كانت مساحة المثلّث OBI يساوي $8cm^2$

4)لتكن النّقطة M منتصف [AD]

أ)احسب مساحة المثلّث OBI

ب) بيّن أنّ O مركز المستطيل ABED

ج)استنتج أنّ I منتصف [BC] و احسب MI

تمرين 11:

ليكن ABCD مستطيلا مركزه O حيث: AB=4cm و AD=3cm

عيّن النّقطة E من (DC) حيث DE=6cm و M منتصف [AD] ثمّ N منتصف [BE]

1)ماهي طبيعة الرّباعي ABED ؟ علّل جوابك

2)أ) بيّن أنّ (MN) // (AB) ثمّ احسب MN

ب) أثبت أنّ مركز المستطيل ينتمي إلى المستقيم (MN)

ج)احسب MO

3) المستقيم المارّ من O و الموازي لـ (BE) يقطع (AB) في H و (DC) في F و (BC) في G

أ) بيّن أنّ F منتصف [DE]

ب)احسب CF ثمّ BH

ج)أثبت أنّ: $\frac{GC}{GB}=\frac{GF}{GH}=\frac{1}{3}$

تمرين 12:

نعتبر متوازي أضلاع ABCD حيث $B\hat{A}D$ زاوية حادة و النّقطة E المسقط العمودي لـ A على (DC)

1)بيّن أنّ الرّباعي ABCE شبه منحرف قائم في A و E

2)الموسّط العمودي لـ [AE] يقطع [AE] في I و [AD] في J و [BC] في M

أ)بيّن أنّ J منتصف [AD]

ب) بيّن أنّ M منتصف [BC]

3)احسب IM إذا كان AB=5cm و ED=2cm

4)المستقيم (BD) يقطع (IM) في نقطة O

بيّن أنّ النّقاط O و A و C على استقامة واحدة

تمرين 13:

ليكن ABCD مربّعا مركزه O حيث AC=5cm

عيّن النّقطة E حيث C منتصف [DE]

1)بيّن أنّ المثلّث BDE قائم الزّاوية و متقايس الضّلعين

2)ابن المستقيم المارّ من C و العمودي على (BE) في نقطة I

بيّن أنّ I منتصف [BE] ثمّ احسب IC

3)المستقيم (OI) يقطع [AD] في نقطة J و [BC] في نقطة M

بيّن أنّ J منتصف [AD]

4)لتكن F منتصف [BI] و G منتصف [DC]

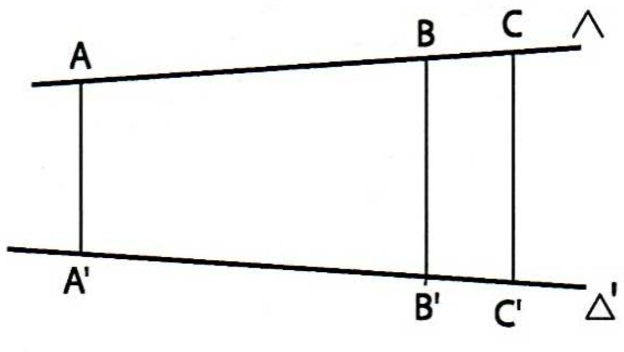
أ)بيّن أنّ النّقاط F و M و G على استقامة واحدة

ب) احسب FG

5)بيّن أنّ: $\frac{BF}{FE}=\frac{DG}{GE}=\frac{1}{3}$

تمرين 14:

نعتبر الشّكل التّالي حيثAB=2cm و AA'=2cm و A'B'=4cm و BC=3cm و (CC') // (BB') // (AA')



1)احسب B'C'

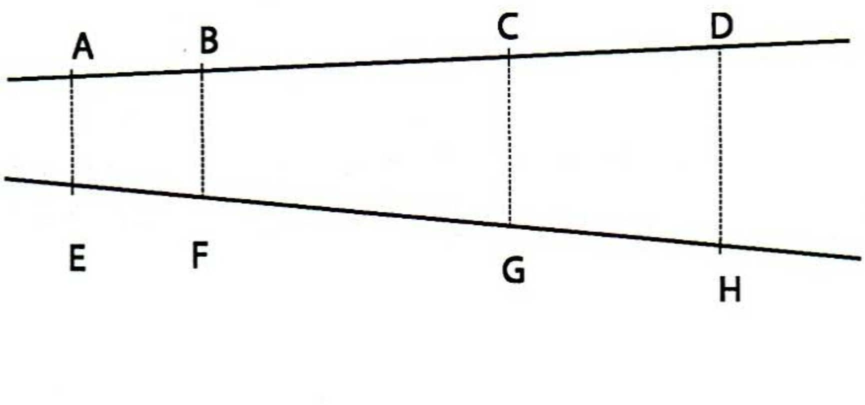
2)المستقيم (A'B) يقطع (CC') في نقطة D

احسب CD

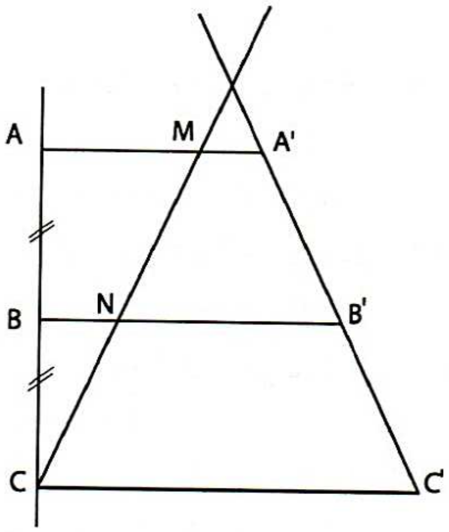
تمرين15:

نعتبر الشّكل التّالي حيث BD=8cm و EG=7,5cm و AB=1,5cm و AC=5cm

و (DH) // (CG) // (BF) // (AE)



احسب FG ثمّ GH



تمرين16:

نعتبر الشّكل التّالي حيث B منتصف [AC]

و (AA') // (BB') // (CC')

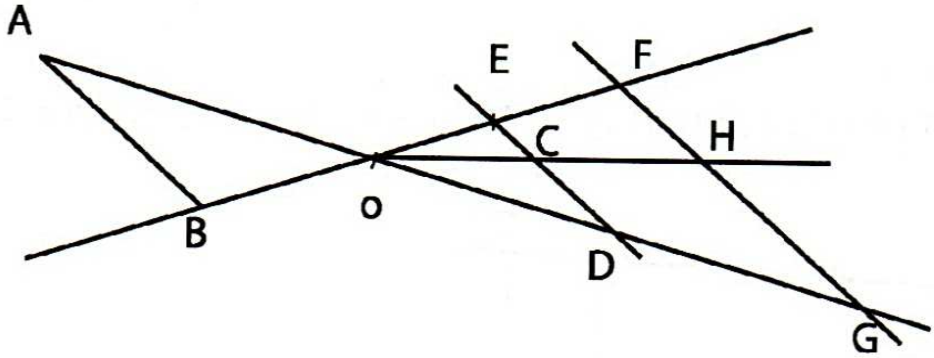
1)بيّن أنّ 'B منتصف [A'C']

2)أثبت أنّ: $\frac{C'B'}{C'A'}=\frac{BN}{AM}=\frac{1}{2}$

تمرين17:

تأمّل الرّسم التّالي حيث (AB) // (ED) // (FG)

و OA=7cm و OD=5cm و DG=1,5cm و FG=2,6cm و OE=2,5cm



1)احسب EF و ED ثمّ OB

2)بيّن أنّ $\frac{EC}{CD}=\frac{FH}{HG}$

تمرين18:

لتكن [AB] قطعة مستقيم حيث AB=8cm

1)أ)عيّن النّقطة M من [AB] حيث $\frac{AM}{AB}=\frac{3}{7}$

ب)احسب AM

2)ابن النّقطة C حيث يكون المثلّث ABC قائم الزّاوية في B و BC=6cm

المستقيم المارّ من M و العمودي على (AB) يقطع (AC) في نقطة N

أ)بيّن أنّ $AN=\frac{3}{7}AC$

ب)احسب MN

تمرين19:

لتكن [MN] قطعة مستقيم حيث MN=9cm

1)عيّن النّقطة I من [MN] حيث $\frac{MI}{IN}=\frac{2}{5}$

2)احسب MI ثمّ IN

3)ابن النّقطة A حيث يكون المثلّث AMN متقايس الضّلعين في M

المستقيم المّار من I و الموازي لـ (AN) يقطع (AM) في J

احسب AJ

تمرين20:

لتكن [IJ] قطعة مستقيم حيث IJ=12cm

1)عيّن النّقطتين A و B من [IJ] حيث $\frac{IA}{2}=\frac{AB}{3}=\frac{BJ}{4}$

2)أ)بيّن أنّ : $\frac{AB}{3}=\frac{IJ}{9}$

ب)احسب AI ثمّ BJ

تمرين21:

لتكن [AC] قطعة مستقيم حيث AC=12cm

عيّن النّقاط O و Bو 'O من قطعة المستقيم [AC] حيث $\frac{AO}{2}=\frac{OB}{2}=BO'=O'C$

1)أ)احسب AO ثمّ 'BO

ب) بيّن أنّ O منتصف [AB]

2)عيّن النّقطة D من الدّائرة ($\mathscr{C}$) الّتي مركزها O و تمّر من A حيث AD=5cm

المستقيم (BD) يقطع الدّائرة ($\mathscr{C}'$) الّتي مركزها 'O و تمر من C في نقطة E

أ)بيّن أنّ (CE) // (AD)

ب)احسب CE

3)لتكن النّقطة F مناظرة E بالنّسبة إلى C .

المستقيم (AF) يقطع (DE) في النّقطة I

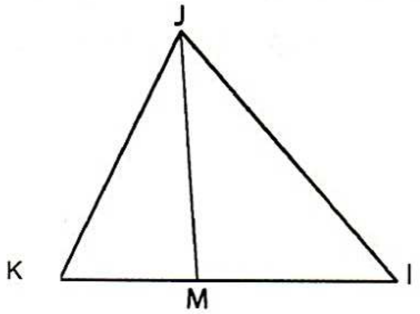
بيّن أنّ I منتصف [AF]

تمارين الإختيار من متعدّد

اختر الجواب الصّحيح من بين الأجوبة المقترحة

تمرين عدد1:

1)ليكن IJK مثلّثا حيث IK=5cm و IM=2cm كما يبيّن الشّكل:



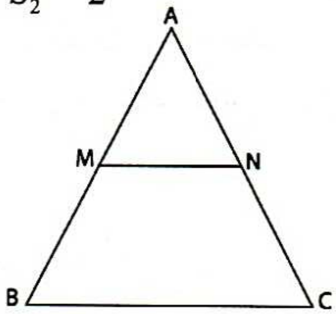
S_1 : مساحة المثلّث IJM

S_2 : مساحة المثلّث IJK

فإنّ:

☐ $\frac{S_1}{S_2}=\frac{2}{3}$ ☐ $\frac{S_1}{S_2}=\frac{2}{5}$ ☐ $\frac{S_1}{S_2}=\frac{5}{2}$

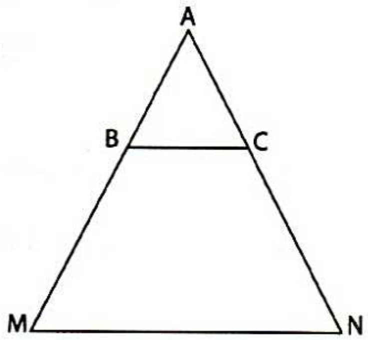
2) ABC مثلّث و (MN) // (BC)



فإنّ :

☐ $\frac{MN}{BC}=\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{MN}{BC}=\frac{AC}{AN}$ ☐ $\frac{MN}{BC}=\frac{AM}{AB}$

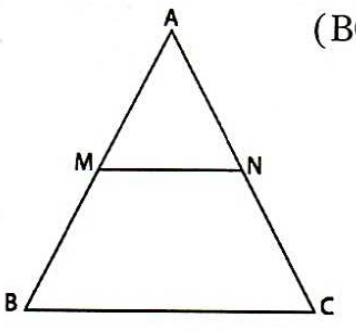
3) ABC مثلّث و (MN) // (BC)



فإنّ :

☐ $\frac{MN}{BC}=2$ ☐ $\frac{MN}{BC}=\frac{AC}{AN}$ ☐ $\frac{MN}{BC}=\frac{AM}{AB}$

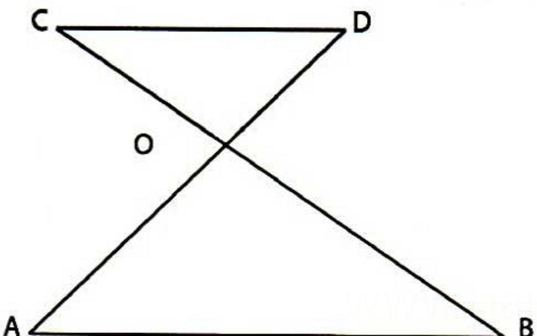
4) نعتبر الشّكل التّالي حيث AM=4cm و AC=6cm و AB=5cm و (MN) // (BC)



فإنّ :

☐ AN=4cm ☐ AN=5cm ☐ AN=4,8cm

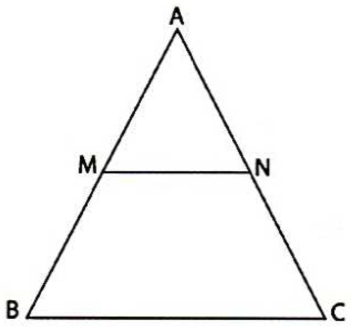
5) نعتبر الشّكل التّالي حيث (CD) // (AB) و OC=3cm و OB=5cm و AB=7cm
و OA=4cm و OD=y و CD= x



فإنّ :

☐ x =3,5cm و y=2,4cm ☐ x =4,2 cm و y=2cm ☐ x =4,2cm و y=2,4cm

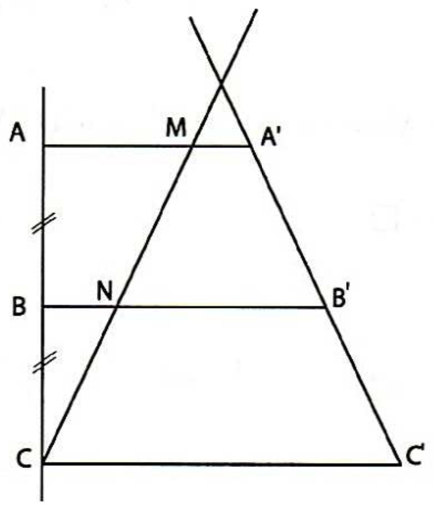
6) نعتبر الشّكل التّالي حيث (BC) // (MN) و BC=6cm و AM=3cm و AB=5cm



فإنّ :

☐ MN=3cm ☐ MN=3,6cm ☐ MN=3,5cm

7) نعتبر الشّكل التّالي حيث (CC') // (BB') // (AA') و B منتصف [AC]



فإنّ :

أ)

☐ NB'=2MA' ☐ NB'=$\frac{1}{2}$CC' ☐ $NB'=\frac{MA'}{2}+\frac{CC'}{2}$

ب)

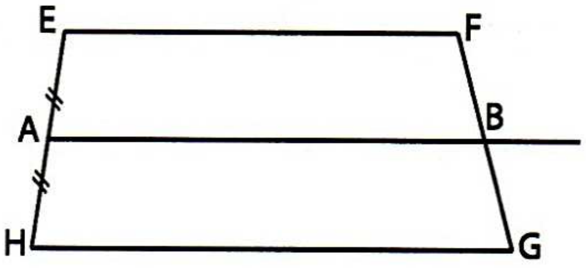
☐ $\frac{NB}{MA}=\frac{C'B'}{C'A'}$ ☐ $\frac{NB}{MA}=\frac{AB}{AC}$ ☐ $\frac{NB}{MA}=\frac{CM}{CN}$

ج)

☐ $\frac{AB}{MN}=\frac{AB}{A'B'}$ ☐ $\frac{AB}{MN}=\frac{BC}{B'C'}$ ☐ $\frac{AB}{MN}=\frac{AC}{MC}$

8) EFGH شبه منحرف قاعدتاه [EF] و [GH] و (EF) // (AB) و $EF=\frac{9}{2}$ و $GH=\frac{11}{2}$ (بالصّم)

و A منتصف [EH]



فإنّ :

أ)

☐ AB=10 ☐ AB=5 ☐ $AB=\frac{5}{2}$

ب)

☐ $\frac{EA}{EH}=\frac{EF}{HG}$ ☐ $\frac{EA}{EH}=\frac{AB}{HG}$ ☐ $\frac{EA}{EH}=\frac{FB}{FG}$

ج)

☐ $\frac{EA}{FB}=\frac{AH}{BG}=\frac{EF}{HG}$ ☐ $\frac{EA}{FB}=\frac{AH}{BG}=\frac{EH}{FG}$ ☐ $\frac{EA}{FB}=\frac{AH}{BG}=\frac{AB}{HG}$

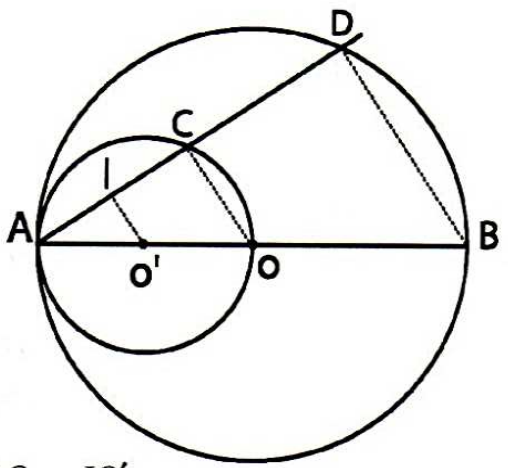
9)لتكن [AB] قطعة مستقيم حيث AB=7cm و$M\in[AB]$ حيث $\frac{AM}{MB}=\frac{2}{3}$ فإنّ:

☐ AM=10,5cm ☐ $AM=\frac{14}{3}$ cm ☐ AM= 2,8 cm

10)ليكن [IJ] قطعة مستقيم و M و N نقطتين منها حيث $\frac{IM}{2}=MN=\frac{NJ}{3}$ فإنّ:

☐ $IM=\frac{IJ}{3}$ ☐ $MN=\frac{IJ}{5}$ ☐ $NJ=\frac{IJ}{3}$

11) تأمّل الشّكل التّالي حيث I منتصف [AC]:



فإنّ:

أ)

☐ $IO'=\frac{1}{2}BD$ ☐ $(IO')\ //\ (BD)$ ☐ $\frac{AO}{AO'}=\frac{IO'}{OC}$

ب)

☐ $(O'I) \,//\, (OC) \,//\, (BD)$ ☐ $\frac{OC}{BD} = \frac{OB}{CD}$ ☐ $\frac{OC}{BD} = \frac{OB}{IC}$

ج)

☐ $OI = \frac{1}{2}BD$ ☐ $OI = 2O'I$ ☐ $OI = \frac{1}{2}BC$

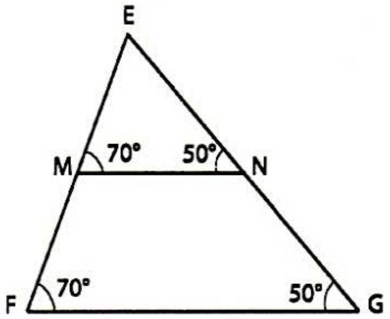
د)

☐ $OC = \frac{1}{2}BD$ ☐ $OC = \frac{O'I + BD}{2}$ ☐ $OC = 2O'I$

التمرين 2:

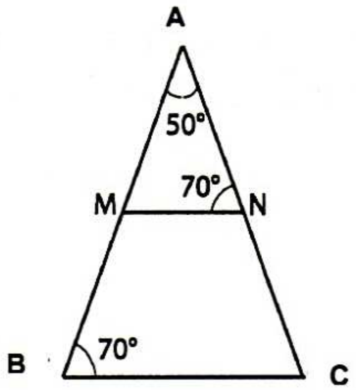
أجب بصحيح أو خطأ:

1)



$\frac{EM}{EF} = \frac{EN}{EG} = \frac{MN}{FG}$ (...............)

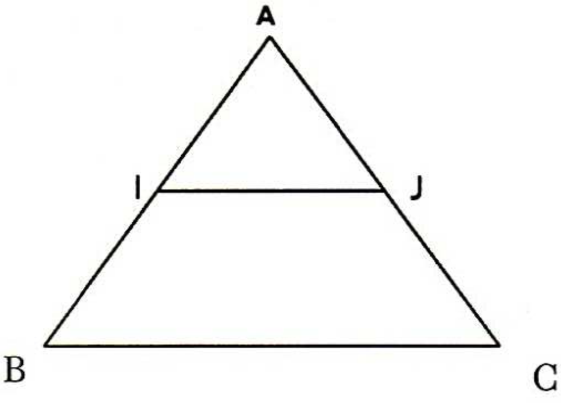
2)



M منتصف [AB]

يعني N منتصف [AC] (...............)

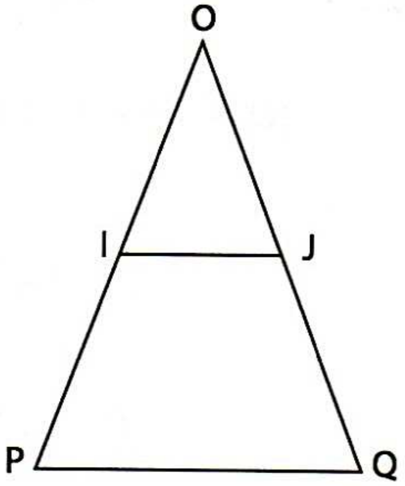
3)



I منتصف [AB] و J منتصف [AC]

يعني $BC = \frac{1}{2}IJ$ (..........)

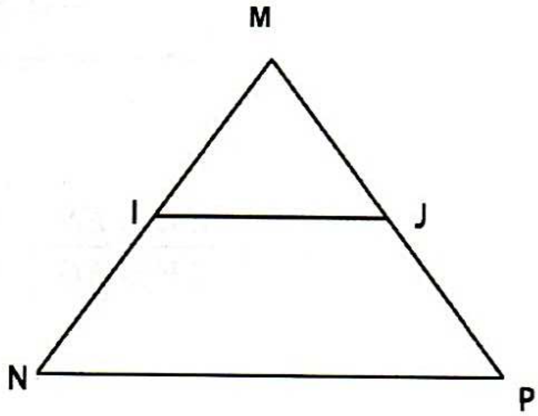
4)



(IJ) // (PQ)

يعني $IJ=\frac{1}{2}PQ$ (...........)

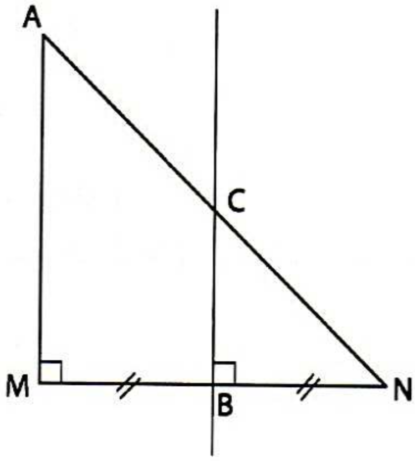
5)



(IJ) // (NP) و IJ=3cm و NP =6cm

يعني I منتصف [MN] و J منتصف [MP] (..........)

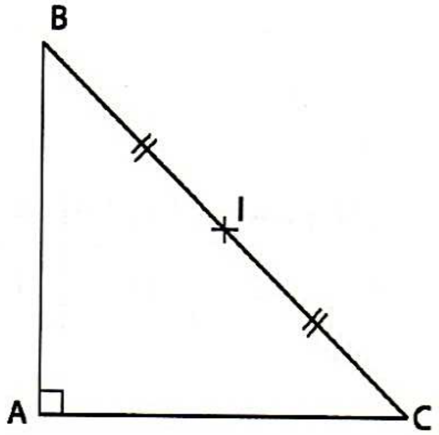
6)



( ) الموسط العمودي لـ [MN]

يعني 2BC=AM (............)

7)



I منتصف [BC]

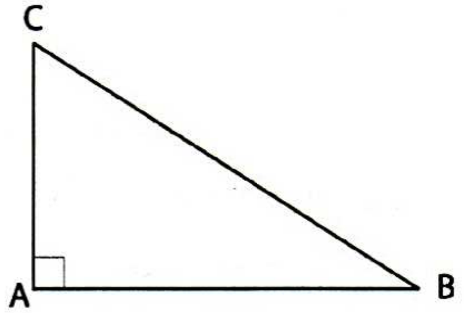
يعني $AI=\frac{BC}{2}$ (.............)

الدّرس 11: العلاقات القياسيّة في المثلّث القائم

ملخّص الدّرس

• نظريّة بيتاغور:

في مثلّث ABC قائم الزّاوية في A



$AB^2 + AC^2 = BC^2$

^{2}(الوتر) = ^{2}(ضلع قائم) + ^{2}(ضلع قائم)

ملاحظة :

تستعمل نظريّة بيتاغور لحساب أبعاد في مثلّث قائم

<u>مثال1:</u>

ABC مثلّث قائم في B حيث AB=5cm و BC=10cm

احسب AC

الإصلاح:

بما أنّ المثلّث ABC قائم الزّاوية في B

فإنّ حسب نظريّة بيتاغور نكتب :

^{2}(الوتر) = ^{2}(ضلع قائم) + ^{2}(ضلع قائم)

يعني $BA^2 + BC^2 = AC^2$

يعني $5^2 + 10^2 = AC^2$

يعني $AC^2 = 25 + 100$

يعني $AC^2 = 125$

إذن $AC = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$

<u>مثال 2:</u>

ليكن EFG مثلّث قائم الزّاوية في E

حيث EF=4cm و FG=8cm

احسب EG

الإصلاح:

بما أنّ EFG قائم الزّاوية في E

فإنّ حسب نظريّة بيتاغور نكتب:

^{2}(الوتر) = ^{2}(ضلع قائم) + ^{2}(ضلع قائم)

يعني $EF^2 + EG^2 = FG^2$

يعني $4^2 + EG^2 = 8^2$

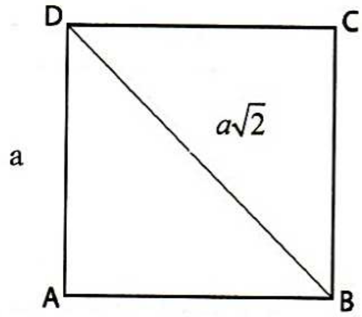
يعني $16 + EG^2 = 64$

يعني $EG^2 = 64 - 16$

يعني $EG^2 = 48$

إذن $EG = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

• **قيس طول قطر مربّع:**



إذا كان ABCD مربّع طول ضلعه a

فإنّ طول قطره يساوي $\boxed{AC = a\sqrt{2}}$

مثال1:

ليكن ABCD مربّع طول ضلعه $3\sqrt{2}$

احسب AC

الإصلاح:

ABCD مربّع يعني [AC] يمثل قطره

و بالتّالي : $AC = a\sqrt{2}$

يعني $AC = \left(3\sqrt{2}\right)\times\sqrt{2}$

إذن AC=6

مثال2:

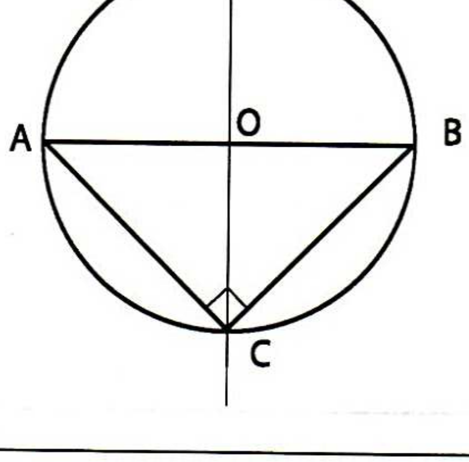
ابن دائرة (ک) مركزها O و شعاعها 4صم و [AB] قطرا لها.

الموسّط العمودي لـ [AB] يقطع (ک) في نقطتين إحداهما C

1)بيّن أنّ المثلّث ABC قائم و متقايس الضّلعين

2)احسب CA

الإصلاح:



1)المثلّث ABC يقبل الإرتسام في الدّائرة ($\mathscr{C}$) و ضلعه [AB] قطرا لها يعني المثلث ABC قائم و وتره [AB]

-بما أنّ C هي نقطة من الموسّط العمودي لـ [AB]

فإنّ CA=CB

و بالتّالي المثلّث ABC قائم و متقايس الضّلعين في C

2)لدينا ABC قائم و متقايس الضّلعين في C

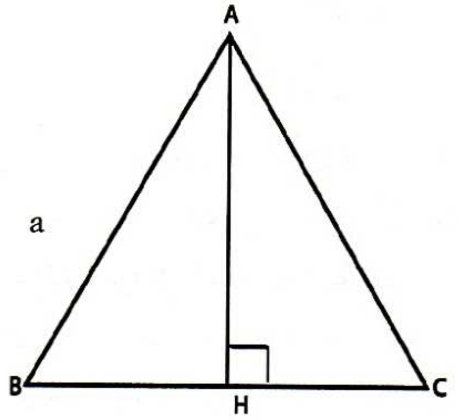
يعني [AB] يمثّل قطر مربّع طول ضلعه AC

و منه $AB=AC\ .\ \sqrt{2}$

يعني $8 = AC \times \sqrt{2}$

يعني $AC = \frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2}$

إذن $AC = 4\sqrt{2}$



- **قيس طول الإرتفاع في مثلّث متقايس الأضلاع:**

إذا كان ABC مثلّث متقايس الأضلاع

طول ضلعه a و [AH] الإرتفاع الصّادر من A

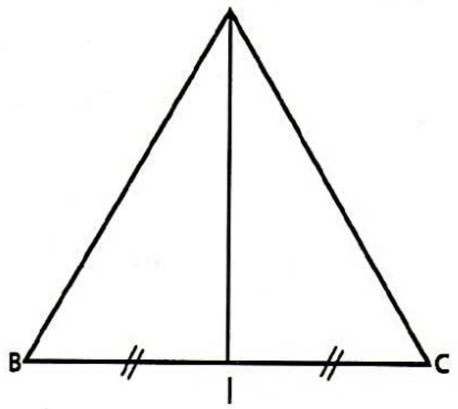
فإنّ $\boxed{AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}}$

مثال :

ليكن ABC مثلّث متقايس الأضلاع طول ضلعه $2\sqrt{3}$ و I منتصف [BC]

1)بيّن أنّ [AI] يمثّل إرتفاع في المثلّث ABC

2)احسب AI



الإصلاح:

1)لدينا I منتصف [BC]

يعني IB=IC

و AB=AC (ABC متقايس الأضلاع)

يعني (AI) يمثّل الموسّط العمودي لـ [BC]

و منه [AI] هو الإرتفاع الصّادر من A في المثلّث ABC

2)بما أنّ ABC مثلّث متقايس الأضلاع و [AI] الإرتفاع الصّادر من A

فإنّ $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

إذن $AI = \frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{2} = 3$

• عكس نظرية بيتاغور:

إذا كان في مثلّث ABC الثّلاثة أبعاد AB و AC و BC معلومة حيث تحقّق:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

فإنّ المثلّث ABC قائم الزّاوية وتره [BC]

مثال1:

ليكن ABC مثلّث حيث AB=5cm و $BC=5\sqrt{2}$ cm و $AC=5\sqrt{3}$ cm

بيّن أنّ المثلّث ABC قائم الزّاوية.

الإصلاح:

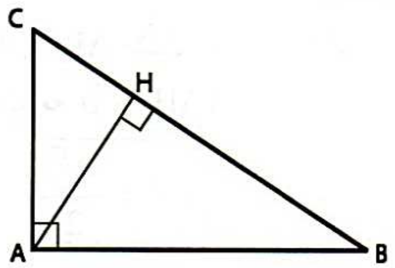
لدينا $AB^2 = 5^2 = 25$

$$BC^2 = \left(5\sqrt{2}\right)^2 = 50$$

$$AC^2 = \left(5\sqrt{3}\right)^2 = 75$$

نلاحظ أنّ $AB^2 + BC^2 = 75 = AC^2$

إذن حسب عكس نظريّة بيتاغور نستنتج أنّ المثلّث ABC قائم و وتره [AC]



• العلاقات القياسيّة في المثلّث القائم:

إذا كان ABC مثلّث قائم الزّاوية في A

و [AH] الإرتفاع الصّادر من A فإنّ :

$$\boxed{AH \times BC = AB \times AC}$$

$$\boxed{AH^2 = HB \times HC}$$

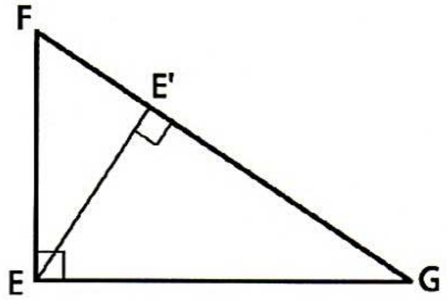
مثال:

ليكن EFG مثلّث قائم في E حيث EF=6cm و EG=8cm و 'E المسقط العمودي لـ E على [FG]

1)احسب FG

2)احسب 'EE

الإصلاح:



1)حساب FG :

لدينا المثلّث EFG قائم في E

حسب نظريّة بيتاغور نكتب :

$$EG^2 + EF^2 = FG^2$$

يعني $8^2 + 6^2 = FG^2$

يعني $FG^2 = 100$

إذن $FG = 10cm$

2) حساب 'EE :

بما أنّ 'E المسقط العمودي لـ E على (FG)

فإنّ ['EE] هو الإرتفاع في المثلّث القائم EFG الصّادر من رأس الزّاوية القائمة.

يعني $EE' \times FG = EF \times EG$

يعني $EE' = \dfrac{EF \times EG}{FG}$

يعني $EE' = \dfrac{6 \times 8}{10}$

يعني $EE' = 4{,}8\ cm$

كل مثلث قائم يقبل الارتسام في نصف دائرة.

كل مثلث مرتسم في نصف دائرة هو مثلث قائم وتره قطر الدائرة

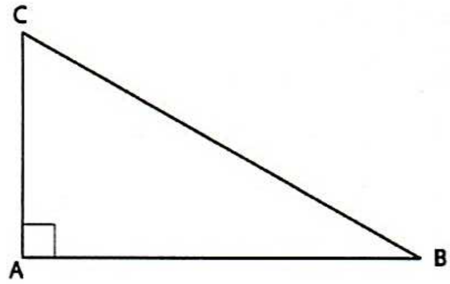
ليكن ABC مثلث و G مركز ثقله و ليكن [AI] موسّط له.

إذن: $AG = \dfrac{2}{3} AI$

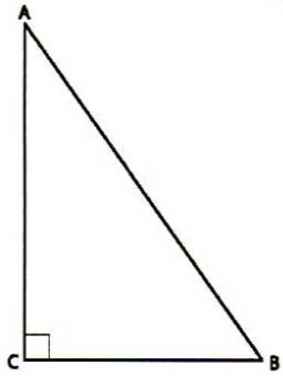
تمارين للدّعم

تمرين 1:

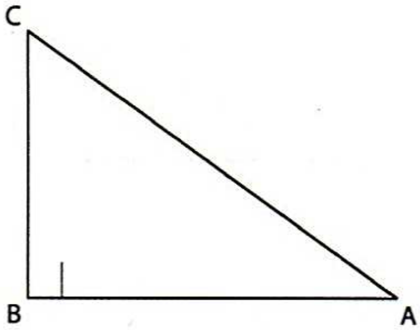
نعتبر الأشكال التّالية حيث المثلّث ABC قائم الزّاوية:



$AB = 4\sqrt{3}\ cm$ و $BC = 8cm$



$AB = 5\sqrt{3}\ cm$ و $BC = 5cm$



$AB = 4\sqrt{2}\ cm$ و $BC = 4cm$

احسب البعد AC في كلّ حالة .

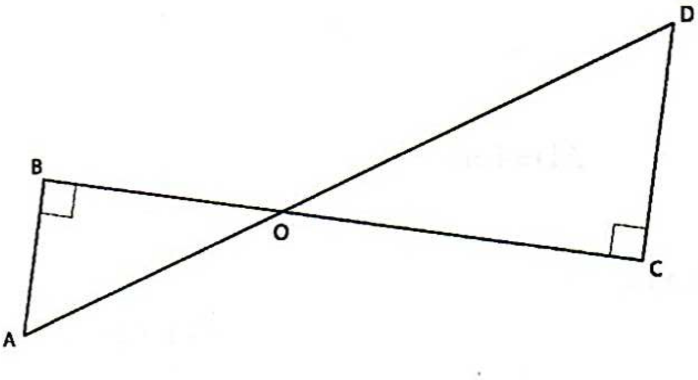
تمرين 2:

نعتبر الشّكل التّالي حيث OAB و OCD مثلّثان قائمان في B و C

على التّوالي حيث $OA=5cm$ و $AB=3cm$

و$OC = 4\sqrt{3}\ cm$

احسب OB و CD و OD



تمرين 3:

ليكن ABC مثلّثا قائم الزّاوية في C حيث AB=6cm و AC=3cm

1)احسب BC

2)عيّن النّقطة I من [AC] حيث $CI = \frac{IA}{2}$

بيّن أنّ $BI = 2\sqrt{7}$

تمرين 4:

ليكن ABCD مستطيلا حيث AB=7cm و AD=3cm

عيّن نقطة M من [AB] حيث BM=3cm

1)احسب AC و DM و MC

2)المستقيم (CM) يقطع (AD) في نقطة E

احسب AE ثمّ EM

تمرين 5:

ابن دائرة (ζ) مركزها O وشعاعها 4صم و [AB] قطرا لها

عيّن النّقطة C من الدّائرة حيث $A\hat{B}C = 30°$ ثمّ النّقطة H منتصف [AO]

1)احسب AC

2)بيّن أنّ $BC = 4\sqrt{3}$ و $CH = 2\sqrt{3}$

3) منصّف الزّاوية $B\hat{A}C$ يقطع الدّائرة في نقطة D

أ)بيّن أنّ الرّباعي ABDC شبه منحرف متقايس الضّلعين

ب)احسب مساحة الرّباعي ABDC

تمرين 6:

ABC مثلّث حيث AB=5cm و BC=8cm

لتكن H المسقط العمودي لـ A على (BC) حيث AH=3cm

بيّن أنّ المثلّث ABC متقايس الضّلعين

تمرين 7:

ابن دائرة (ζ) مركزها O و شعاعها 5صم و [AB] قطرا لها

ابن المستقيم ( ) الموسّط العمودي لـ [OA] و الذي يقطع الدّائرة (ζ) في نقطتين C و D و [AO] في نقطة I

1)أ) بيّن أنّ المثلّث OAC متقايس الأضلاع

ب)استنتج AC ثمّ CI

2)بيّن أنّ الرّباعي ACOD معيّن ثمّ احسب مساحته

تمرين 8:

ليكن ABCD مستطيلا حيث AB=7cm و AD=4cm

عيّن نقطة M من [AB] حيث CM=5cm

1)احسب AC و AM ثمّ DM

2)الدّائرة التّي قطرها [BC] تقطع [MC] في نقطة E

أ)بيّن أنّ [BE] هو ارتفاع في المثلّث MBC

ب) احسب EB ثمّ EC

3)ابن النّقطة F خارج المستطيل ABCD حيث يكون AFD مثلّث متقايس الأضلاع و لتكن H المسقط العمودي لـ F على [AD]

احسب FD

4)المستقيم (AF) يقطع (DC) في نقطة G

أ)بيّن أنّ F منتصف [AG]

ب) احسب AG ثمّ GD

تمرين 9:

ليكن MNPQ شبه منحرف قائم في M و Q حيث MN=4cm و PQ=12cm و MQ=6cm

1)احسب QN

2)لتكن 'N المسقط العمودي لـ N على (PQ)

احسب N'P ثمّ NP

3)عيّن نقطة R من [N'P] حيث N'R=2cm و S مناظرة R بالنّسبة إلى Q

أ) احسب MR ثمّ MS

ب) استنتج أنّ المثلّث MRS قائم الزاوية.

تمرين 10:

ليكن IJK مثلّثا حيث IJ=8cm و IK=6cm و JK=10cm

1)بيّن أنّ المثلّث IJK قائم الزّاوية

2)لتكن 'I المسقط العمودي لـ I على [JK]

احسب 'II ثمّ I'K

تمرين 11:

لتكن [AB] قطعة مستقيم حيث AB=10cm

ابن الدّائرة (ζ) الّتي مركزها O و قطرها [AB] ثمّ الدّائرة (ζ') الّتي مركزها I و قطرها [OB] ثمّ المستقيم المماس للدّائرة (ζ) في النّقطة Aو عيّن عليه النّقطة C حيث AC=5cm

1)احسب BC

2)المستقيم (BC) يقطع (ζ) في نقطة D و (ζ') في نقطة E

أ)بيّن أنّ [AD] هو ارتفاع في المثلّث ABC

ب) استنتج أنّ $AD = 2\sqrt{5}$ و $BD = 4\sqrt{5}$

3)أ)بيّن أنّ (AD) // (OE)

ب)احسب BE ثمّ OE

4)المستقيم المارّ من D و العمودي على يقطع (OE) في G و في F

أ)بيّن أنّ AFGO شبه منحرف قائم

ب)احسب مساحة AFGO

5)عيّن J منتصف [AF]

بيّن أنّ JE=6cm

تمرين 12:

ليكن (O, I, J) معيّنا متعامدا حيث OI=OJ=1cm و النّقطتين M(4 ; 0) و N(-4 ;0)

1)عيّن النّقطة A حيث يكون المثلّث AMN متقايس الأضلاع و $A\in[OJ)$

أ)بيّن أنّ [AO] هو ارتفاع في المثلّث AMN

ب) احسب MN ثمّ AO

ج) استنتج إحداثيّات النّقطة A

2)عيّن النّقطة B(12 ; 0)

أ)بيّن أنّ M منتصف [BN]

ب)أستنتج أنّ المثلّث ABN قائم الزّاوية

ج)احسب AB

3)ليكن المستقيم المارّ من M و العمودي على (OI) الذي يقطع (AB) في النقطة C

احسب MC ثمّ AC

4)المستقيم يقطع (AN) في نقطة D

أ)بيّن أنّ A منتصف [DN]

ب)بيّن أنّ المثلّث BDN متقايس الأضلاع ثمّ استنتج DM

5)أ)ماذا تمثّل النّقطة C بالنّسبة إلى المثلّث BDN

ب)المستقيم (CN) يقطع (BD) في نقطة E

بيّن أنّ E منتصف [BD]

ج)استنتج أنّ $E(8 ; 4\sqrt{3})$

تمرين 13:

ليكن ABC مثلّثا حيث AB=6,4cm و AC=4,8cm و BC=8cm

1)بيّن أنّ المثلّث ABC قائم

2)ابن الدّائرة (ج) الّتي قطرها [AC] و الّتي تقطع [BC] في نقطة O

أ)بيّن أنّ المثلّث AOB قائم الزاوية.

ب)احسب AO ثمّ BO

3)ابن المستقيم المارّ من C و العمودي على (AC) و عيّن عليه النّقطة D حيث CD=10cm (D تكون من جه

النّقطة B) و I المسقط العمودي لـ B على (CD)

أ)احسب ID ثمّ BD

ب)بيّن أنّ المثلّث BCD قائم

تمرين 14:

لتكن [AB] قطعة مستقيم طولها 8صم

عيّن I منتصف [AB] ثمّ J منتصف [AI]

ابن الدّائرة (ج) الّتي مركزها I و تمرّ من A ثمّ الدّائرة (ج′) الّتي مركزها J و تمرّ من A

عيّن النّقطة C من الدّائرة (ج′) حيث AC=2cm

المستقيم (AC) يقطع (ج) في نقطة D

1)احسب CI و BD و CD

2)لتكن O مسقط J على (AD) وفقا لمنحى (BD)

احسب OD

تمرين 15:

لتكن(ج) دائرة مركزها O و شعاعها 4صم و [BC] قطرا لها

الموسّط العمودي لـ [OB] يقطع الدّائرة (ج) في النّقطتين Aو F و [OB] في النّقطة H

1)أ)بيّن أنّ ABFO معيّن

ب)احسب AF ثمّ استنتج مساحة الرّباعي ABFO

2)ابن المماس للدّائرة (ج) في النّقطة B و الذّي يقطع (OA) في نقطة E

أ)بيّن أنّ A منتصف [OE]

ب)استنتج OE ثمّ EB

3)احسب AC

4)لتكن D نقطة من (HB] حيث HD=HA

بيّن أنّ $AD = 2\sqrt{6}$

تمرين 16:

ليكن EFGH شبه منحرف قائم في E و H حيث EF=3cm و GH=6cm و EH=4cm

لتكن ’F المسقط العمودي لـ F على (GH)

1)احسب FH

2)بيّن أنّ ’FH=EF

3)بيّن أنّ $F\hat{G}H = F\hat{H}G$

تمرين 17:

ليكن ABD مثلّثا قائم في A حيث AD=4cm و BD=6cm

و النّقطة C المسقط العمودي لـ A على (BD)

1)احسب AB ثمّ AC

2)عيّن نقطة E من (DA] حيث DE=9cm

بيّن أنّ المثلّث BDE قائم الزّاوية

3)عيّن النّقطة O منتصف [AB] و النّقطة F المسقط العمودي لـ A على (BE)

بيّن أنّ : OC=OF= $\sqrt{5}$ cm

4)عيّن النّقطة G حيث B منتصف [GD]

و ليكن H المسقط العمودي لـ G على (AB)

أ)بيّن أنّ B منتصف [AH]

ب) المستقيمان (GH) و (AC) يتقاطعان في I

بيّن أنّ (IB) عمودي على (AG)

تمارين الإختيار من متعدّد

اختر الجواب الصّحيح من بين الأجوبة المقترحة

تمرين عدد1:

1)ليكن ABC مثلّثا حيث AB=5cm و BC=3cm و AC=4cm فإنّ:

☐ $A\hat{B}C = 90°$ ☐ $A\hat{C}B = 90°$ ☐ $B\hat{A}C = 90°$

2)ليكن ABC مثلّثا قائما في A حيث BC=6cm و AC=3cm فإنّ:

☐ $AB = 3\sqrt{5}cm$ ☐ $AB = 3cm$ ☐ $AB = 3\sqrt{3}cm$

3)MNP مثلّثا قائم الزّاوية فإنّ أبعاده بالصّم:

☐ 15 و 20و 25 ☐ 5 و 10 و 15 ☐ 25 و 30 و 35

4)ليكن EFG مثلّثا قائما حيث EF=4,8cm و FG=3,6cm و EG=6cm فإنّ:

☐ $(EF)\perp(EG)$ ☐ $(EF)\perp(FG)$ ☐ $(FG)\perp(EG)$

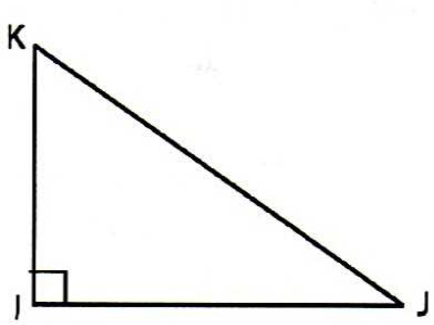
5) ليكن EFG مثلّثا حيث FG=8cm و$I \in [FG]$

حيث IF=IG=IE=4cm فإنّ EFG مثلّث:

☐ متقايس الأضلاع ☐ قائم الزّاوية ☐ متقايس الضّلعين

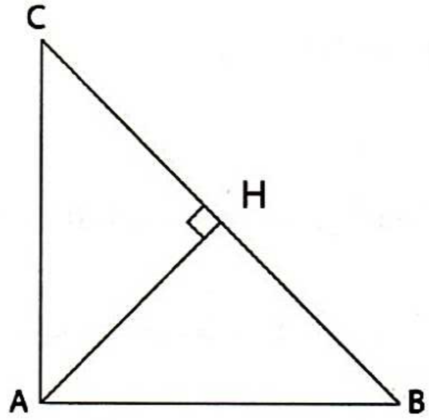
6)نعتبر الشّكل التّالي:

حيث JK= x و IK=4 فإنّ:



☐ $IJ^2 = (x+4)^2$ ☐ $IJ^2 = x^2 - 2^2$ ☐ $IJ^2 = (x-4)(x+4)$

7) نعتبر الشّكل التّالي:



فإنّ:

☐ $AC^2 = \dfrac{BC \times AH}{AB}$ ☐ $AC^2 = AH^2 + CH^2$ ☐ $AC^2 = BC^2 - AB^2$

8) ABC مثلّث متقايس الأضلاع طول ضلعه a و قيس طول ارتفاعه $6\sqrt{3}$ فإنّ :

☐ $a = 3$ ☐ $a = 9$ ☐ $a = 12$

9) ABC مثلّث متقايس الأضلاع طول ضلعه $\dfrac{4}{\sqrt{3}}$ فإنّ قيس ارتفاعه يساوي:

☐ 2 ☐ $2\sqrt{3}$ ☐ 6

10) ABCD مربّع طول ضلعه a و قيس طول قطره $AC = \dfrac{5}{\sqrt{2}}$ فإنّ:

☐ $a = 5$ ☐ $a = \dfrac{5}{2}$ ☐ $a = 10$

11) ABCD مربّع طول ضلعه $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ فإنّ قيس طول قطره يساوي:

☐ 5 ☐ $\dfrac{5}{2}$ ☐ 10

12) مربّع طول ضلعه $\sqrt{7}$ فإنّ طول قطره يساوي :

☐ $\sqrt{9}$ ☐ $\sqrt{14}$ ☐ $\sqrt{7} + \sqrt{2}$

13) ABC مثلّث حيث $BC^2 = AB^2 - AC^2$ فإنّ ABC:

☐ قائم في A ☐ قائم في B ☐ قائم في C

14) ABCD مربّع مركزه O و طول ضلعه 4 فإنّ:

☐ $AO = 4\sqrt{2}$ ☐ $AO = 3\sqrt{2}$ ☐ $AO = 2\sqrt{2}$

تمرين عدد2:

أجب بصحيح أو خطأ:

1)ABCD مربّع حيث $AC=\sqrt{18}$ فإنّ مساحته تساوي $9cm^2$ (..............)

2)كل مثلّث له ثلاثة أبعاد متتالية هو مثلّث قائم (..............)

3) ABC هو مثلّث قائم في A حيث AB=3cm و AC=4cm فإنّ BC=5cm (..............)

4)يوجد مثلّث قائم له ثلاثة أبعاد متتالية (..............)

5) IJK مثلّث قائم في K حيث IJ=8cm و IK=6cm فإنّ JK=10cm (..............)

6)ABC مثلّث متقايس الأضلاع طول ارتفاعه $6\sqrt{3}$ فإنّ طول ضلعه 3 (..............)

7)EFG مثلّث متقايس الأضلاع طول ضلعه 5صم

فإنّ طول الإرتفاع $5\times\sqrt{\frac{3}{4}}$ (.............)

8)طول ضلع مربّع يساوي $3\sqrt{2}$

فإنّ قطره يساوي $6\sqrt{2}$ (.............)

9)ABCD مربّع حيث $AB=2\sqrt{2}$

فإنّ CD=4 (.............)

الدّرس 12: أنشطة حول الرّباعيّات

ملخَّص الدرس

- **الخاصيّات المباشرة لمتوازي أضلاع:**

في متوازي أضلاع لدينا:
♦الأضلاع المتقابلة متوازية و متقايسة.
♦القطران يتقاطعان في منتصفيهما.
♦الزّوايا المتقابلة متقايسة .
♦الزّوايا المتتالية متكاملة .

- **الخاصيّات المعاكسة لمتوازي أضلاع (كيف نبيّن متوازي أضلاع؟)**

♦إذا كان في رباعي: الأضلاع المتقابلة متوازية فهو متوازي أضلاع.
♦إذا كان في رباعي: الأضلاع المتقابلة متقايسة فهو متوازي أضلاع .
♦إذا كان في رباعي : ضلعان متقابلان متوازيان و متقايسان فهو متوازي أضلاع.
♦إذا كان في رباعي أضلاع: القطران يتقاطعان في منتصفيهما فهو متوازي أضلاع.
♦إذا كان في رباعي أضلاع: الزّوايا المتقابلة متقايسة فهو متوازي أضلاع .
♦إذا كان في رباعي أضلاع:الزّوايا المتتالية متكاملة فهو متوازي أضلاع.

- **الخاصيّات المباشرة للمعيّن:**

في المعيّن لدينا:
خاصيّات متوازي الأضلاع تنطبق على المعيّن:
♦أربعة أضلاع متقايسة .
♦القطران متعامدان في منتصفيهما.
♦القطران منصّفان لزواياه.

- **الخاصيّات المعاكسة (كيف نبيّن معيّن؟)**

♦متوازي أضلاع له ضلعان متتاليان متقايسان هو معيّن.
♦متوازي أضلاع له قطران متعامدان هو معيّن .

- **الخاصيّات المباشرة للمستطيل:**

في المستطيل لدينا:
♦خاصيّات متوازي الأضلاع تنطبق على المستطيل.
♦أربعة زوايا قائمة.
♦القطران متقايسان و يتقاطعان في المنتصف.

●الخاصيّات المعاكسة (كيف نبيّن مستطيل؟)

♦متوازي أضلاع له زاوية قائمة هو مستطيل.
♦متوازي أضلاع له قطران متقايسان هو مستطيل .
♦رباعي أضلاع له 3 زوايا قائمة هو مستطيل.

●الخاصيّات المباشرة للمربّع

في المربع لدينا:
♦خاصيّات متوازي الأضلاع تنطبق على المربّع.
♦خاصيّات المعيّن تنطبق على المربّع.
♦خاصيّات المستطيل تنطبق على المربّع.

●الخاصيات المعاكسة (كيف نبيّن مربّع؟)

♦معيّن له زاوية قائمة هو مربّع.
♦معيّن له قطران متقايسان هو مربّع.
♦مستطيل له ضلعان متتاليان متقايسان هو مربّع.
♦مستطيل له قطران متعامدان هو مربّع.

●شبه منحرف

رباعي أضلاع له ضلعان متوازيان (القاعدتان).

تمارين للدّعم:

تمرين عدد1:

ارسم مستطيلا ABCD مركزه O حيث AB=8cm و AD=6cm
الدّائرة التي قطرها [AD] تقطع [AC] في نقطة E
الدّائرة التي قطرها [BC] تقطع [AC] في نقطة F
1)احسب AC و DE
2)بيّن أنّ الرّباعي BEDF متوازي أضلاع
3)المستقيم (BF) يقطع (DC) في نقطة I
احسب CF و IF ثمّ CI
4)المستقيم (DE) يقطع [AB] في نقطة J
أ)بيّن أنّ النّقاط I و O و J على استقامة واحدة
ب)أثبت أنّ (JC) // (AI)

تمرين عدد 2:

ابن دائرة (ζ) مركزها I و قطرها [AB] حيث AB=12cm

ابن المستقيم الموسّط العمودي لـ [IB]

يقطع [IB]في النّقطة H و الدّائرة (ζ) في النّقطتين M و N

1)أ)بيّن أنّ المثلّث IMB متقايس الأضلاع

ب)استنتج طبيعة الرّباعي IMBN

ج)احسب MH

2)أ)بيّن أنّ المثلّث AMB قائم في M

ب)استنتج AM

3)لتكن 'H المسقط العمودي لـ H على (AM)

احسب 'HH

4)المستقيم (IM) يقطع الدّائرة (ζ) في نقطة ثانية 'M

أ)بيّن أنّ الرّباعي'AMBM مستطيل

ب)احسب 'AM

5)أ)بيّن أنّ (IH) // (M'N)

ب) احسب M'N

ج)استنتج أنّ 'AINM معيّن

6)ابن ′Δ المماس لـ (ζ) في النّقطة A

لتكن C المسقط العمودي لـ M على ′Δ

أ)بيّن أنّ الرّباعي ACMH مستطيل

ب)استنتج CH

7)المستقيم ('HH) يقطع (CM) في نقطة D لتكن النّقطة O منتصف [MH]

بيّن أنّ B و O و D على استقامة واحدة

تمرين عدد3:

ارسم مربّعا EFGH حيث EF=6cm ثمّ عيّن النّقطة M من [FG] حيث MF=4cm و النّقطة N من (GH) حيث GN=10cm

1)أ)احسب EM و EN و MN

ب)استنتج أنّ المثلّث EMN متقايس الضّلعين و قائم الزّاوية

2)عيّن I منتصف [MN]

بيّن أنّ المثلّث EGI متقايس الضّلعين

3)لتكن A و B مناظرتي G و E بالنّسبة إلى النّقطة I على التّوالي

أ)بيّن أنّ AMGN مستطيل

ب)بيّن أنّ EMBN مربّع

4)المستقيم (MB) يقطع (GH) في C

المستقيم (EN) يقطع (AM) في D

بيّن أنّ I منتصف [DC]

تمرين 4:

نعتبر مثلّثا EFG متقايس الضّلعين في E حيث EG=8cm و FG=6cm

و لتكن M منتصف [EG]

الموزاي لـ (EF) و المارّ من M يقطع (FG) في نقطة N

الموازي لـ (FG) و المارّ من E يقطع (MN) في نقطة L

1)أثبت أنّ EFNL متوازي أضلاع

2)أ)بيّن أنّ EG=LN

ب)استنتج أنّ ENGL مستطيل

3)المستقيم (EF) يقطع (GL) في نقطة D

أ)بيّن أنّ L منتصف [DG]

ب)احسب DG

4)المستقيم (FM) يقطع (EL) في النّقطة B

أ)بيّن أنّ EFGB متوازي أضلاع

ب) بيّن أنّ BDEG معيّن

ج)بيّن أنّ BEFG و BDEG لهما نفس المساحة

تمرين 5:

ليكن ABC مثلّثا متقايس الضّلعين و قائما في A حيث AB=4cm و لتكن I منتصف [BC]

الموازي لـ (AC) و المارّ من B يقطع الموازي لـ (AB) و المارّ من C في نقطة D

1)بيّن أنّ [BC] و [AD] متقايسان و يتعامدان في منتصفيهما

2)احسب AD ثمّ BI

3)عيّن E مناظرة C بالنّسبة إلى A

أ)بيّن أنّ الرّباعي AEBD متوازي أضلاع

ب)أثبت أنّ المثلّث BEC متقايس الضّلعين و قائم الزّاوية

4)المستقيم المارّ من I و الموازي لـ (AC) يقطع (CD) في M و (BE) في N

أ)ماهي طبيعة الرّباعي BDCE؟ علّل جوابك

ب)احسب MN

5)بيّن أنّ الرّباعي AIBN معيّن

6)المستقيمان (BE) و (CD) يتقاطعان في نقطة O

بيّن أنّ :

$$OM \times OE = OC \times ON$$

و

$$ON \times EC = OE \times MN$$

تمارين الإختيار من متعدد

اختر الجواب الصّحيح من بين الأجوبة المقترحة

التمرين 1:

1) ربّاعي أضلاع له زاويتان متتاليتان متكاملتان هو:

☐ متوازي أضلاع ☐ شبه منحرف ☐ رباعي أضلاع

2) متوازي أضلاع له قطران متعامدان هو:

☐ معيّن ☐ مستطيل ☐ مربّع

3) متوازي أضلاع له قطران متقايسان هو:

☐ معيّن ☐ مستطيل ☐ مربّع

4) شبه منحرف قائم له قاعدتان متقايستان هو:

☐ مربّع ☐ مستطيل ☐ شبه منحرف

5) رباعي أضلاع له قطران متعامدان هو:

☐ معيّن ☐ مستطيل ☐ رباعي أضلاع

التمرين 2:

أجب بصحيح أو خطأ:

1) رباعي له قطران متقايسان هو مستطيل (..............)

2) رباعي له قطران متعامدان هو معيّن (..............)

3) رباعي أضلاع له زاويتان متتاليتان متكاملتان هو متوازي أضلاع (..............)

4) كلّ متوازي أضلاع هو مستطيل (..............)

5) كلّ مستطيل هو متوازي أضلاع (...............)

6) المربّع هو معيّن (..............)

7)كلّ ربّاعي له قطران متعامدان و متقايسان هو مربّع (.............)

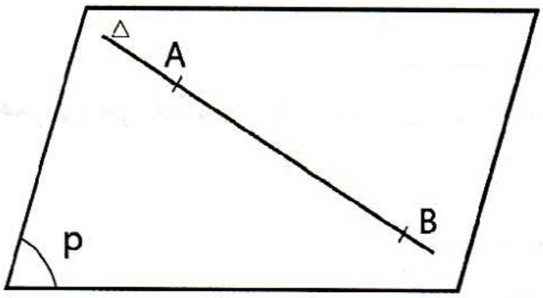
8)المربّع هو مستطيل (.............)

9)متوازي أضلاع متعامد القطرين و له زاوية قائمة هو مربّع (.............)

الدّرس 13: التعامد في الفضاء

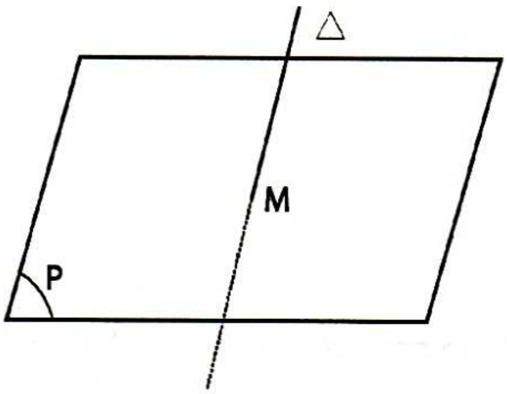
ملخَّص الدّرس

● مستقيم   محتوٍ في مستوي (P) يعني   و P يشتركان في نقطتين



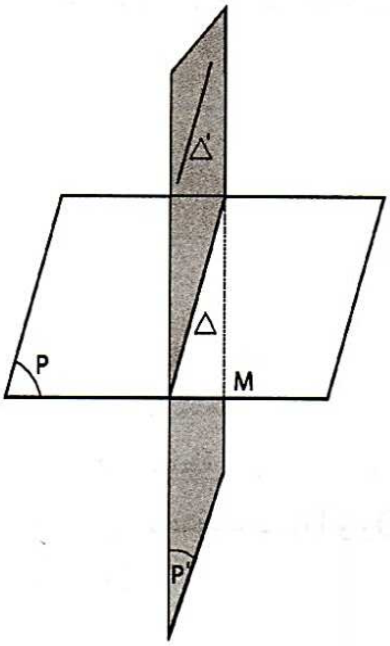
$\Delta \subset (P)$ يعني $\Delta \cap (P) = \{A\,;B\}$

● مستقيم   قاطع لمستوٍ P يعني
و P يشتركان في نقطة واحدة



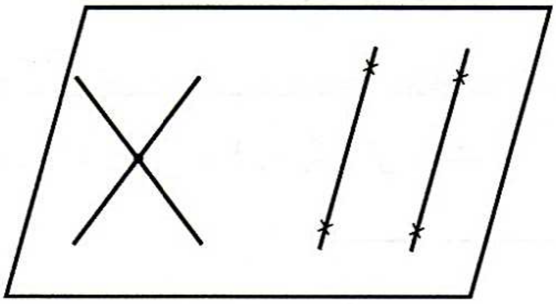
$\Delta \cap (P) = \{M\}$
يعني   يقطع المستوي (P) في نقطة M $(\Delta \not\subset (P))$

● مستقيم   موازٍ لمستوٍ (P) يعني   موازٍ لمستقيم من هذا المستوي

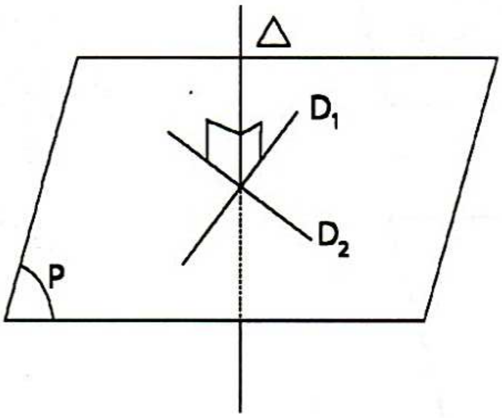


$\Delta \subset (P)$ و $\Delta' \,//\, \Delta$
فإنّ $(P) \,//\, \Delta'$

● مستقيمان في نفس المستوي يكونان إمّا متوازيين أو متقاطعين



● مستقيم عمودي على مستوٍ إذا كان عمودي على مستقيمين متقاطعين من هذا المستوي

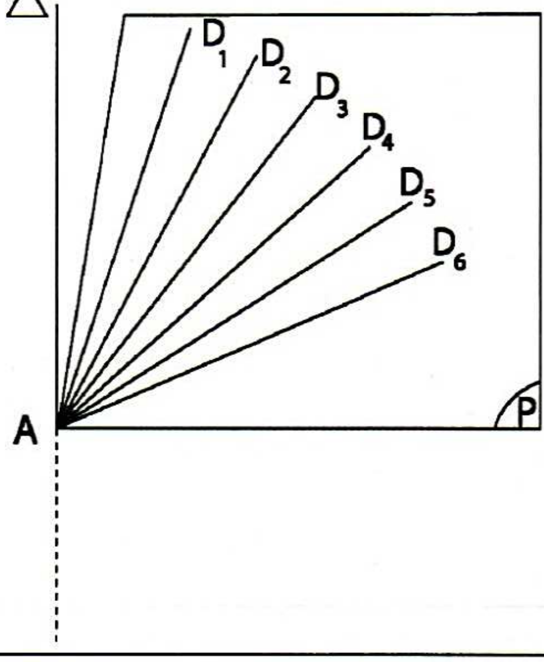


$\Delta \perp D_1$ و $\Delta \perp D_2$

و المستقيمان D_1 و D_2 محتويان في المستوي (P) و متقاطعان

إذن $\Delta \perp (P)$

● مستقيم عمودي على مستوٍ في نقطة هو مستقيم عمودي على كلّ مستقيمات المستوي المارّة من تلك النّقطة



إذا كان $(P) \perp \Delta$ في النّقطة A

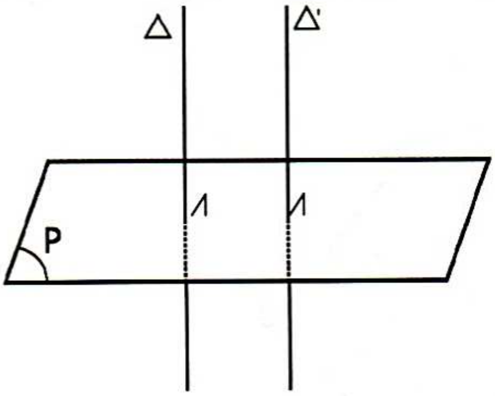
فإنّ عمودي على كلّ المستقيمات D_1 و D_2

و D_3 ....و D_7

●الهرم المنتظم هو هرم قاعدته على شكل مضلّع منتظم قمّته تنتمي إلى المستقيم العمودي على مستوي القاعدة و المارّ من مركز الدّائرة المحيطة بالمضلّع

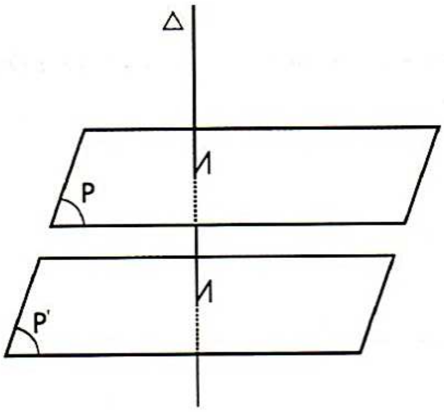
●الأوجه الجانبيّة لهرم منتظم تمثّل مثلّثات متقايسة و كلّ منها مثلّث متقايس الضّلعين.

●مستقيمان عموديّان على نفس المستوي هما مستقيمان متوازيان.



$\Delta \perp (P)$ و $\Delta' \perp (P)$
يعني $\Delta \,//\, \Delta'$

●مستويان عموديّان على نفس المستقيم هما مستويان متوازيان

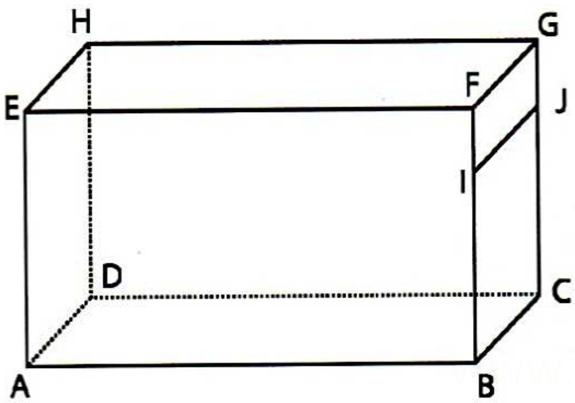


$\Delta \perp (P)$ و $\Delta \perp (P')$
يعني $(P) \,//\, (P')$

تمارين للدّعم:

تمرين 1:
ليكن ABCDEFGH متوازي مستطيلات

حيث $I \in [BF]$ و $J \in [CG]$



و (FG) // (IJ)

1)بيّن أنّ (ADC) // (IJ)

2)أ) حدّد تقاطع المستويين (AID) و (DHG) معلّلا جوابك .

ب)المستقيم (HC) يقطع المستوي (ADI) في نقطة M

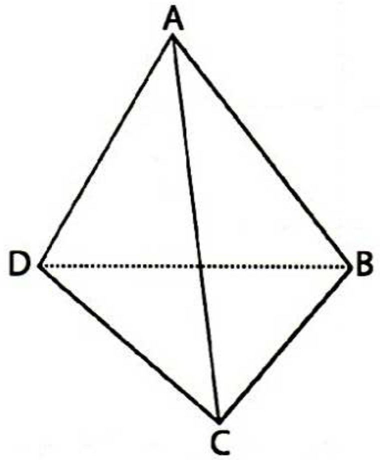
بيّن أنّ النّقطة M تنتمي إلى المستقيم (DJ)

3)المستقيم (AI) يقطع المستوي (EHG) في النّقطة N

بيّن أنّ النّقاط E و F و N على استقامة واحدة

تمرين 2:

نعتبر الشّكل التّالي حيث I و J وK و L و M و N منتصفات [AD] و [AB] و [AC] و [BC] و [CD] و [DB] على التّوالي:



1)أ)بيّن أنّ النّقاط I و J و M و L تنتمي إلى نفس المستوي .حدّده

ب)استنتج أنّ (IJM) // (BD)

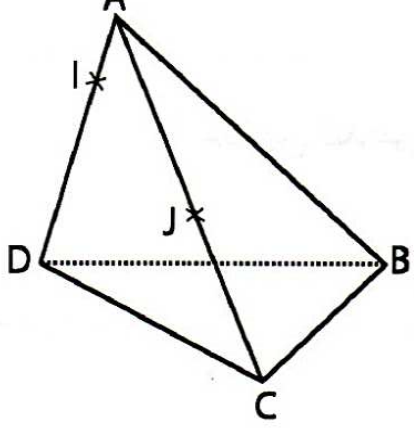
2)لتكن O منتصف [NK]

بيّن أنّ المستقيمات (NK) و (IL) و (JM) تشترك في النّقطة O

تمرين 3:

لاحظ الشّكل التّالي حيث (AD) عمودي على المستوي (BCD) و $I\in[AD]$ و $J\in[AC]$

حيث (AI) و (IJ) غير متعامدان



1)أ)بيّن أنّ المستقيم (IJ) و المستوي (BCD) متقاطعان

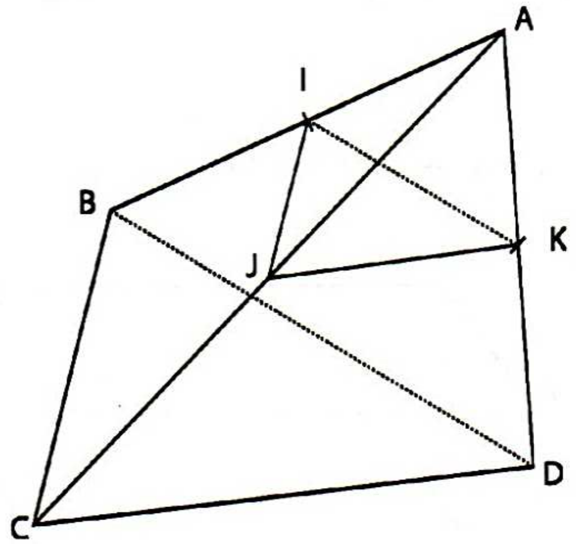
ب)المستقيم (IJ) يقطع المستوي (BCD) في نقطة M
بيّن أنّ M تنتمي إلى المستقيم (DC)

2)ليكن (P) المستوي المارّ من I و العمودي على المستقيم (AD) و الذي يقطع (AC) في K و (AB) في L
أ)بيّن أنّ المستويين (BCD) و (IKL) متوازيان
ب)استنتج أنّ (DC) // (IK) و (DB) // (IL)

3)لتكن 'K المسقط العمودي لـ K على (DC)
بيّن أنّ المستقيم (AD) موازٍ للمستوي ('BKK)
حدّد نقطة تقاطع (P) و (ADB)

تمرين 4:

نعتبر الشّكل التّالي حيث I منتصف [AB] و J منتصف [AC] و K منتصف [AD]



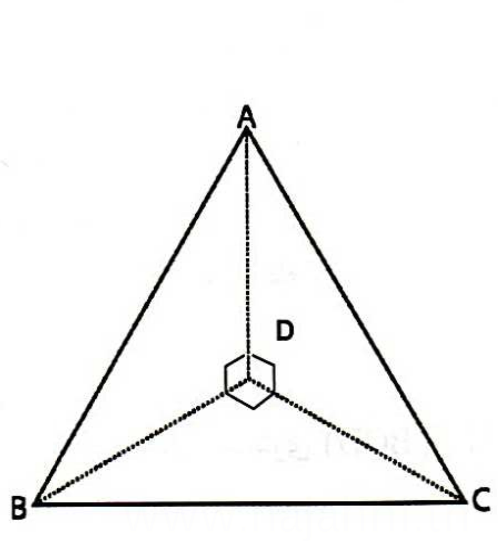
1)أ)بيّن أنّ (BCD) // (IJ)
ب)استنتج أنّ (IJK) و (BCD) متوازيان

2)المستقيم المارّ من J و الموازي لـ (BD) يقطع المستقيم المارّ من K و الموازي لـ (BC) في نقطة L
بيّن أنّ IJLK متوازي أضلاع

3)المستقيم (AL) يقطع المستوي (BCD) في نقطة E
أ)بيّن أنّ (DE) // (LK)
ب)استنتج أنّ BCED متوازي أضلاع

تمرين 5:

نعتبر الشّكل التّالي حيث المستقيم (AD) عمودي على المستوي (BCD) و BCD مثلث قائم في D



1)بيّن أنّ المستقيم (CD) عمودي على المستوي (ABD)

2)عيّن نقطة Iمن [BC]

بيّن أنّ المثلّث ADI قائم الزّاوية

3)عيّن النّقطة J من [BD] حيث (IJ) لا يوازي (CD)

المستقيم (CJ) يقطع (ID) في النقطة O

حدّد تقاطع المستويين (ADI) و (ACJ) معلّلا جوابك

4)ارسم المستقيم المارّ من B و العمودي على المستوي (ABD)

ثمّ عيّن عليه نقطة E حيث BE=DC (E من نفس جهة النّقطة C)

بيّن أنّ BDCE مستطيل

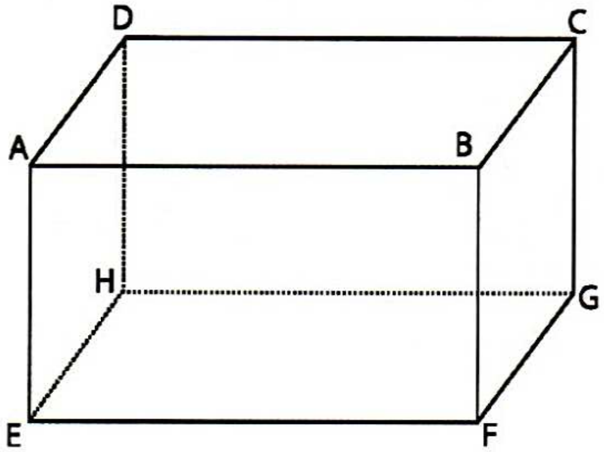
5)المستقيمان (EI) و (IJ) يقطعان المستوي (ADC) في نقطتين F و G على التوالي

بيّن أنّ النقاط F و G و D و C على استقامة واحدة

تمرين 6:

نعتبر الشّكل التّالي حيث ABCDEFGH متوازي مستطيلات و I منتصف [BC]

و النّقطة J المسقط العمودي لـ I على [FG]



1)أ)بيّن أنّ المستوي (AEI) يقطع المستوي (BCG) وفق المستقيم (IJ)

ب)استنتج طبيعة الرّباعي AEJI

2)لتكن K نقطة تقاطع (FH) و (EJ) و L نقطة تقاطع (BD) و (AI)

و M نقطة مشتركة بين المستويين (BDF) و (AEJ)

بيّن أنّ النّقاط K و L و M على استقامة واحدة

3)أ) بيّن أنّ المستقيمين (CG) و (LK) متوازيان

ب)بيّن أنّ المثلّث DLK قائم الزّاوية

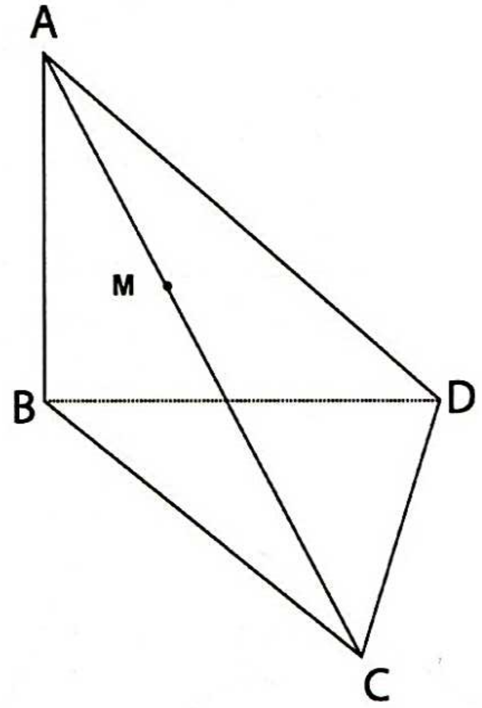
4)المستقيم (CL) يقطع المستوي (ADE) في نقطة N

ارسم النّقطة N معلّلا جوابك

تمرين 7:

نعتبر الشّكل التّالي حيث (AB) عمودي على المستوي (BCD) و M نقطة من [AC] .

المستوي المارّ من M و الموازي لـ (CD) و (AB) في آن واحد يقطع (BC) و (BD) و (AD) في N و P و Q على التّوالي



1)أ)بيّن أنّ المستقيمين (AB) و (MN) متوازيان

ب)أثبت أنّ (PQ) و (MN) متوازيان

2)بيّن أنّ $(NP) \perp (MN)$

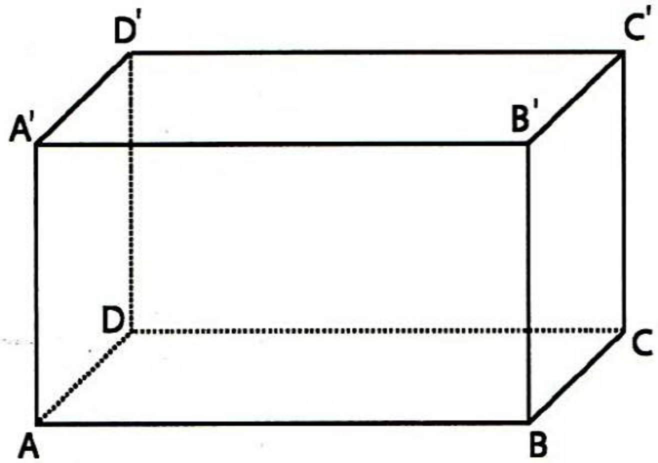
3)استنتج طبيعة الربّاعي MNPQ

<u>تمرين 8:</u>

نعتبر متوازي مستطيلات ABCDA'B'C'D'

حيث AB=8cm و CC'=4cm و BC=4cm

عيّن M منتصف [AB]



1)أ)بيّن أنّ DD'M مثلّث قائم الزاوية

ب)احسب DM ثمّ D'M

2)بيّن أنّ $(MC) \perp (D'M)$

3)عيّن N منتصف [A'B']

بيّن أنّ (MC) و ('NC) محتويان في نفس المستوي

4)المستقيم (C'N) يقطع المستوي ('ADD) في نقطة I

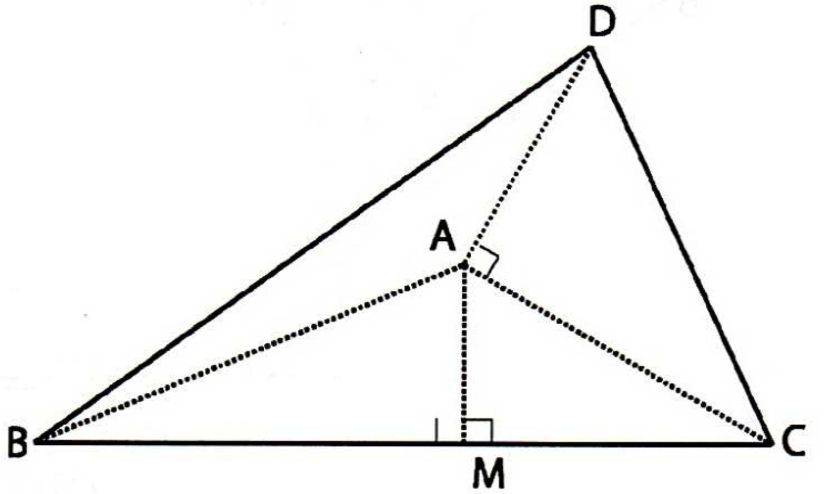
المستقيم (MC) يقطع ('ADD) في نقطة J

أ)حدّد موقع I و J معلّلا جوابك

ب)استنتج تقاطع المستويين ('ADD) و (MC'C)

تمرين 9:

نعتبر الشّكل التّالي حيث ABC و ABD و ACD مثلّثات قائمة في A و النّقطة M المسقط العمودي لـ A على [BC]



1)أ)بيّن أنّ المستقيم (AD) عمودي على المستوي (BAC)

ب)استنتج أنّ المثلّث ADM قائم الزّاوية

2)ليكن AB=6cm وAC=8cm و AD=3,6cm

أ)احسب BC ثمّ AM

ب)بيّن أنّ DM=6cm

3)أ)احسب MC ثمّ DC

ب)استنتج أنّ [DM] هو ارتفاع في المثلّث BDC

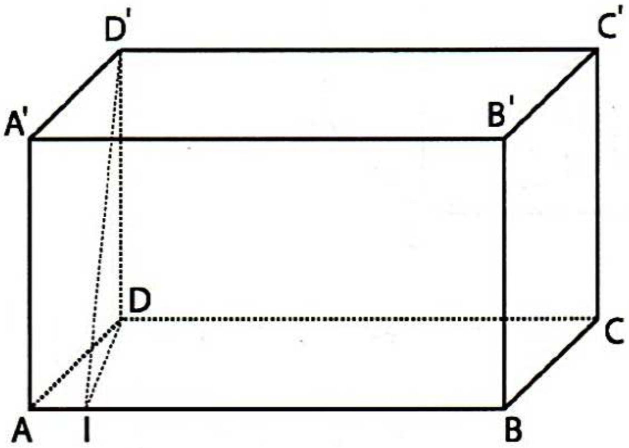
4)بيّن أنّ (BC) عمودي على المستوي (ADM)

تمارين الإختيار من متعدّد

اختر الجواب الصّحيح من بين الأجوبة المقترحة

التمرين 1:

1) 'ABCDA'B'C'D مكعّب



المستقيمان (DI) و (BC):

☐ متوازيان ☐ متقاطعان ☐ ليسا في نفس المستوي

2) المستقيمان ('A'D) و (DI):

☐ متوازيان ☐ متقاطعان ☐ ليسا في نفس المستوي

3) المستقيم ('A'D) و المستوي ('BCC):

☐ متوازيان ☐ متعامدان

4) DD'I مثلّث :

☐ قائم الزاوية ☐ متقايس الضّلعين ☐ متقايس الأضلاع

5) المستقيم ('A'B) و المستوي (DD'I):

☐ متعامدان ☐ متوازيان

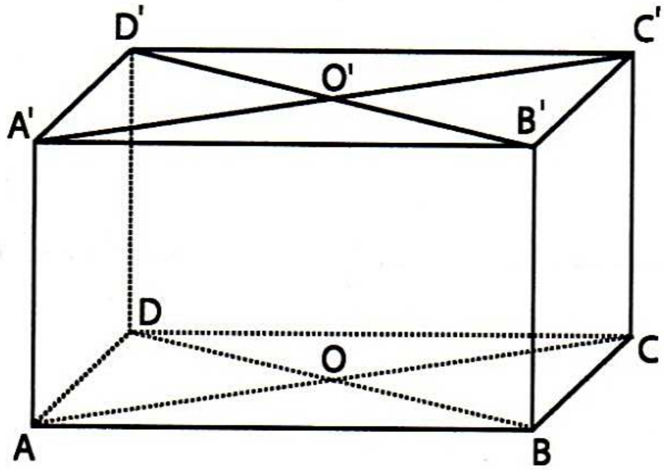
6) المستقيم ('AA) و المستوي (DD'I):

☐ متوازيان ☐ متقاطعان

التمرين 2:

أجب بصحيح أو خطأ:

ABCDA'B'C'D' متوازي مستطيلات



1)المستقيمان (B'D') و (BD) محتويان في نفس المستوي (.............)

2)المستقيمان (AA') و (CC') متوازيان (.............)

3) المستقيمان (A'C') و (D'O) متقاطعان (.............)

4)المستقيمان (OO') و (AA') متوازيان (.............)

5)المستقيمان (D'O) و (AA') متوازيان (.............)

6)المستويان (AA'C) و (BB'D) يتقاطعان وفق المستقيم (OO') (.............)

7)الرباعي OO'B'B هو مستطيل (.............)

8)المثلّث OO'D قائم الزّاوية في D (.............)

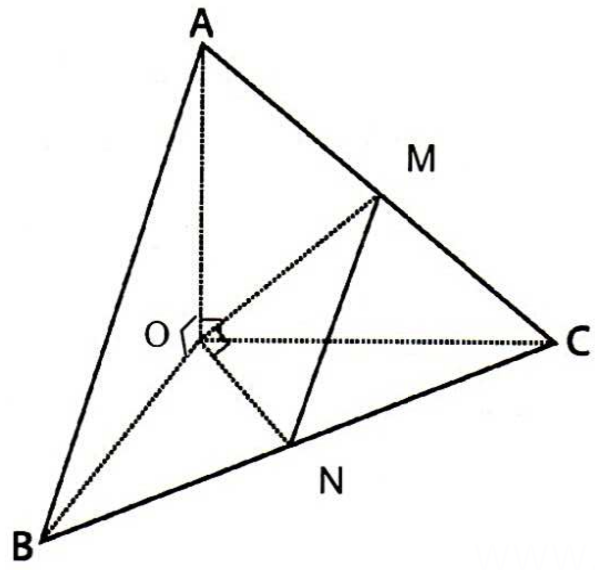
نعتبر الشّكل التّالي حيث:

M منتصف [AC] و N منتصف [BC]

$(OA) \perp (OC)$

و $(OA) \perp (OB)$

و $(OB) \perp (OC)$



9)المستقيمان (OM) و (OB) متعامدان (.............)

10)المستقيمان (AB) و (MN) متوازيان (.............)

11)المستقيمان (MN) و (OA) محتويان في نفس المستوي (.............)

12)المستقيمان (OB) و (MN) متقاطعان (.............)

13)المستويان (CMN) و (AOB) يتقاطعان وفق المستقيم (AB) (.............)

14)المستقيم (MO) محتوٍ في المستوي (ABC) (.............)

نموذج 1: **فرض مراقبة عدد 1:**

تمرين عدد 1 :

ضع الاجابة الصحيحة في إطار: (يوجد على الأقلّ إجابة صحيحة).

1) a = ق.م.أ (a ; b) يعني:

a و b أوليّان فيما بينهما | a قاسم لـ b. | b مضاعف لـ a.

2) العدد 3172536 يقبل القسمة على:

15 | 12 | 45

3) كلّ عدد يقبل القسمة على 6 و 2 في نفس الوقت يقبل القسمة على :

12 | 24 | 3

4) كل عدد كسري مختزل إلى أقصى حدّ و القواسم الاوليّة لمقامه 2 و 5 هو:

عدد عشري | عدد حقيقي | عدد له كتابة عشريّة دوريّة دورها صفر

5) تقاطع مجموعة الأعداد الكسريّة و مجموعة الاعداد الصّمّاء هو:

المجموعة $\mathbb{R}$ | المجموعة الفارغة. | المجموعة $\{0\}$

6) في الكتابة العشريّة التّالية $12.1\underline{154}$، الرّقم الّذي يكتب في الرتبة 1257 بعد الفاصل هو:

1 | 4 | 5

تمرين عدد 2 :

1) أتمّم بـ $\in$ أو $\notin$ أو $\subset$ أو $\not\subset$.

$(1.1010010001...)..........\mathbb{Q}$ $\qquad \sqrt{2}..........\mathbb{R}$ $\qquad (2.\underline{3})..........\mathbb{D}$

$\{(1.\underline{312});0;(2.5)\}..........\mathbb{Q}$ $\qquad \left\{0;-1;\frac{1}{3};-\sqrt{2}\right\}..........\mathbb{R}$ $\qquad \{0;-\sqrt{2};\pi\}..........I$

2) أحسب : $\bullet\sqrt{0,0001}$ $\qquad \bullet\sqrt{\frac{4}{25}}$ $\qquad \bullet\sqrt{4^2+3^2}$ $\qquad \bullet\sqrt{4^2\times3^2}$

3) ارسم مستقيما مدرّجا بالمعيّن (O,I) .

أ- عيّن النقاط و A و B و C الّتي فاصلاتها على التّوالي : $\sqrt{2}$ و $-2\sqrt{2}$ و $\frac{3}{2}$

ب- احسب AI .

ج- أوجد فاصلة النقطة M إذا علمت أنّ M منتصف [OA] .

تمرين عدد 3 :

ليكن العدد x التالي حيث: $x = 7a5b$

1) أوجد الرقمين a و b ليكون العدد x قابلا للقسمة على 12.

2) ليكن العدد y التالي حيث: $y=13\times5^{40}+13\times(125)^{13}$

أ- بيّن أنّ : $y=13\times5^{39}\times6$

ب- استنتج أنّ العدد y يقبل القسمة على 15.

نموذج 2: **فرض مراقبة عدد 1:**

تمرين عدد 1:

أجب بصواب أو خطأ:

1) إذا كان a عدد صحيح طبيعي يقبل القسمة على 8 و على 9، فإنّ a يقبل القسمة على 12.
2) كلّ عدد له كتابة عشريّة غير منتهية هو عدد غير كسري.
3) إذا كان a و b عددان صحيحان طبيعيان متتاليان، فإنّ العدد الكسري $\frac{a}{b}$ قابل للإختزال.
4) الرّقم الّذي رتبته 2010 في الكتابة العشريّة الدّوريّة التّالية $3,2\underline{13527}$ بعد الفاصل هو 7.
5) ليكن $A(-2;3)$ و $B(-2;-3)$ نقطتان من معيّن (O,I,J) متعامدا في المستوي، فإنّ محور الفاصلات يمثّل الموّسط العمودي للقطعة [AB].
6) إذا كان M و N نقطتان من معيّن (O,I,J) متعامدا في المستوي لهما نفس الفاصلة، إذن هما متناظرتان بالنسبة إلى محور الفاصلات.

تمرين عدد 2:

1) أوجد الرقمين x و y ليكون العدد $a=5x7y$ قابلا للقسمة على 15.
2) بيّن أنّ العدد $b=3\times8^{21}-9\times4^{30}$ يقبل القسمة على 15.

تمرين عدد 3:

ليكن العددين الكسريين $a=\frac{25}{11}$ و $b=\frac{8}{11}$

1) أوجد الكتابة العشريّة الدّورية لكلّ من العددين a و b، ثمّ حدّد دورها.
2) حدّد الرّقم الّذي رتبته 713 في الكتابة $2,\underline{27}$.
3) بيّن أنّ $2,\underline{27}+0,\underline{72}=3$.

تمرين عدد 4:

ليكن (O,I,J) معيّنا متعامدا في المستوي حيث $OI=OJ=1cm$

1) عيّن النقاط التّالية $A(4;3)$ و $B(-4;3)$ و $C(-4;0)$ و $D(4;0)$.
   أ- بيّن أنّ (OJ) هو الموسّط العمودي للقطعة [AB].
   ب- استنتج أنّ المثلث OAB متقايس الضلعين.
2) بيّن أنّ O منتصف $[CD]$، ثمّ احسب البعد CD.
3) عيّن النقطة E مناظرة A بالنسبة إلى (OI).
   أ- حدّد إحداثيات E. معلّلا جوابك.
   ب- بيّن أنّ المثلث ABE قائم الزاوية.

نموذج 1 : **فرض مراقبة عدد 2:**

تمرين عدد 1: (4 نقاط)

أجب بصواب أو خطأ دون تعليل الجواب:

1) أ- $\sqrt{2}+1=2,41$

ب- $\sqrt{2}+\sqrt{2}=\sqrt{4}$

ج- $\sqrt{25}-\sqrt{9}=\sqrt{4}$

د- ليكن $a=\sqrt{5}$ و $b=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ ، العدد a مقلوب العدد b

ه- $x=\sqrt{2}-1$ و $y=-2\sqrt{2}$: $-(x+y)=\sqrt{2}+1$

2) ليكن (O,I,J) معيّنا في المستوي و النقاط $A(-3,1)$ و $B(-1,3)$ و $C(-3,-1)$ فإنّ

ـ A و B متناظران بالنسبة إلى O - $(AC)\ //\ (OJ)$.

3) نقطتان لهما نفس الترتيبة متناظرتان بالنسبة إلى (OJ) .

تمرين عدد 2: (6 نقاط)

1) أ- اختصر العبارتين A و B حيث: $A=\pi-(\sqrt{2}-1)-(-\sqrt{2})$ $B=\dfrac{1}{2}-(\pi-\sqrt{4}-\sqrt{5})-\left(\dfrac{7}{2}+\sqrt{5}\right)$

ب- بيّن أنّ A و B متقابلان.

2) أوجد العدد الحقيقي x في الحالتين التاليتين:

أ- $x+\sqrt{2}=0$

ب- $(-\pi+\sqrt{3})$ و $(x-\sqrt{3})$ متقابلان

تمرين عدد 3: (10 نقاط)

I- ليكن (Δ) مستقيما مدرّجا بالمعيّن (O,E) .

1) عيّن النقطة G حيث $x_G=-3$

أ- أحسب EG .

ب- لتكن M منتصف $[EG]$ ، احسب فاصلتها.

II- ابن المستقيم (Δ') المار من O و العمودي على (Δ) و درّجه بالمعيّن (O,J) حيث $OE=OJ$.

1) أ- حدّد إحداثيات النقاط E و G و M في المعيّن (O,E,J) .

ب- عيّن النقطتين $H(-1,3)$ و $K(-1,-3)$. بيّن أنّ K و H متناظرتين بالنسبة إلى (OE)

ج- أثبت أنّ M منتصف $[HK]$ باستعمال الإحداثيات.

2) أ- استنتج طبيعة الرباعي $EHGK$.

ب- احسب HK ثمّ استنتج مساحة الرباعي $EHGK$.

3) حدّد إحداثيات E و H و G في المعيّن (K,F,G) .

نموذج 2 : **فرض مراقبة عدد 2:**

تمرين عدد 1:

1) ضع علامة (x) أمام الإجابة الصّحيحة:

أ- $\left|\sqrt{2}-3\right|$ تساوي :

☐ $-\sqrt{2}+3$ ☐ $\sqrt{2}+3$ ☐ $\sqrt{2}-3$

ب- $-\sqrt{2}+2\sqrt{2}$ تساوي :

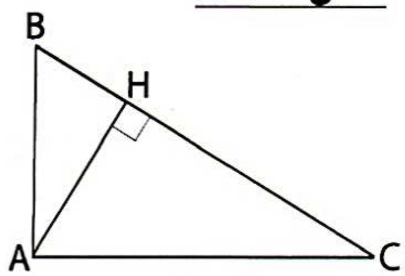
☐ 2 ☐ -4 ☐ $\sqrt{2}$

ج- $\begin{cases} E=\sqrt{3}-a-b \\ a+b=-\sqrt{3} \end{cases}$ يعني أنّ E تساوي :

☐ 0 ☐ $2\sqrt{3}$ ☐ 3

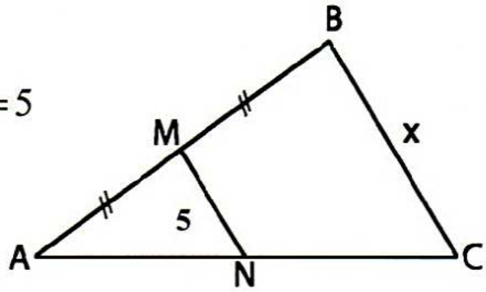
2) نعتبر الشكلين التّاليين :

شكل عدد 1:



شكل عدد 2:

$MN=5$



$(MN)//(BC)$

أجب بصواب أو خطأ دون تعليل الجواب:

على الشكل عدد 1: الموّسط العمودي لـ $[AH]$ يمرّ من منتصفي $[AB]$ و $[AC]$.

على الشكل عدد 2: $x=10$

ليكن $A(-4,3)$ و $B(2,-1)$ نقطتان من معيّن (O,I,J) فإنّ $M(-1,1)$ منتصف $[AB]$.

تمرين عدد 2:

1) احسب:

$\sqrt{9-\frac{11}{4}}$ $\sqrt{\frac{27}{75}}$

$3\sqrt{2}\times\left(-\frac{3}{2}\right)\times\left(-\sqrt{2}\right)$ $\frac{1}{2}\sqrt{3}+\sqrt{3}-\frac{1}{4}\sqrt{3}$

2) ليكن x عدد حقيقي سالب:

اكتب العبارة A بدون قيمة مطلقة ثمّ اختصرها: $A=\left|x-\sqrt{2}\right|-\left(-x+2\sqrt{2}\right)-\left|1-\sqrt{2}\right|$

3) نعتبر العبارة B التّالية حيث x عدد حقيقي $B=-\left(-x+2\sqrt{3}\right)+\left[\sqrt{3}-\left(y-\frac{1}{2}\right)\right]+\sqrt{3}$

أ- بيّن أنّ $B=-y+x+\frac{1}{2}$

ب- أحسب B علما أنّ : $x=-\sqrt{2}-\frac{1}{2}$ و $y=-\sqrt{2}$

ج- أوجد العدد الحقيقي x حيث B و $\left(y+\sqrt{2}\right)$ متقابلان.

تمرين عدد 3:

ليكن ABC مثلث حيث: AB = 5cm و AC = 7cm و BC = 8cm .

أتمّم الرّسم:

عيّن النقطة M من $[AB]$ حيث $AM=3cm$

المستقيم المار من M و الموازي لـ (BC) يقطع (AC) في نقطة N .

1) احسب AN ثمّ MN .

2) عيّن النقطة I منتصف $[AM]$ ، ثمّ النقطة J منتصف $[AN]$.

أ- بيّن أنّ $(BC)//(IJ)$.

ب- استنتج أنّ: $IJ=\frac{3}{10}BC$

3) المستقيم (BJ) يقطع المستقيم (MN) في نقطة K . بيّن أنّ : $\frac{IK}{JB}=\frac{KN}{BC}=\frac{3}{7}$

نموذج 1: **فرض تأليفي عدد 1:**

تمرين عدد 1:

ضع في اطار الإجابات الصحيحة من بين المقترحات التالية:

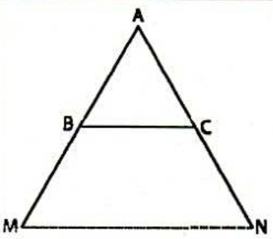
أ-

13590 يقبل القسمة على	المقترحات			
	12	15	9	6

ب-

في المعين (O,I,J) A(-1,2) ، B(-1,-4) M(-1,-1)	المقترحات			
	M منتصف [AB]	A و B و M على استقامة واحدة	(AB) // (OI)	(AM) // (OJ)

ج-

 (BC) // (MN)	المقترحات			
	$\frac{AB}{AM}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$	AM=AN	$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$	$AM\times AC=AN\times AB$

د-

$\sqrt{2}+\sqrt{8}=$	المقترحات			
	$\sqrt{10}$	$3\sqrt{2}$	$\sqrt{2}+\sqrt{4}\times\sqrt{2}$	$\sqrt{16}$

هـ-

$\sqrt{3}\times\sqrt{27}=$	المقترحات			
	$3\sqrt{3}\times\sqrt{3}$	$\sqrt{3\times27}$	$\sqrt{3}+9\times\sqrt{3}$	9

تمرين عدد 2:

1) نعتبر العبارة A التالية حيث $a\in\mathbb{R}$ و $b\in\mathbb{R}$:

$$A=\left(a-b+\sqrt{2}\right)-\left[\left(a+\frac{1}{2}-b\right)-\left(-\sqrt{2}+a-b\right)-\frac{3}{2}\right]$$

أ- بيّن أنّ : $A=a-b+1$

ب- احسب A إذا علمت أنّ: $a=2\sqrt{3}$ و b مقابل a

2) نعتبر العبارتين B و C حيث:

$$B=-\sqrt{20}-\sqrt{4}+\sqrt{45} \quad ; \quad C=\sqrt{5}\times\left(\sqrt{5}+1\right)-\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)$$

أ- بيّن أنّ: $B=-2+\sqrt{5}$ و $C=\sqrt{5}+2$

ب- احسب : $B\times C$ ثمّ استنتج مقلوب $\sqrt{5}-2$

تمرين عدد 3:

نعتبر العبارتين I و J حيث x عدد حقيقي:

$$I=\sqrt{2}\left(\sqrt{3}x-1\right) \quad ; \quad J=3x-\sqrt{3}$$

1) احسب I حيث: $x=\frac{\sqrt{3}}{3}$; $x=0$

2) أ- فكّك العبارة J إلى جذاء عوامل.

ب- بيّن أنّ: $I-J=\left(\sqrt{3}x-1\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$

ج- أوجد العدد الحقيقي x حيث: $\left(\sqrt{3}x-1\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)=0$

تمرين عدد 4:

ليكن ABC مثلّثا حيث AB=4 و AC=6 و BC=7 و $M\in[AB]$ حيث AM=2.

المستقيم المار من M و الموازي لـ (BC) يقطع (AC) في نقطة N.

1) احسب MN ثمّ AN.

2) المستقيم المار من B و الموازي لـ (AC) يقطع (MN) في نقطة I.

أ- احسب IM ثمّ IB .

ب- استنتج أنّ M منتصف [IN].

ج- ماهي طبيعة الرباعي ANBI؟ علّل حوابك.

3) المستقيم (BN) يقطع (IC) في نقطة O.

بيّن أنّ : $\frac{NO}{AI}=\frac{CO}{CI}=\frac{CN}{CA}$

نموذج 2: **فرض تأليفي عدد 1:**

تمرين عدد 1:

ضع علامة (×) أمام الإجابة الصّحيحة:

1) العدد 51425131578 يقبل القسمة على:

☐ 12 ☐ 15 ☐ 6

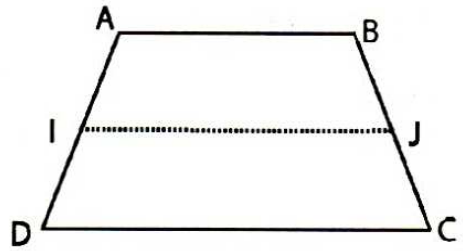
2) حلّ المعادلة $\sqrt{(x-3)^2}=2$ هو :

☐ $x=1$ أو $x=5$ ☐ $x=3$ أو $x=2$ ☐ $x=3$ أو $x=1$

3) نعتبر الرّسم التّالي حيث $ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$ و I منتصف $[AD]$

و J منتصف $[BC]$ و $AB=3$ و $IJ=4$

فإنّ البعد CD يساوي:



☐ $\frac{7}{2}$ ☐ 2×4 ☐ 5

4) العبارة $\sqrt{12}-\sqrt{3}$ تساوي :

☐ $\sqrt{9}$ ☐ $\sqrt{3}$ ☐ 2

تمرين عدد 2:

1) نعتبر العبارتين a و b حيث:

$$a=\sqrt{50}-3\sqrt{2}+\sqrt{9}$$
$$b=-\sqrt{2}\left(2-3\sqrt{2}\right)-\left(\sqrt{7}-2\right)\left(\sqrt{7}+2\right)$$

أ- بيّن أنّ $a=3+2\sqrt{2}$ و $b=3-2\sqrt{2}$

ب- احسب $a\times b$ و استنتج أنّ a مقلوب b.

2) احسب : $E=\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$

3) أ- احسب $1-a$ ثمّ $b+3\sqrt{2}$.

ب- اختصر العبارة: $F=\left|1-a\right|-\left|b+3\sqrt{2}\right|$

تمرين عدد 3:

نعتبر العبارتين c و d حيث x عدد حقيقي:

$$c=\sqrt{8}-\sqrt{2}x \quad ; \quad d=(x-2)\left(x+\sqrt{2}\right)$$

1) احسب القيمة العددية للعبارة c حيث $x=2$

2) أ- فكك العبارة c إلى جذاء عوامل.

ب- بيّن أنّ: $d-c=(x-2)\left(x+2\sqrt{2}\right)$

3) اوجد العدد الحقيقي x حيث $(x-2)\left(x+2\sqrt{2}\right)=0$

تمرين عدد 4: (وحدة القيس هي الصم).

ليكن ABC مثلثا حيث $BC=6$ و $AC=4$ و $AB=5$.

عيّن نقطة M من $[BC]$ حيث $MC=2$.

المستقيم المار من C و الموازي لـ (AB) يقطع (AM) في نقطة E .

1) أ- بيّن أنّ: $\dfrac{ME}{MA}=\dfrac{CE}{AB}=\dfrac{1}{2}$

ب- احسب CE .

2) المستقيم المار من A و الموازي لـ (BC) يقطع (CE) في نقطة F .

أ- بيّن أنّ الرّباعي $ABCF$ متوازي أضلاع، ثمّ استنتج AF .

ب- احسب EF .

3) المستقيمان (BF) و (AC) يتقاطعان في النقطة I .

المستقيم المار من I و الموازي لـ (AF) يقطع (EF) في النقطة J .

بيّن أنّ J منتصف $[CF]$ ثمّ استنتج IJ .

نموذج 1 : **فرض مراقبة عدد 3:**

تمرين عدد 1:

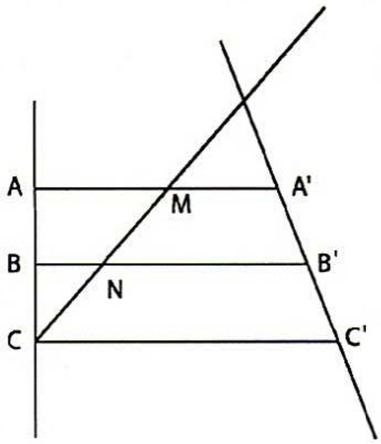
ضع الإجابات الصّحيحة في إطار من بين المقترحات التّالية:

1)

النصّ	المقترحات		
$0.012 =$	12.10^{-3}	12.10^{-2}	$\dfrac{12}{1000}$
$\left(-\sqrt{2}\right)^{-2} =$	2^{-1}	$\left(\sqrt{2}\right)^{-2}$	$\dfrac{1}{2}$
$\left(-\sqrt{2}\right)^{-2} + \left(\sqrt{2}\right)^{-2} =$	0	1	$\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^{2} + \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^{2}$
$\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2} \times \left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^{-4} =$	81	$\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-4}$	$3^2 \times 3^4 \times \left(\sqrt{3}\right)^{-4}$

2) نعتبر الرّسم التالي:

$(AA')//(BB')//(CC')$



النصّ	المقترحات		
$\dfrac{AB}{AC} =$	$\dfrac{A'B'}{A'C'}$	$\dfrac{AA'}{BB'}$	$\dfrac{AB}{A'B'}$
$\dfrac{AB}{A'B'} =$	$\dfrac{AC}{A'C'}$	$\dfrac{BC}{B'C'}$	$\dfrac{AB}{AC}$
$B'N =$	$2MA'$	$\dfrac{1}{2}CC'$	$\dfrac{1}{2}(A'M + CC')$

تمرين عدد 2:

1) احسب:

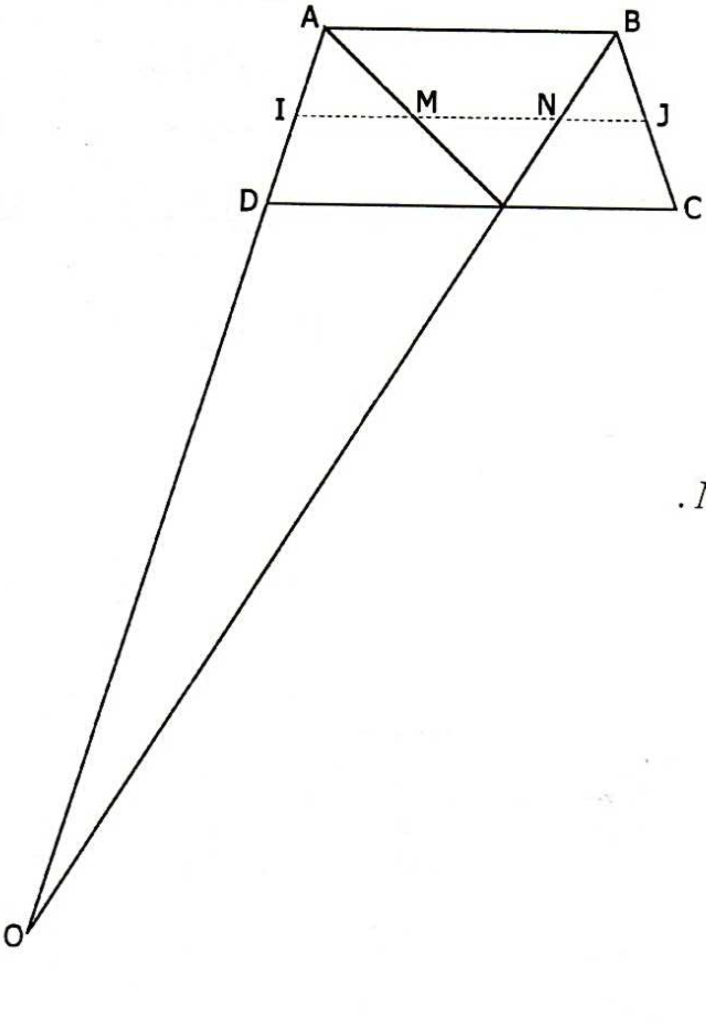
$\bullet B=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{2}+\left(2\sqrt{2}\right)^{-1}$ $\qquad$ $\bullet A=\left(\sqrt{2}\right)^{-2}$

$\bullet D=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-3}+\left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^{-5}$ $\qquad$ $\bullet C=\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)^{-1}-\left(\frac{1}{\sqrt{2}+1}\right)$

2) أكتب في صيغة قوّة للعدد 10:

$$E=\frac{\left(\frac{1}{100}\right)^{-3}1000^{-2}}{(0.01)^{-2}\times 100^{-2}\times 0.01}$$

تمرين عدد 3 :



تأمّل الرّسم التالي:

حيث $ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$

و $AB=5$ و $CD=7$ و $DE=4$

I منتصف $[AD]$ و J منتصف $[BC]$.

1) أ- بيّن أنّ المستقيمين (IJ) و (DC) متوازيان.

ب- استنتج البعد IJ

2) المستقيم (IJ) يقطع $[AE]$ في M و $[BE]$ في N.

أ- بيّن أنّ M منتصف $[AE]$.

ب- احسب JM.

ج- بيّن أنّ $JM+IN=\frac{17}{2}$.

3) المستقيمان (BE) و (AD) يتقاطعان في النقطة O.

بيّن أنّ: $\frac{ON}{OI}=\frac{OE}{OD}=\frac{EN}{DI}$

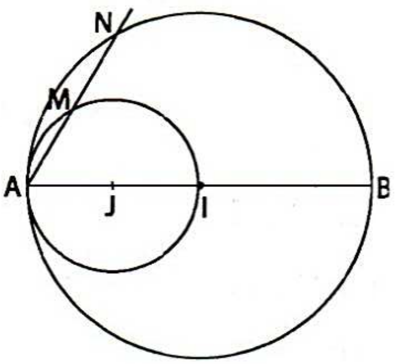
نموذج 2 : **فرض مراقبة عدد 3 :**

تمرين عدد 1:

ضع الإجابة الصّحيحة في إطار:

1	$2^{-3}+2^{-3}$ تساوي:	2^{-6}	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$
2	3^{-3} تساوي:	-9	$\frac{1}{27}$	-27
3	$\sqrt{2}^{-3}\times 2^{2}$ تساوي:	$\sqrt{2}$	$\left(2\sqrt{2}\right)^{-1}$	$\left(2\sqrt{2}\right)^{-6}$
4	$(0,001)^{-2}\times 1000^{-2}$ تساوي:	1	10^{-6}	10^{-2}

تمرين عدد 2:



نعتبر الشكل التّالي :

I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[AI]$

$AB=8$ و $AM=2$

أجب بصواب أو خطأ دون تعليل الجواب:

المثلث AMI قائم الزّاوية في M	....
المستقيمان (MI) و (NB) متوازيان	....
$\frac{AM}{AI}=\frac{MN}{IB}=\frac{AN}{AB}$	....
طول الضّلع $[MI]$ هو $2\sqrt{3}$	....

تمرين عدد 3:

1) احسب ما يلي:

$$\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^{-2}-\left(-\sqrt{2}\right)^{-4} \qquad \left(2\sqrt{2}\right)^{2}$$

$$\sqrt{2}\times\left(2-\sqrt{3}\right)^{-1}-\sqrt{3}\times\left(2+\sqrt{3}\right)^{-1}$$

2) نعتبر العبارة A التّالية: $A=\frac{\left(a^{-2}\times b^{-3}\right)^{-1}\times ab^{-2}}{ab^{-1}}$

أ- بيّن أنّ : $A=(ab)^{2}$

ب- أحسب A علما أنّ : $a=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-1}$ و $b=\frac{\sqrt{2}}{5}$

3)اكتب في صيغة قوّة لعدد حقيقي :

$$\bullet B=\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-2}\times\left(2\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^{-2}$$

$$\bullet C=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-3}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{6}$$

$$\bullet D=\left(\frac{0,001}{5^{-3}}\right)^{2}$$

تمرين عدد 4 :

نعتبر قطعة مستقيم [AB] طولها 12 صم:

1)ابن النقطتين I و J من $[AB]$ حيث $\frac{AI}{2}=\frac{IJ}{3}=\frac{JB}{2}$

2)احسب AI ثمّ AJ .

تمرين عدد 5 :

ليكن $ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$ حيث $AB=4cm$ و $CD=8cm$ و $AD=6cm$

1)عيّن النقطة E منتصف $[AD]$ المستقيم المار من E و الموازي لـ (CD) يقطع (BC) في F.

2) أ- بيّن أن F منتصف $[BC]$.

ب- احسب EF

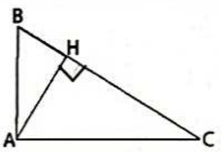
3)عيّن I منتصف $[AE]$ و J منتصف $[BF]$.

أ- بيّن أنّ $(IJ)//(DC)$ ثمّ احسب IJ.

ب- بيّن أنّ $\frac{BJ}{JC}=\frac{1}{3}$.

نموذج 1 : **فرض مراقبة عدد 4 :**

تمرين عدد 1:

الأجوبة الصحيحة	المقترحات			النص
	أ	ب	ج	
	$-\sqrt{2}+\sqrt{3}>0$	$-\sqrt{2}<-\sqrt{3}$	$-3+\sqrt{2}<-3+\sqrt{3}$	يعني $\sqrt{2}<\sqrt{3}$
	$\frac{1}{4\sqrt{5}}>\frac{1}{9}$	$\frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{5}}>\frac{1-\sqrt{3}}{9}$	$\frac{\sqrt{3}-1}{4\sqrt{5}}>\frac{\sqrt{3}-1}{9}$	يعني $9>4\sqrt{5}$
	$(-1)^2-2\times(3)\times(-1)+3^2$	4	$^2+2\times(3)\times(-1)+3^2$	$(-1+3)^2=$
	1	-1	$\sqrt{3}^2-\sqrt{2}^2$	$(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{2}-\sqrt{3})=$
	$CH^2=AC^2-AH^2$	$AH^2+HB^2=AB^2$	$B\times AC=AH\times BC$	 H المسقط العمودي لـ A على (BC)

تمرين عدد 2:

1) ليكن a و b عددان حقيقيان حيث $a\leq b$:

أ- قارن بين $-\sqrt{2}b$ و $-\sqrt{2}a$ ثمّ قارن بين $-\sqrt{2}b-1$ و $-\sqrt{2}a-1$

ب- نعتبر العبارتين x و y حيث :

$$y=\frac{5}{3}a-\frac{1}{2}b \quad ; \quad x=-\frac{1}{3}a+\frac{3}{2}b$$

قارن بين x و y .

2) نعتبر العبارتين E و F حيث:

$$F=3\sqrt{8}-\left(\sqrt{50}+1\right) \quad \text{و} \quad E=\sqrt{2}+1$$

أ- بيّن أنّ: $F=\sqrt{2}-1$ ثمّ استنتج أنّ E مقلوب F .

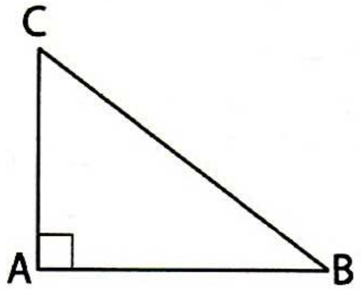
ب- احسب E^2 ثمّ F^2 ثمّ استنتج مقارنة بين $2\sqrt{2}$ و 3.

ج- استنتج $E\times F^{-1}-F\times E^{-1}$

د- بيّن أنّ $\sqrt{3+2\sqrt{2}}-\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ هو عدد صحيح طبيعي (يمكنك استعمال السؤال ب)

تمرين عدد 3:

ليكن ABC مثلثا قائما في A حيث $AB=4$ و $AC=3$



1) احسب BC.

2) لتكن H المسقط العمودي لـ A على (BC).

احسب AH ثم CH.

3) المستقيم المار من B و الموازي لـ (AH) يقطع (AC) في D.

أ- بيّن أنّ : $\dfrac{CH}{CB}=\dfrac{AH}{BD}$

ب- استنتج BD ثمّ احسب AD.

نموذج 2 : **فرض مراقبة عدد 4 :**

تمرين عدد 1:

ضع علامة (×) أمام الإجابة الصّحيحة:

أ) a و b عددان لهما نفس العلامة حيث $a<b$:

☐ $-a-1<-b-1$ ☐ $-a-1>-b-1$ ☐ $-a-1=-b-1$

ب) ABC مثلث حيث $AB=2\sqrt{3}$ و $AC=3\sqrt{2}$ و $BC=\sqrt{30}$:

☐ $(BC)\perp(AB)$ ☐ $(AC)\perp(BC)$ ☐ $(AB)\perp(AC)$

ج) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})(-\sqrt{3}+\sqrt{2})$ يساوي :

☐ 1 ☐ -1 ☐ $-\sqrt{5}$

د) $(1-\sqrt{2})^2$ يساوي :

☐ $1^2-\sqrt{2}^2$ ☐ $\sqrt{2}^2-1^2$ ☐ $(\sqrt{2}-1)^2$

تمرين عدد 2:

1)قارن بين 7 و $4\sqrt{3}$ ثمّ بيّن 7 و $5\sqrt{2}$.

2)استنتج ترتيبا تصاعديا للأعداد 7 و $4\sqrt{3}$ و $5\sqrt{2}$.

3)قارن بين $4\sqrt{3}+7$ و 14

تمرين عدد 3:

نعتبر العبارتين :

$a=|3-2\sqrt{3}|+|\sqrt{3}-2|$ و $b=-\sqrt{108}+\sqrt{4}+5\sqrt{3}$

1) أ- قارن بين $2\sqrt{3}$ و 3 ثمّ قارن بين $\sqrt{3}$ و 2

ب- استنتج أنّ : $a=\sqrt{3}-1$

2)بيّن أنّ $b=2-\sqrt{3}$

3) أ- قارن بين a و b .

ب- استنتج مقارنة بين : $\frac{\sqrt{3}-2}{b}$ و $\frac{\sqrt{3}-2}{a}$

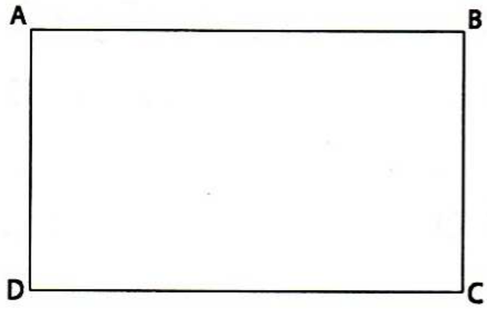
تمرين عدد 4:

ليكن a و b عددان حقيقيان حيث $b > -\sqrt{2}$ و $a-b > \sqrt{2}$

بيّن أنّ العدد الحقيقي a موجب قطعا.

تمرين عدد 5:

ليكن $ABCD$ مستطيلا حيث : $\begin{cases} AB = 10cm \\ BC = 6cm \\ AE = 6cm \end{cases}$ $\quad E \in [AB]$



1)احسب : DE ثمّ CE

2)عيّن I منتصف $[BC]$ ثم ابن الدائرة ( )الّتي مركزها I و تمرّ من B حيث تقطع $[CE]$ في نقطة M .

أ- بيّن أنّ (BM) عمودي على (CE) .

ب- احسب BM .

3)ابن النقطة F خارج المستطيل $ABCD$ ، حيث يكون المثلث AFD متقايس الأضلاع و النقطة G المسقط العمودي لـ F على $[AD]$. احسب AF ثمّ FG .

4)قارن بين FG و BM .

نموذج 1 : **فرض تأليفي عدد 2 :**

تمرين عدد 1:

ضع علامة (x) أمام الإجابة الصّحيحة:

1) $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2=$

□ $\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2$ □ $\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2$ □ $5-2\sqrt{6}$

2) $\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)\times\left(-\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)=$

□ $\left(\sqrt{3}+\sqrt{7}\right)\times\left(\sqrt{3}-\sqrt{7}\right)$ □ $\left(\sqrt{7}\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2$ □ $\left(\sqrt{7}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2$

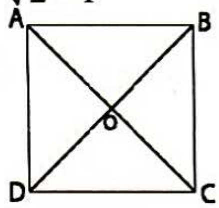
3) $a\in\mathbb{R}_+^*$ و $b\in\mathbb{R}_+^*$ يعني :

□ $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\leq 2$ □ $a^2\leq 2ab-b^2$ □ $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$

4) $\left(\sqrt{2}-1\right)\times\left(\sqrt{2}+1\right)=1$ يعني :

□ $\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\sqrt{2}+1$ □ $\left(\sqrt{2}+1\right)^{-1}\times\left(\sqrt{2}+1\right)=1$ □ $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}=\left(\sqrt{2}+1\right)^2$

5) ليكن ABCD مربّعا مركزه O حيث AB=4 cm:



□ $AO=2\sqrt{3}$ □ $AO=2\sqrt{2}$ □ $AO=\frac{AB\times AD}{BD}$

6) $\left(x-1\right)^2-\left(x+1\right)^2=-4x$ إذن :

□ $\frac{9999^2-10001^2}{10000}=-1$ □ $\frac{9999^2-10001^2}{10000}=1$ □ $\frac{9999^2-10001^2}{10000}=-4$

تمرين عدد 2:

نعتبر العبارتين a و b حيث $a=\sqrt{72}-\sqrt{75}$ و $b=\sqrt{2}-\sqrt{3}$

1) قارن بين $5\sqrt{2}$ و $4\sqrt{3}$

2) أ- بيّن أنّ $a-b=5\sqrt{2}-4\sqrt{3}$

ب- استنتج مقارنة بين a و b.

3) أ- أثبت أنّ : $\left(a-b\right)^2=98-40\sqrt{6}$

ب- استنتج مقارنة بين 98 و $40\sqrt{6}$.

4) أ- بسّط الكتابة $\sqrt{98-40\sqrt{6}}$

ب- اكتب بدون قيمة مطلقة العبارة التالية: $E=\left|-98+40\sqrt{6}\right|-\left|98+40\sqrt{6}\right|$

تمرين عدد 3:

نعتبر العبارتين A و B التاليتين حيث x عدد حقيقي:

$$A=(2x-1)^2-(x+2)^2$$
$$B=x^2-9$$

1) احسب القيمة العددية لـ B حيث : $x=\sqrt{3}$

2) أ- انشر ثمّ اختصر العبارة A .

ب - بيّن أنّ $A-B=2x^2-8x+6$

ج - احسب $A-B$ إذا كان $x=\sqrt{2}+1$.

3) أ- فكّك B إلى جذاء عوامل.

ب - بيّن أنّ: $A=(x-3)(3x+1)$

ج - استنتج تفكيكا لـ : $A-B$.

تمرين عدد 4:

ارسم دائرة ( ) مركزها O و شعاعها 4 صم و $[BC]$ قطرا لها.

الموسّط العمودي لـ $[OB]$ يقطع الدائرة ( ) في نقطتين إحداهما A و يقطع $[OB]$ في النقطة H .

1) أ- بيّن أنّ المثلث OAB متقايس الأضلاع.

ب- احسب AH .

2) ابن المستقيم (Δ) المماس للدائرة ( ) في النقطة B. يقطع (OA) في النقطة E .

أ- بيّن أنّ A منتصف $[OE]$.

ب- احسب OE ثمّ EB .

3) احسب AC .

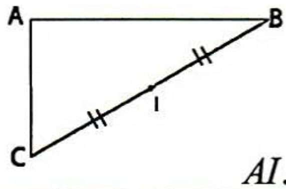
4) لتكن D نقطة من نصف المستقيم $[HO)$ حيث : $AH=HD$.

بيّن أنّ : $AD=\sqrt{6}$

نموذج 2 : فرض تأليفي عدد 2 :

تمرين عدد 1:

اجب بصواب أو خطأ:

 $AI.BC = AB\times AC$	
$\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2=5$	
$\frac{1}{-1+2\sqrt{2}} > \frac{1}{-1+2\sqrt{3}}$	
$a\in\mathbb{R}_-$ ، $b\in\mathbb{R}_+$ و $a<b$ ، إذن: $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$	
$2^{-3}+\sqrt{2}^{-3}=\left(2\sqrt{2}\right)^{-3}$	
طول ضلع مربّع هو $2\sqrt{2}$ ، إذن قيس قطره هو $4\sqrt{2}$	
إذا كان a و b عددان حقيقيان مقلوبان حيث $a+b=2$ ، فإنّ $a^2+b^2=2$	
إذا كان x و y عددان حقيقيان حيث $x<y$ فإنّ : $x^2<y^2$	

تمرين عدد 2:

نعتبر العبارة $a=\sqrt{8}-2\sqrt{32}-\left(1-\sqrt{98}\right)$ و $b=1+\frac{3}{2}\sqrt{\frac{8}{9}}$

1) بيّن أنّ $a=\sqrt{2}-1$ و $b=\sqrt{2}+1$.

2) بيّن أنّ a مقلوب b .

3) أ- احسب a^2 و استنتج أنّ : $3>2\sqrt{2}$.

ب- احسب b^2 .

4) بيّن أنّ: $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=6$

تمرين عدد 3:

نعتبر العبارة التالية A حيث : $A=(x-2)^2-(x+2)^2$

1) بيّن أنّ : $A=-8x$

2) استنتج حساب $\dfrac{9998^2-10002^2}{10000}$

تمرين عدد 4:

نعتبر العبارة التالية A حيث $A=4x^2-4x-3$

1) احسب A علما أنّ : $x=(-1)$

2) أ- بيّن أنّ : $A=(2x-1)^2-4$

ب- فكّك A إلى جذاء عوامل.

3) بيّن أنّ: $A-(2x-3)(x-2)=(2x-3)(x+3)$

4) أوجد العدد الحقيقي x حيث: $A=(2x-3)(x-2)$

تمرين عدد 5:

ابن مثلثا OBC متقايس الأضلاع حيث: $BC=4$

لتكن I المسقط العمودي لـ C على (OB).

1) احسب CI.

2) ابن A مناظرة B بالنسبة إلى O.

أ- بيّن أنّ المثلث ABC قائم الزاوية.

ب- احسب AC.

3) المستقيم المارّ من B و العمودي على (AB) يقطع (AC) في E.

احسب CE و BE.

4) لتكن J المسقط العمودي لـ C على (BE)

أ - بيّن أنّ $ICJB$ مستطيل.

ب - استنتج IJ

ج - بيّن أنّ $OCJI$ متوازي أضلاع.

نموذج 1 : **فرض مراقبة عدد 5 :**

تمرين عدد 1:

ضع علامة $(\times)$ أمام الإجابة الصّحيحة :

1) ليكن x عدد حقيقي حيث $-x+\sqrt{2}=\sqrt{5}$ فإنّ:

☐ $x=-\sqrt{3}$ ☐ $x=\sqrt{5}-\sqrt{2}$ ☐ $x=\sqrt{2}-\sqrt{5}$ ☐ $x=\sqrt{7}$

2) ليكن x عدد حقيقي حيث : $-2\leq x<-1$ فإنّ :

☐ $1\leq -x<2$ ☐ $2\leq -x<1$ ☐ $1<-x\leq 2$ ☐ $-2\leq -x<-1$

3) A مجموعة الأعداد الحقيقيّة x الّتي تحقّق $|x|\geq -1$، فإنّ :

☐ $A=]-\infty,-1]\cup[1,+\infty[$ ☐ $A=[-1;1]$ ☐ $A=[0,+\infty[$ ☐ $A=[-\infty,+\infty[$

تمرين عدد 2:

1) I :مجموعة الأعداد الحقيقيّة x الّتي تحقّق : $-2<x\leq 3$

J .مجموعة الأعداد الحقيقيّة x الّتي تحقّق : $x\leq 1$

أ- حدّد المجموعتين I و J ثمّ مثّلهما على نفس المستقيم العددي بلونين مختلفين

ب- استنتج $I\cap J$ ثمّ $I\cup J$

2) ليكن x و y عددان حقيقيّان حيث $-2\leq x\leq -1$ و $|y|\leq 1$

أ- أوجد حصرا لـ $2x+1$ ثمّ استنتج أنّ $2x+1\neq 0$.

ب- بيّن أنّ $x+y\in[-3,0]$ ثمّ استنتج مدى حصر $x+y$

ج- لتكن العبارة E التالية: $E=\dfrac{4x+1}{2x+1}$

حقّق أنّ : $E=2-\dfrac{1}{2x+1}$

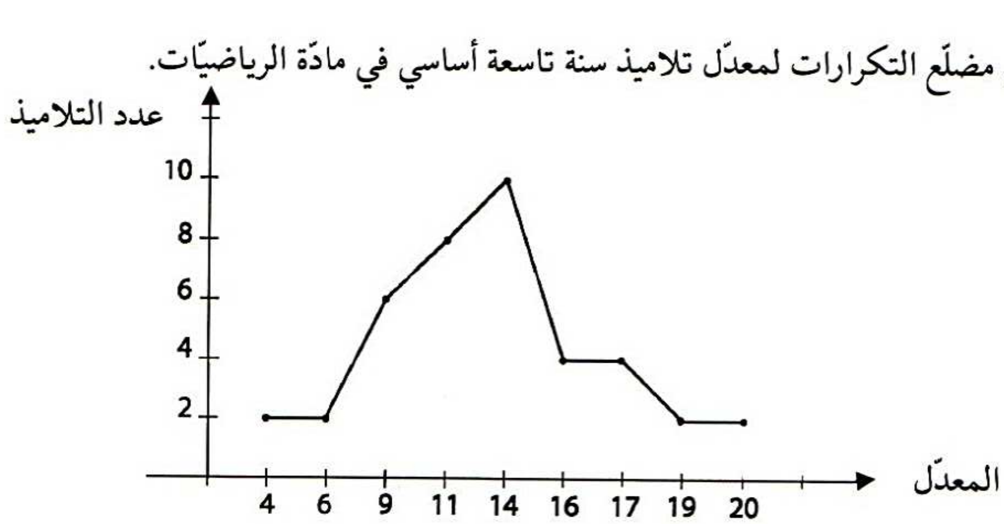
استنتج حصرا لـ E .

3) حلّ في $\mathbb{R}$:

أ- $2x-3=1+2(x-1)$ ب- $\dfrac{2x+1}{3}=\dfrac{x+2}{2}$

تمرين عدد 3:

يمثّل الرّسم التّالي مضلّع التكرارات لمعدّل تلاميذ سنة تاسعة أساسي في مادّة الرياضيّات.



1)اتمّ الجدول التّالي بما يناسب معلّلا جوابك:

التكرار الجملي	معدّل الرياضيّات لهذا القسم	الموسّط

التعليل: ....
....

2)أتمّم الجدول التالي:

القيمة	4	6	9	11	14	16	17	19	20
التكرار	2								
التكرار التراكمي الصاعد	2								

3)سُئِلَ تلميذ عن وضعيّة هذا القسم في مادّة الرّياضيات، فأبدى رأيه بإسناد ملاحظة متوسّط.
هل توافقها الرأي أم لا؟
وضّح ذلك بالاعتماد على النتائج المتحصّل عليها.

نموذج 2 : فرض مراقبة عدد 5 :

تمرين عدد 1:

1) أجب بصواب أو خطأ:

$]-2,+\infty[$ هو مجال مفتوح غير محدود على اليمين طرفه (-2)	
$]-2,1[$ هو مجال نصف مغلق على اليسار طرفاه (-2) و (-1)	
$2\le x\le 3$ و $3\le y\le 5$ يعني: $\frac{2}{3}\le\frac{x}{y}\le\frac{3}{5}$	
$]-\infty,0]\cup[0,+\infty[=\mathbb{R}$	

2)ضع علامة $(\times)$ أمام الإجابة الصّحيحة:

أ)حل المعادلة $\frac{2}{3}x=0$ هو:

☐ $\frac{-2}{3}$ ☐ $\frac{-3}{2}$ ☐ 0

ب) $2\le x\le 3$ و $-1\le y<4$ يعني :

☐ $2-(-1)\le x-y\le 3-4$ ☐ $2+(-1)\le x-y\le 3+(-2)-(-1)$ ☐ $-2\le x-y\le 4$

ج) $A=\{x\in\mathbb{R}/-1\le x<3\}$ يعني :

☐ $A=[-1,3[$ ☐ $A=[-1;3]$ ☐ $A=]-1,3]$

☐ $3\le -x\le 1$ ☐ $1\le -x\le -3$ ☐ $-3<-x\le 1$

د)رباعي أضلاع له زاويتان متتاليتان متكاملتان هو:

☐ متوازي أضلاع ☐ شبه منحرف ☐ معيّن

تمرين عدد 2:

1)حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلات التّالية:

• $\frac{x-1}{2}-\frac{2x-1}{3}=x$ • $2\left(x-\frac{3}{2}\right)-x=x-3$

2) أ- بيّن أنّ $(2x+1)^2-4=(2x-1)(2x+3)$

ب- حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة: $(2x+1)^2=2^2$

تمرين عدد 3:

نعتبر المجموعات التّالية:

$I=[-2,3]$ ، $J=\{x\in\mathbb{R}/x\ge 1\}$ ، $K=[-3,-1]$

1) أ- اكتب المجموعة J على شكل مجال.

ب- مثّل على مستقيم عددي المجموعات I و J و K بألوان مختلفة.

ج- استنتج: $I\cap J$ ثمّ $K\cup J$

2) ليكن x و y عددان حقيقيّان حيث: $x\in I$ و $y\in K$

أ- أوجد حصرا لـ $x+y$ و $x-y$ ثمّ استنتج مدى حصر $x-y$

ب- بيّن أنّ $x+3\neq 0$ ثمّ استنتج حصرا لـ $xy+3y$.

تمرين عدد 4:

نعتبر مثلثا EFG متقايس الضّلعين في E حيث $EG=8cm$ و $FG=6m$

لتكن M منتصف $[EG]$.

الموازي لـ (EF) و المارّ من M يقطع (FG) في N.

الموازي لـ (FG) و المارّ من E يقطع (MN) في L.

1) بيّن أنّ $EFNL$ متوازي أضلاع.

2) أ- استنتج أنّ: $EG=LN$

ب- أثبت أنّ $ENGL$ مستطيل.

3) المستقيم (EF) يقطع (GL) في نقطة D.

أ- بيّن أنّ L منتصف $[DG]$.

ب- احسب DG

نموذج 1 : **فرض مراقبة عدد 6 :**

تمرين عدد 1:

نعتبر المتراجحة التّالية: $2x-1<2$ في مجموعة الأعداد الحقيقيّة

1)ضع في إطار العدد الّذي ينتمي إلى حلّ المتراجحة من بين المقترحات التّالية:

$\frac{3}{2}$	2	0

2)ضع في إطار حلّ المتراجحة $|x-1|\leq 1$ في مجموعة الأعداد الحقيقية من بين المقترحات التالية:

$[0,2]$	$[-1,1]$	$]-\infty,-1]\cup[1,+\infty[$

3)باستعمال الأرقام 2 و 5 و 7 نستطيع أن نكوّن :

3 أعداد برقمين مختلفين	9 أعداد برقمين مختلفين	6 أعداد برقمين مختلفين

4)داخل صندوق 7 كويرات لها نفس الحجم : 3 بيضاء و 4 خضراء.

احتمال سحب كويرة بيضاء:

$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$

تمرين عدد 2:

يحتوي صندوق على 4 أقراص متطابقة مرقّمة:

-2   -1 $-\sqrt{5}$ -3

نسحب قرصين متتالين بصفة عشوائيّة دون إرجاع القرص الأوّل، ثمّ نهتمّ بجذائيهما.

1) أ- أوجد كلّ إمكانيّات السّحب بالإعتماد على جدول.

x	-2	-1	$-\sqrt{5}$	-3
-2				
-1				
$-\sqrt{5}$				
-3				

ب- ما هو عدد إمكانيات السّحب ؟

ج-اكتب مجموعة النتائج الممكنة.

2)نعتبر الحدثين التاليين:

الحدث A: نتحصّل على جذاء سالب.

الحدث B: نتحصّل على جذاء موجب.

أ-ما هو احتمال كلّ من الحدثين A و B ؟

ب-اشطب العبارة الزائدة :

الحدث A هو حدث : ممكن ، أكيد ، مستحيل.

الحدث B هو حدث : ممكن ، أكيد ، مستحيل.

1) ما هو احتمال أن يكون الجذاء أكبر من 2؟

تمرين عدد 3:

نعتبر العبارتين A و B حيث: $B=4x^2-12x+9$ و $A=2x-3$

1)حلّ في $\mathbb{R}$: $A\geq 0$ و $A\leq -3x+2$ و $B\leq 4x^2-3$

2) أ- انشر ثمّ اختصر العبارة $(2x-3)^2$.

ب-استنتج تفكيكا لـ B .

3) أ- بيّن أنّ $A-B=2(2x-3)(2-x)$

ب-حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة : $A=B$

تمرين عدد 4:

ليكن $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات:

و K مركز المستطيل $ABCD$.

1)ليكن I منتصف $[AD]$ و J منتصف $[AB]$

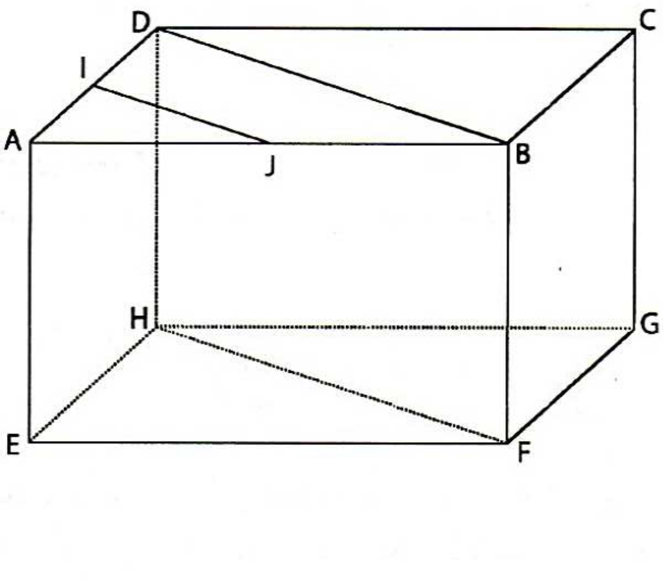
أ- بيّن أنّ: $(IJ)//(BD)$

ب- استنتج أنّ $(IJ)//(BFH)$

2) أ- بيّن أنّ : $(HD)\perp(ADC)$

ب- استنتج أنّ HDK قائم الزاوية

ج- احسب HK.



نموذج 2 : فرض مراقبة عدد 6 :

تمرين عدد 1:

ضع علامة (×) أمام الإجابة الصّحيحة:

1) $|x-1| \geq 2$ يعني :

☐ $x \in [-2,2]$ ☐ $(x-1) \in [-2,2]$ ☐ $x \in]-\infty,-1][3,+\infty[$

2) $-5 \leq 2x-1 \leq 3$ يعني:

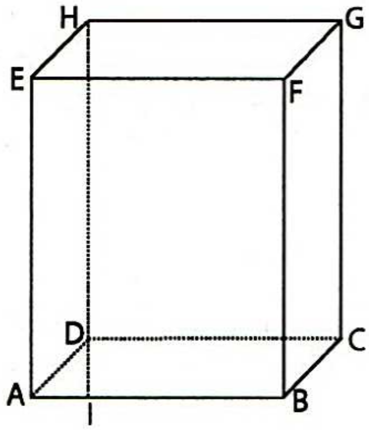
☐ $x \in [-5,3]$ ☐ $x \in [-3,1]$ ☐ $|x| \leq 2$

3)

القيمة	0	1	2	3	4
التكرار	5	3	12	9	11

☐ الموسّط = 2 ☐ الموسّط = 2,5 ☐ الموسّط= 3

4)



أ- ☐ H و D و I على استقامة واحدة ☐ $(DH) \perp (DI)$ ☐ $(DI) \perp (AB)$

ب- المستقيمان (CI) و (ED) هما:

☐ متوازيان ☐ متقاطعان ☐ ليسا في نفس المستوي

5) باستعمال الأرقام 1 و 2 و 0 نستطيع أن نكوّن:

☐ 27 عدد يتكوّن من ثلاثة أرقام مختلفة

☐ 6 أعداد تتكوّن من ثلاثة أرقام مختلفة

☐ 4 أعداد تتكوّن من ثلاثة أرقام مختلفة

6)عند رمي نرد فإن:

☐ احتمال الحصول على عدد زوجي هو $\frac{1}{3}$

☐ احتمال الحصول على عدد فردي هو $\frac{1}{3}$

☐ احتمال الحصول على عدد أصغر من 3 هو $\frac{1}{3}$

تمرين عدد 2:

ليكن x و y عددان حقيقيّان حيث: $x\in[-2,2]$ و $-10\leq 3y-1\leq 8$

1)حلّ في $\mathbb{R}$ المتراجحة $2x-1<3$

2) أ- بيّن أنّ: $|y|\leq 3$

ب- استنتج أنّ : $xy\in[-6,6]$

3)لتكن العبارة E التّالية: $E=\frac{2x+1}{x-3}$

أ- بيّن أنّ: $x-3\neq 0$

ب- حقّق أنّ : $E=2+\frac{7}{x-3}$

ج- استنتج أنّ : $E\in\left[-5,\frac{3}{5}\right]$

تمرين عدد 3:

تمثّل المعطيات التّالية أقيسة لطول قامة تلاميذ قسم 9 أساسي:

159 ، 155 ، 172 ، 170 ،161 ،157 ،155 ،170 ،164 ،159 ،157 ،168 ،170 ،172 ،175 ،168 ،161 ،172 ،175.

1)أتمّم الجدول التّالي:

طول القامة	155	157	159	161	164	168	170	172	175
التكرار									
التّكرار التّراكمي التنازلي									

2) أ- ما هو التّكرار الجملي لهذه السّلسلة ؟ علّل جوابك.

ب- ما هو موسّط هذه السلسلة؟ علّل جوابك.

3)ما هو معدّل طول القامة لهذا القسم؟

4)أعاد التلاميذ تنظيم الجدول السّابق في جدول إحصائي ذو ميزة مسترسلة.

أتمّم الجدول:

الفئة	[155,160[	[160,165[	[165,170[	[170,175[	[175,180[
التكرار					
التّكرار التّراكمي الصّاعد					

أ- ما هو المدى، المنوال لهذه السلسلة ؟ علّل جوابك.

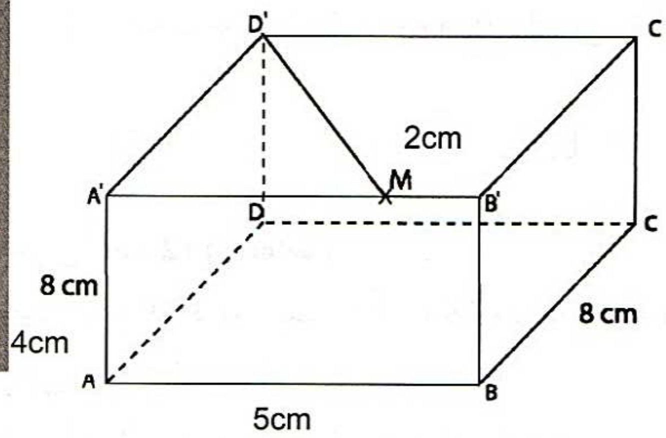
ب- ارسم مضلع التكرارات التّراكمية الصّاعدة؟

ج- استنتج الموسّط.

تمرين عدد 4 :

ليكن $ABCDA'B'C'D'$ متوازي مستطيلات حيث $AD=5cm$ ، $AB=8cm$ ، $B'M=2cm$ ، $AA'=4cm$

.



1) أ- بيّن أنّ : $(D'D)$ عمودي على (ABD)

$(B'B)$ عمودي على (ABD) .

ب- استنتج أنّ $(B'B)$ و $(D'D)$ محتويان في نفس المستوي.

2) المستقيم $(B'C')$ يقطع المستقيم $(D'M)$ في نقطة N .

أ- المستقيم $(D'M)$ يقطع المستقيم (MDD') في نقطة

.

حدّد هذه النقطة معلّلا جوابك.

ب- بيّن أنّ $(D'M)$ و (BC) ليسا في نفس المستوي.

3) أ- بيّن أنّ المثلث $DD'M$ قائم.

ب- احسب: $D'M$ و DM و MB و BD .

ج- هل أنّ DMB مثلث قائم الزاوية؟ علّل جوابك.

نموذج 1 : فرض تأليفي عدد 3 :

تمرين عدد 1: (4 نقاط)

ضع علامة (×) أمام الإجابة الصّحيحة:

(ملاحظة: توجد إجابة واحدة صحيحة في كلّ سؤال)

1) ABC مثلّث متقايس الأضلاع حيث $AB=AC=BC=5$ و النقطة H هي المسقط العمودي لـ A على (BC) إذن :

□ $AH=\frac{2\sqrt{3}}{5}$ □ $AH=\frac{5\sqrt{3}}{2}$ □ $AH=\frac{2\sqrt{5}}{3}$

1) مجموعة حلول المتراجحة $-4\leq x-1\leq -1$ في $\mathbb{R}$ هي:

□ $[-3,0]$ □ $[-5,-2]$ □ $]-3;0[$

2) العدد الحقيقي $|4\sqrt{3}-5\sqrt{2}|$ مساو لـ :

□ $4\sqrt{3}-5\sqrt{2}$ □ $4\sqrt{3}+5\sqrt{2}$ □ $5\sqrt{2}-4\sqrt{3}$

3) مجموعة حلول المتراجحة $|x|>0$ في $\mathbb{R}$ هي:

□ $\mathbb{R}$ □ $\mathbb{R}^*$ □ $\varnothing$

تمرين عدد 2: (4 نقاط)

نعتبر العدد العدد a حيث: $a=\sqrt{49}-2\sqrt{18}+\sqrt{16}$

1) بيّن أنّ: $a=11-6\sqrt{2}$

2) أ- أثبّت أنّ : $a-2>0$ و $a-3<0$

ب- استنتج أنّ : $a\in\,]2;3[$

3) أثبت أنّ $a=\left(3-\sqrt{2}\right)^2$ ثمّ استنتج أنّ : $\sqrt{2}<3-\sqrt{2}<\sqrt{3}$

تمرين عدد 3: (4 نقاط)

نعتبر العبارتين $A=4x^2-4x-3$ و $B=3-2x$ حيث x عدد حقيقي.

1) احسب القيمة العددية للعبارة A في حالة $x=-\frac{1}{2}$.

2) أثبت أنّ: $A=(2x-1)^2-4$ ثمّ استنتج تفكيكا للعبارة A.

3) حلّ في $\mathbb{R}$ المتراجحة $B\leq 0$

$A-B=2(2x-3)(x+1)$

4)أثبت أنّ :

5)حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $A = B$.

تمرين عدد 4 : (4 نقاط)

بكيس 7 أقراص: 3 حمراء و 4 بيضاء:

نقوم بسحب قرصين الواحد تلو الآخر بصفة عشوائيّة دون إرجاع القرص الأوّل:

1)حدّد عدد إمكانيات السّحب

2)ما هو احتمال سحب قرصين لهما نفس اللّون؟

3)ما هو احتمال سحب قرصين ذوي لونين مختلفين؟

تمرين عدد 5 : (4 نقاط)

يمثّل الشكل المقابل موشورا قائما $ABCEFG$

1) بيّن أنّ $(AB)//(EFG)$

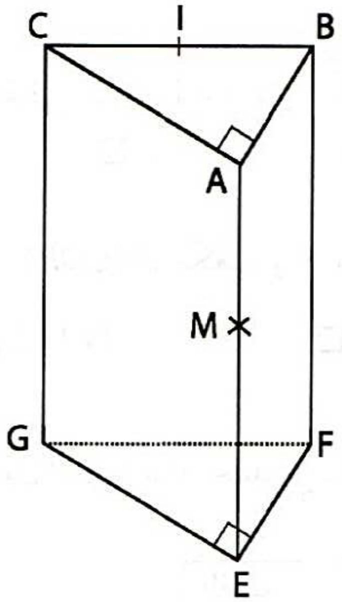
2) ما هي الوضعية النسبيّة لـ (AE) و (BC). علّل جوابك.

3) بيّن أنّ $(AE)\perp(ABC)$

4) بيّن أنّ المثلث AIE قائم الزّاوية في A .

5) المستقيم (BM) يقطع المستوي (EFG) في النقطة K .

أرسم النقطة K (مع التّعليل).



نموذج 2 : **فرض تأليفي عدد 3 :**

تمرين عدد 1:

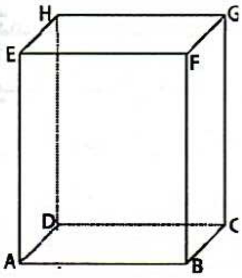
ضع علامة (×) أمام الإجابة الصّحيحة:

1) العدد $3^{333}-5\times27^{110}$ يقبل القسمة على:

☐ 6 ☐ 12 ☐ 15

2) x عدد حقيقي حيث : $x\geq1$ فإنّ $\sqrt{(1-x)^2}$ يساوي :

☐ $1+x$ ☐ $1-x$ ☐ $x-1$



3) ليكن $ABCDEFGH$ مكعّب و I منتصف $[HB]$ فإنّ :

☐ $(FI)\perp(HB)$ ☐ $FI=\dfrac{HB}{2}$ ☐ $FI\subset(ABF)$

4) يقدّم الجدول التّالي أعداد احمد في مادّة الرّياضيّات بعد اجتياز امتحان 9 أساسي:

القيمة	15	18	19,5
التكرار	2	3	5

فإنّ الموسّط يساوي:

☐ 18 ☐ 18,75 ☐ 19,5

تمرين عدد 2:

نعتبر العبارتين a و b حيث x عدد حقيقي:

$a=(x+2)^2$ و $b=(x+1)^2$

1) أ- بيّن أنّ $a-b=2x+3$

ب- حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $2x+3=0$ و المتراجحة $2x+3\leq3x+1$

2) أ- أوجد العدد الصّحيح الطّبيعي x حيث : $a-b=2703$

ب- استنتج عددان صحيحان طبيعيّان متتاليان حيث يكون الفرق بين مربّعيهما يساوي 2703.

3) لتكن العبارة C التّاليّة : $C=(x+2)^2-9$

أ- فكّك إ لى جذاء عوامل العبارة C

ب- استنتج أنّ : $C=(10002)^2-9$

ج- حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $C+9=0$

تمرين عدد 3:

1) نعتبر العدد الحقيقي $a=\left|2\sqrt{2}-3\right|$

أ- قارن بين 3 و $2\sqrt{2}$.

ب- استنتج أنّ: $a = 3 - 2\sqrt{2}$

2) نعتبر العدد الحقيقي : $b = \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \sqrt{18} + \frac{3}{4}$

بيّن أنّ : $b = 3 + 2\sqrt{2}$

3) أ- احسب $a \times b$ و استنتج انّ العدد a مقلوب b

ب- بيّن أنّ $(1-a)$ و $a(b-1)$ متقابلان.

تمرين عدد 4 :

ليكن (O,I,J) معيّنا متعامدا في المستوي حيث : $OI = OJ = 1cm$

1) أ- عيّن النقطتين $A(2;3)$ و $B(-2;3)$

ب- بيّن أنّ A و B متناظرتان بالنسبة إلى (OJ)

2) أ- ابن النّقطة C مناظرة النّقطة A بالنسبة إلى (OI).

ب- حدّد إحداثيّات النّقطة C معلّلا جوابك.

ج- بيّن أنّ النّقطتين B و C متناظرتان بالنسبة إلى النّقطة O.

3) أ- بيّن أنّ المثلّث ABC قائم الزّاوية في A

ب- احسب AB و AC ثمّ BC.

4) عيّن النقطة $D(0,6)$.

أ- احسب إحداثيّات النّقطة I منتصف $[OD]$.

ب- استنتج أنّ I منتصف $[AB]$

ج- بيّن أنّ : - $ADBO$ معيّن.

- $ADOC$ متوازي أضلاع.

5) بيّن أنّ $ADBO$ و $ADOC$ لهما نفس المساحة.

تمرين عدد 5 :

يمثّل الجدول التّالي توزيع 26 تلميذا حسب المعدّل العام:

المعدّل	$[0,5[$	$[5,10[$	$[10,15[$	$[15,20[$
مركز الفئة				
عدد التلاميذ	4	7	12	3
التكرار التّراكمي النّازل				

1) ما هو نوع هذه الميزة؟

2) أ- أكمل الجدول السابق.

3) احسب معدّل القسم.
4) ارسم مضلّع التّكرارات التّراكميّة النّازلة و استنتج موسّط هذه السّلسلة الإحصائيّة.
5) وقع اختيار تلميذين من بين الّذين تحصّلوا على المعدّل لتمثيل القسم في مسابقة فكريّة.
أ- ما هو عدد الإمكانيّات؟
ب- إذا كان $\frac{1}{3}$ من المتحصّلين على المعدّل هم من الفتيان، ما هو احتمال اختيار فتاتين؟

إصلاح الدرس 1: التعداد و الحساب

تمرين عدد 1:

1) نستعمل شجرة الإختيار:

الرقم a الرقم b

$9 \rightarrow \left\langle \begin{matrix}2\\5\\8\end{matrix}\right.$

الرقم a الرقم b

$5 \rightarrow \left\langle \begin{matrix}0\\3\\6\\9\end{matrix}\right.$ $\quad 7 \rightarrow \left\langle \begin{matrix}1\\4\\7\end{matrix}\right.$

الرقم a الرقم b

$1 \rightarrow \left\langle \begin{matrix}1\\4\\7\end{matrix}\right.$ $\quad 3 \rightarrow \left\langle \begin{matrix}2\\5\\8\end{matrix}\right.$

و منه

$$(a,b)\in\left\{\begin{matrix}(1,1);(4,1);(7,1);(2,3);(5,3);(8,3)\\(0,5);(3,5);(6,5)(9,5);(1,7)\\(4,7);(7,7);(2,9);(5,9);(8,9)\end{matrix}\right\}$$

2) أ) نستعمل شجرة الإختبار

x y

$4 \rightarrow \left\langle \begin{matrix}1\\4\\7\end{matrix}\right.$

x y

$2 \rightarrow \left\langle \begin{matrix}0\\3\\6\\9\end{matrix}\right.$ $\quad 8 \rightarrow \left\langle \begin{matrix}0\\3\\6\\9\end{matrix}\right.$

x y

$0 \rightarrow \left\langle \begin{matrix}2\\5\\8\end{matrix}\right.$ $\quad 6 \rightarrow \left\langle \begin{matrix}2\\5\\8\end{matrix}\right.$

و منه:

$$(x,y)\in\left\{\begin{matrix}(2,0);(5,0);(8,0);(0,2);(3,2);(6,2)\\(9,2);(1,4);(4,4)(7,4);(2,6)\\(5,6);(8,6);(0,8);(3,8);(6,8);(9,8)\end{matrix}\right\}$$

ب)

x y

$0 \rightarrow \left\langle \begin{matrix}2\\5\\8\end{matrix}\right.$

$$(x,y)\in\{(2,0);(5,0);(8,0)\}$$

تمرين عدد 2:

1) 117 يقبل القسمة على 3 مثلا إذن 117 غير أوّلي

291 يقبل القسمة على 3 مثلا إذن 291 غير أوّلي

137 عدد أوّلي.

101 عدد أوّلي.

2) أ) $100=(2\times5)^2 = 2^2\times5^2$

$63 = 3^2 \times 7$

1= ق م أ (63 , 100) و منه 100 و 63 أوليّان فيما بينهما.

ب) $2751 = 1\times 2750+1$

$2750 = 1\times 2750+0$

و منه 1= ق م أ (2750 , 2751) إذن العددين 2751 و 2750 أوليّان فيما بينهما.

3) ليكن n عددا صحيحا طبيعيا

العددان n و n+1 متتاليان.

$n+1 = 1\times n+1$

$n = 1\times n + 0$

و منه 1= ق م أ (n+1,n) إذن n و n +1 أوليّان فيما بينهما

تمرين عدد3:

	54210	41748	11740	19875	7872	54973
يقبل القسمة على 6	×	×			×	
يقبل القسمة على 12		×			×	
يقبل القسمة على 15	×			×		

تمرين عدد 4:

1) نستعمل شجرة الاختيار :

الرقم a الرقم b

$6 \rightarrow \left\langle \begin{matrix}1\\4\\7\end{matrix}\right.$

الرقم a الرقم b

$2 \rightarrow \left\langle \begin{matrix}2\\5\\8\end{matrix}\right.$

و منه : $(a,b)\in\{(2,2);(5,2);(8,2);(1,6);(4,6);(7,6)\}$

2) نستعمل شجرة الاختيار :y=513ab

a b

$5 \rightarrow \left\langle \begin{matrix}1\\4\\7\end{matrix}\right.$

a b

$0 \rightarrow \left\langle \begin{matrix}0\\3\\6\\9\end{matrix}\right.$

و منه :

$(a,b)\in\{(0,0);(3,0);(6,0);(9,0);(1,5);(4,5);(7,5)\}$

تمرين عدد 5:

1) لدينا $17\times1000 = 17000$ و منه العدد 17 يقسم العدد 17000

2) $A=125^{22} - 7\times 25^{32} = (5^3)^{22} - 7\times(5^2)^{32}$

$= 5^{66} - 7\times 5^{64}$

$= 5^{64}(5^2-7) = 18\times5^{64}$

✓ العدد A يقبل القسمة على 3 (18 يقبل القسمة على 3)

✓ العدد A يقبل القسمة على 5 (5^{64} يقبل القسمة على 5)

إذن العدد A يقبل القسمة على 15

4) أ) مجموع أرقام العدد 10956 يساوي 21 يقبل القسمة على 3.

و منه العدد 10956 قابل للقسمة على 3.

ب) $10956 = 11000 - 44$

و $10956 = 11000 - 44 = 11\times 1000 - 11\times 4$

$=11 \times(1000-4) = 11 \times 996$

إذن العدد 10956 يقبل القسمة على 11.

تمرين عدد 6:

1) $a = 3^{32}+4\times 81^8 = 3^{32}+4.(3^4)^8$

$= 3^{32}+4.3^{32}$

$= 3^{32}(1+4) = 5.3^{32}$

✓ العدد a يقبل القسمة على 5

✓ العدد a يقبل القسمة على 3 (3^{32} يقبل القسمة على 3)

إذن a يقبل القسمة على15

2) $b= 3 \times 2^7 + 2^8 + 2^9 = 2^7(3+2+2^2)$

$= 9 \times 2^7$

العدد b يقبل القسمة على 2 (2^7 يقبل القسمة على 2)

العدد b يقبل القسمة على 3 (9 يقبل القسمة على 3)

إذن العدد b يقبل القسمة على 6 .

3) $C= 3^{31} + 2 \times 27^{10} + 9^{14} \times (2^2 \times 25 - 1)$

$= 3^{31} + 2 \times (3^3)^{10}+(3^2)^{14} \times (2^2\times 25 -1)$

$= 3^{31}+ 2 \times 3^{30} + 3^{28}(11 \times 3^2)$

$=3^{31} + 2 \times 3^{30} + 11 \times 3^{30}= 3^{30}(3+2+11)$

$= 16\times 3^{30}$

العدد c يقبل القسمة على 4 (16 يقبل القسمة على 4)

العدد c يقبل القسمة على 3(3^{30} يقبل القسمة 3)

إذن العدد c يقبل القسمة على $3 \times 4 = 12$.

تمرين عدد 7:

$x = abcd$ و $y = dcba$

$x-y= (d+10c+b.10^2+a.10^3) - (a+10b +c.10^2 +d.10^3)$

$=d + 10c +100b +1000a -a-10b-100c-1000d$

$= 999a + 90b -90c -999d$

$=9\times(\underbrace{111a + 10b - 10c -111d}_{\in\mathbb{N}})$

و منه العدد $x - y$ يقبل القسمة على 9.

تمرين عدد 8:

(1

$$\begin{array}{c|c} a & 5 \\ \hline r & q \end{array} \qquad a = \underset{\text{خارج القسمة}}{5q} + \underset{\text{الباقي}}{r}\,(0 \le r < 5)$$

إذا كان q=r فإنّ :

$a=5q + q = 6q = 6r$

r=0 يعني $a = 0$

r=1 يعني $a=6$

r =2 يعني $a =12$

r =3 يعني $a=18$

r =4 يعني $a = 24$

2) $\begin{array}{c|c} b & 4 \\ \hline r & q \end{array}$ إذا كان $q = 2r$ فإن :

$b=4q + r \quad (0\le r<4)$

$b= 4q + r = 4.2r + r = 9r$

r=0 يعني $b= 0$

r= 1 يعني $b = 9$

r=2 يعني $b= 18$

r= 3 يعني $b= 27$

تمرين عدد 9:

ليكن n العدد الّذي نبحث عنه.

نلاحظ أنّ العدد $n + 1$ يقبل القسمة على 10 و 14 و 16

و منه $n+1$ هو المضاعف المشترك الأصغر للأعداد 10 و 14 و 16 أي $560 = 2^4 \times 5 \times 7$ ($10 = 2 \times 5$ ، $14= 2 \times 7$ و $16 = 2^4$)و منه $n = 559$.

تمرين عدد 10:

1)أ- $72 = 8 \times 9 = 2^3 \times 3^2$ ، $135 =3\times 45 = 3\times 9\times 5 =3^3\times 5$

ب) $D_{72} = \{1,2,3,4,6,8,9,12,18,24,36,72\}$

$D_{135} = \{1,3,5,9,15,25,45,135\}$

2) كم $(D_{72}) = 12$; كم $(D_{135}) = 8$

(ق م أ $(72,135) = 9$) 3 = كم (D_9) = كم$(D_{72}\cap D_{135})$

تمرين عدد 11 :

1) $A=\{0,2,4,6,810,12,14,16,18,20,22,24,26,28\}$

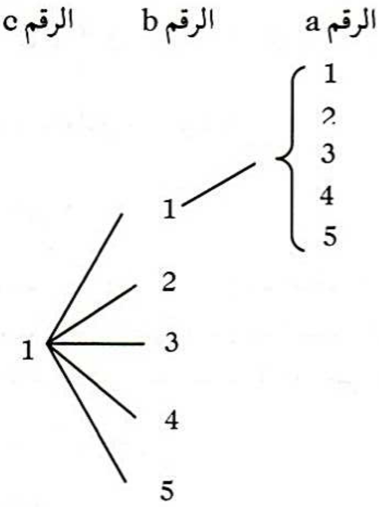
$B=\{0,3,6,9,12,15,18,21,24,27\}$

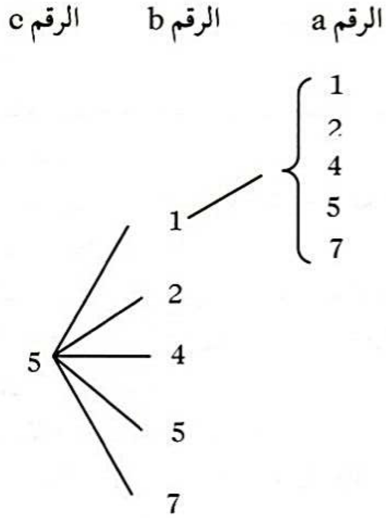
2) كم $(A) = 15$; كم $(B) = 10$

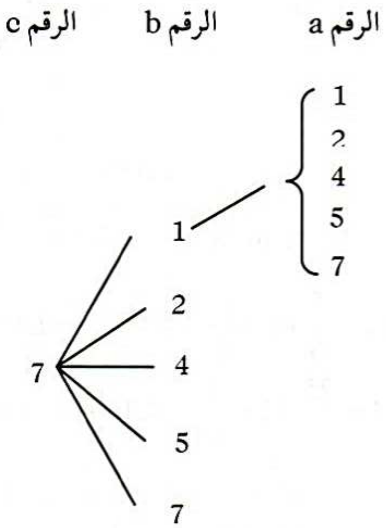
كم $(A\cup B) = 20 = 15 + 10 - 5$; كم $(A\cap B) = 5$

تمرين عدد 12 :

1)ليكن abc = x عددا فرديّا يتكوّن من 3 أرقام من بين الأرقام 1 و 2 و 4 و 5 و 7

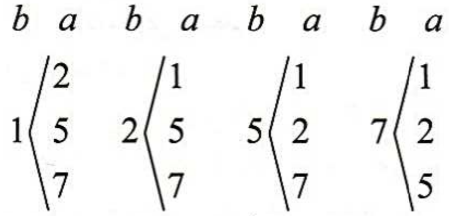






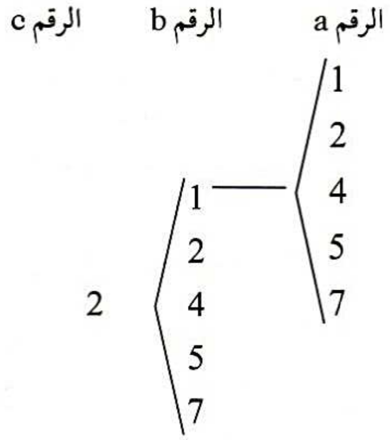
و منه عدد الأعداد الفرديّة المتكوّنة من 3 أرقام هو
$3\times5\times5 = 75$

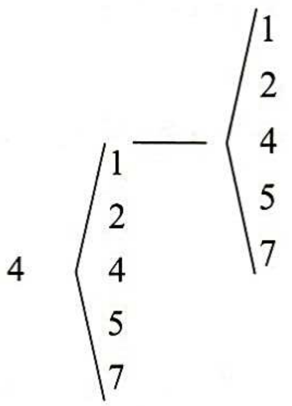
2)ليكن y= ab 4 العدد المتكوّن من 3 أرقام مختلفة حيث رقم الآحاد 4.



و منه عدد الأعداد المتكوّنة من 3 أرقام مختلفة حيث رقم الآحاد 4 هو
$4 \times 3 = 12$

3)ليكن عدد الأعداد الزوجية المتكوّنة من 3 أرقام من بين الأرقام 2 و3 و 4 و 5 و7 : x= abc





و منه عدد الأعداد الزوجية هو: $2 \times 5 \times 5 = 50$

4)عدد الأعداد المتكونة من 3 أرقام مختلفة هو:
$5 \times 4 \times 3 = 60$

5)لا يمكن تكوين عدد من 6 أرقام مختلفة من بين الأرقام 1 و 2 و 4 و 5 و 7.

تمرين عدد 13:

1) $A = \{10, 20, 50, 60, 12, 22, 52, 62, 16, 26, 56, 66\}$

كم (A) = 12

2) $B = \left\{\begin{matrix} 120, 121, 122, 125, 126, 220, 221, 222, 225, \\ 226, 520, 521, 522, 525, 526, 620, 621, 622, \\ 625, 626 \end{matrix}\right\}$

كم (B)=20

تمارين الاختيار من متعدّد:

تمرين عدد 1:

1) العدد $2^{18}-2^{15}$ يقبل القسمة على7.

2) العدد 123456789 يقبل القسمة على 3.

3) كل عدد صحيح طبيعي يقبل القسمة على 8 و 9 يقبل القسمة على 12.

4) يمكن تكوين 96 عددا من 4 أرقام مختلفة باستعمال الأرقام 0 و 2 و 4 و 6 و 8.

تمرين عدد 2:

1) صحيح (الأعداد 6 و 8 غير أوليّان)

2) صحيح (قواسم العدد 2 هما 1 و 2 فقط)

3) خطأ (9 و 15 أعداد فردية غير أوليّة)

4) خطأ (24 و 72 يقبلان القسمة على 8 و 6 و لا يقبلان القسمة على 48).

5) صحيح $\left(3^{2011}+3^{2010}=3^{2010}(3+1)=4.3^{2010}\right)$

6) صحيح $\left(2^{2012}+2^{2011}+2^{2010}=2^{2010}(2^2+2+1)=\underline{7}\times 2^{2010}\right)$

7) صحيح $n+1+n=2n+\underline{1}$

8) صحيح $\left(\begin{array}{l}\text{19 أولي و 20 غير أوّلي}\\ \text{37 أولي و 38 غير أوّلي}\end{array}\right)$

إصلاح الدرس 2: مجموعة الأعداد الحقيقية

تمرين عدد 1:

1)

$$E\cap IN=\left\{0\ ;\ \frac{6}{2}\right\}$$

$$E\cap\mathbb{Z}_-=\{0\ ;\ -2\}$$

$$E\cap ID=\left\{\frac{1}{-2}\ ;\ \frac{3}{4}\ ;\ \frac{14}{35}\ ;\ \frac{-3}{120}\ ;0\ ;3\ 14\ ;\ \frac{6}{2}\ ;-2\right\}$$

$$E\cap\mathbb{Q}_+=\left\{\frac{3}{4}\ ;\ \frac{14}{35}\ ;0\ ;3\ ;14\ ;\ \frac{6}{2}\right\}$$

2)

$$\left\{5\ ;\ -\frac{1}{3}\ ;\ -\frac{1}{2}\ ;0\ ;-2\right\}\not\subset E$$

$$ID\not\subset\mathbb{Z}\quad,\quad\mathbb{Z}_-\not\subset\mathbb{Q}_+\quad,\quad\mathbb{Q}_-\not\subset\mathbb{Z}$$

تمرين عدد 2:

1) أ)رقم آحاد العدد a هو 8 و منه العدد a زوجي

ب)a زوجي يعني a^2 زوجي و منه باقي قسمة العدد a^2 على 2 هو صفر.

2)أ)رقم آحاد العدد b هو 9 و منه العدد b عدد فردي.

ب)b فردي يعني b^2 فردي.

3)

$(123456789)^2-1$

$=(123456789-1)(123456789+1)$

$=123456788\times 1234567890$

جذاء عددان زوجيان فهو عدد زوجي ،إذن يقبل القسمة على 2.

تمرين عدد 3:

نفترض أنّ العدد $\frac{a}{b}$ غير مختزل إلى أقصى حدّ و منه $\frac{a}{b}$ يكتب على شكل $\frac{p}{q}$ حيث p و q أوليان فيما بينهما.

$\frac{a}{b}=\frac{p}{q}$ يعني aq=pb

العدد p يقسم aq و p و q أوليان فيما بينهما إذن p يقسم a

العدد q يقسم bq و p و q أوليان فيما بينهما إذن q يقسم b

و منه a و b ليسا أوليان فيما بينهما و هذا غير ممكن

إذن $\frac{a}{b}$ مختزل إلى أقصى حدّ.

تمرين عدد 4:

1)للعدد a كتابة عشرية دورية غير منتهية و منه العدد a عدد كسري $(a=0,\underline{123})$

للعدد b كتابة عشرية غير دورية و غير منتهية و منه العدد b عدد غير كسري فهو أصمّ.

للعدد c كتابة عشرية دورية غير منتهية و منه العدد c عدد كسري. $(c=-127,12\underline{36})$

للعدد d كتابة عشرية دورية غير منتهية و منه d عدد كسري $(d=2,\underline{6})$

2) $7,\underline{123}=7,123123123....$; $7,1\underline{23}=7,12323...$; $7,12\underline{3}=7,123333...$

و منه $7,\underline{123}<7,1\underline{23}<7,12\underline{3}$

3) $b=15,121221222122221222222$

4) يظهر الرقم 2 في هذه الكتابة 15 مرّة.

تمرين عدد 5:

$x=\frac{25}{6}$ و $y=\frac{5}{6}$

1) $x=4,1\underline{6}$ و $y=0,8\underline{3}$

2) $4,1\underline{6}+0,8\underline{3}=\frac{25}{6}+\frac{5}{6}=\frac{30}{6}=5$

3)لدينا: $y+1=\frac{5}{6}+1=\frac{11}{6}=0,8\underline{3}+1=1,8\underline{3}$

$x+1=\frac{25}{6}+1=\frac{31}{6}=4,1\underline{6}+1=5,1\underline{6}$

و منه : $\frac{-11}{6}=-1,8\underline{3}$ و $\frac{31}{6}=5,1\underline{6}$

تمرين عدد 6:

1)أ) $\frac{47}{13}=3,\underline{615384}$

ب)دور الكتابة $\frac{47}{13}$ هو 615384.

ج)لدينا : 0+ $1981212=6\times330200$ و منه الرقم الّذي رتبته 1981212 بعد الفاصل هو 4.

2)في الكتابة $15,47\underline{235}$ ،الرقم الّذي رتبته 2010 بعد الفاصل هو 3

3)...$4,\underline{52}=4,525252$ و منه $4,\underline{52}=4,530$ بثلاثة أرقام بعد الفاصل بالزيادة.

4)...$y=4,\underline{4615}=4,46154615$ ، ....$z=4,\underline{46}=4,464646$ ،

...$t=4,46\underline{15}=4,461515$ و منه $x<t<y<z$

تمرين عدد 7:

....$x=0,454545$ أي $x=0,\underline{45}$

1)أ)للعدد x كتابة عشرية دورية غير منتهية و منه x عدد كسري

2)لدينا : $0,\underline{3}=\frac{1}{3}$ و $6,\underline{6}=\frac{20}{3}$ و منه $0,\underline{3}+6,\underline{6}=\frac{1}{3}+\frac{20}{3}=\frac{21}{3}=7$

تمرين عدد 8:

1)أ)المثلثان AIL و IBJ قائمان حيث: $AL=IB=1cm$ و $AI=BJ=2cm$ فهما إذن متقايسان.

ب)ينتج عن تقايس AIL و IBJ تقايس العناصر النظيرة في كل منهما و منه : $A\hat{I}L=B\hat{J}I$ و $A\hat{L}I=B\hat{I}J$

و بما أنّ $A\hat{I}L+A\hat{L}I=90°$ فإنّ: $A\hat{I}L+B\hat{I}J=90°$

2)أ)المثلثان AIL و IBJ و JCK و LDK متقايسة

و ينتج عن ذلك تقايس العناصر النظيرة في كل منها و منه:

$IJ=JK=LK=LI$ و بالتالي الرّباعي IJKL أضلاعه متقايسة و يحقق:

$$L\hat{I}J=A\hat{I}B-\left(A\hat{I}L+B\hat{I}J\right)=180°-90°=90°$$

إذن فهو مربّع، مساحته: $\sqrt{2^2+1^2}^2=5$

ب)مساحة المربّع IJKL تساوي 5 و منه قيس طول ضلعه IJ هو:

$IJ=\sqrt{5}$

3)لرسم قطعة مستقيم طولها $\sqrt{5}$ ،نرسم مثلثا قائما قيس طول بعداه القائمين 1cm و 2cm.

تمرين عدد 9:

$a\in\mathbb{R}$	$a\in\mathbb{R}_-$	$a\in\mathbb{Z}_-$	$a\in IN$	$a\in ID$	$a\in\mathbb{Q}$	العدد a
×					×	$5,\underline{20}$
×					×	$6,\underline{6}$
×	×					$-\pi$
×				×	×	1,101001000 1
×	×					-1,10100....
×	×				×	$-\sqrt{\frac{4}{9}}$
×						$\sqrt{2}$
×			×	×	×	$\sqrt{144}$

تمرين عدد 10:

$$B=\left\{\frac{7}{28};\ 0\ ;\ \sqrt{0,49}\ ;\ \frac{-15}{3}\ ;\ 1,3\underline{26}\ ;\ -\sqrt{225}\right\}$$

$$C=\left\{\frac{7}{28};\ 0\ ;\ \sqrt{0,49}\right\}$$

$$D=\left\{\pi\ ;\ \sqrt{2}\right\}$$

$$E=\left\{\frac{7}{28};\ 0\ ;\ \pi\ ;\ \sqrt{0,49}\ ;\ \frac{-15}{3}\ ;\ 1,3\underline{26}\ ;\ \sqrt{2}\right\}$$

$$F=\left\{0\ ;\ \frac{-15}{3}\ ;\ -\sqrt{225}\right\}$$

$G=A$

تمرين عدد 11:

$1\in\mathbb{R}$; $\frac{\sqrt{4}}{3}\notin\mathbb{Q}_-$; $-\frac{9}{75}\in ID$; $2,\underline{15}\notin ID$

$\pi\notin\mathbb{R}_-$; $\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}_+$; $\sqrt{1296}\in IN$

$\left\{\frac{1}{5}\ ;\ \frac{-12}{125}\ ;\ \frac{7}{35}\ ;\ \sqrt{\frac{49}{64}}\ ;0,2\right\}\subset ID$

$\left\{-1\ ;0\ ;\sqrt{3}\right\}\subset\mathbb{R}$

$\left\{0,\underline{3}\ ;\ 3,14\ ;\ \frac{-\sqrt{2}}{3}\right\}\not\subset\mathbb{Q}$

تمرين عدد 12:

$\sqrt{5^2}=5$; $\sqrt{36}=6$; $\sqrt{\frac{625}{64}}=\frac{25}{6}$; $\sqrt{12,96}=3,6$

$\sqrt{\frac{4}{2^2\times5^2}}=\frac{2}{2\times5}=\frac{1}{5}$; $\sqrt{2^6\times3^2\times5^2}=2^3\times3\times5=8\times15=120$

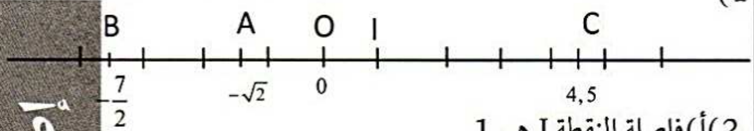
$\sqrt{(7^2\times3)^2}=7^2\times3=49\times3=147$; $\sqrt{(-5)^2}=5$; $\left(\sqrt{\frac{9}{4}}\right)^2=\frac{9}{4}$

$\sqrt{1-\frac{57}{121}}=\sqrt{\frac{64}{121}}=\frac{8}{11}$; $\frac{1}{2}-\sqrt{1-\frac{16}{25}}=\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{1}{2}-\frac{3}{5}=\frac{-1}{10}$

$\sqrt{1+\frac{4}{2}+\frac{6}{25}}=\sqrt{1+2+\frac{6}{25}}=\sqrt{\frac{81}{25}}=\frac{9}{5}$

تمرين عدد 13:

(1



2)أ)فاصلة النقطة I هي 1

ب) $\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{-\frac{5}{2}+\frac{9}{2}}{2}=1$ و منه I منتصف [BC]

3) $BC=|x_C-x_B|=\left|\frac{9}{2}+\frac{5}{2}\right|=\left|\frac{14}{2}\right|=7$

$IM=BC$ و $M\in[IO)$ يعني $|x_M-1|=8$ و $x_M\le1$ يعني

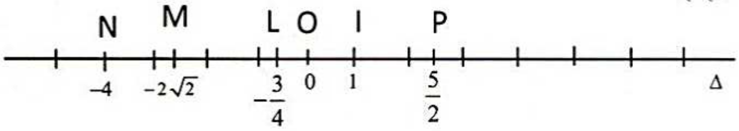
يعني $x_M-1=-8$ أو $x_M-1=8$ و $x_M\le1$

يعني $x_M=7$ أو $x_M=9$ و $x_M\le1$

و منه $x_M=-7$

تمرين عدد 14:

1) أ)



ب) L منتصف [PN] يعني $x_L=\frac{x_P+x_N}{2}=\frac{\frac{5}{2}+(-4)}{2}=-\frac{3}{4}$

2) أ) $A\in\Delta$ حيث I منتصف [AP] يعني $\frac{x_A+x_P}{2}=x_I=1$

و منه $x_A+x_P=2$ يعني $x_A=2-x_P$ يعني $x_A=2-\frac{5}{2}=-\frac{1}{2}$

فاصلة النقطة A هي $-\frac{1}{2}$

ب) $OM=|x_M-x_O|=|x_M|=|-2\sqrt{2}|=2\sqrt{2}$

3) AB=NP

يعني $|x_B-x_A|=\left|\frac{5}{2}+4\right|=\frac{13}{2}$

يعني $\left|x_B-\left(-\frac{1}{2}\right)\right|=\frac{13}{2}$

يعني $x_B+\frac{1}{2}=\frac{13}{2}$ أو $x_B+\frac{1}{2}=-\frac{13}{2}$

يعني $x_B=\frac{13}{2}-\frac{1}{2}=6$ أو $x_B=-7$

تمارين الاختيار من متعدّد:

تمرين عدد 1: 1) عدد عشري

2) عدد كسري

3) الرقم 4

4) المجموعة الفارغة

5) عدد كسري

تمرين عدد 2: 1) صحيح

2) خطأ

3) خطأ

4) خطأ

5) خطأ

6) صحيح

7) صحيح

8) صحيح

إصلاح الدرس 3: العمليات في مجموعة الأعداد الحقيقية

تمرين عدد 1:

1) مقابل الأعداد $\sqrt{2}$ و $-\left(-\frac{1}{2}\right)$ و $1+\sqrt{3}$ و $\sqrt{3}-1$ هي

على التّوالي: $-\sqrt{2}$ و $-\frac{1}{2}$ و $-1-\sqrt{3}$ و $-\sqrt{3}+1$

$a+b=1+\cancel{\sqrt{2}}+\left(\cancel{-\sqrt{2}}\right)+(-1)=0$

$a+c=1+\sqrt{2}+1-\sqrt{2}=2$

$b+c=-\sqrt{2}-1+1-\sqrt{2}=-2\sqrt{2}$

$c+d=1-\sqrt{2}+\sqrt{2}-1=0$

ب) لدينا a+b= 0 و منه مقابل العدد a هو العدد b

c+d=0 و منه مقابل العدد a هو العدد d

ج) (a+c) + (b+d) = (a+b) +(c+d)= 0+0 = 0

3) مقابل $x-y$ هو $y-x$

مقابل $x+y$ هو $-x-y$

تمرين عدد 2:

$A=-\pi-\left(\sqrt{2}-\pi\right)=-\pi-\sqrt{2}+\pi$

$=\boxed{-\sqrt{2}}$

$B=-\left(\pi-3{,}14-\sqrt{5}\right)+\left(1-\sqrt{5}\right)$

$=-\pi+3{,}14+\cancel{\sqrt{5}}+1-\cancel{\sqrt{5}}$

$=\boxed{4{,}14-\pi}$

$C=\left(\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)-1=\frac{3}{2}-1-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}=\boxed{\frac{1-\sqrt{3}}{2}}$

$D=\left(-\frac{2}{7}-1\right)-\left(\sqrt{7}-\frac{2}{7}\right)$

$=-\cancel{\frac{2}{7}}-1-\sqrt{7}+\cancel{\frac{2}{7}}=\boxed{-1-\sqrt{7}}$

$E=\left(-\frac{5}{3}+\sqrt{2}\right)-\left[\left(\sqrt{2}-\frac{5}{3}\right)-\sqrt{3}\right]-\left(\sqrt{3}+\frac{4}{7}\right)$

$=-\cancel{\frac{5}{3}}+\cancel{\sqrt{2}}-\cancel{\sqrt{2}}+\cancel{\frac{5}{3}}+\cancel{\sqrt{3}}-\cancel{\sqrt{3}}-\frac{4}{7}=\boxed{-\frac{4}{7}}$

$F=-\left(5\sqrt{5}-3\right)-\left(-7\sqrt{5}+5\right)+\left(2\sqrt{5}+2\right)$

$=-5\sqrt{5}+\cancel{3}+7\sqrt{5}-\cancel{5}+2\sqrt{5}+\cancel{2}$

$=\boxed{4\sqrt{5}}$

تمرين عدد 3:

$a+b=\left(1-\sqrt{2}\right)-\left[\left(\sqrt{3}-1\right)-\sqrt{2}\right]+\left(-x+\sqrt{3}\right)-$

$\left(y-x-\sqrt{5}\right)+\left[\left(y-\sqrt{5}\right)-2\right]$

$=\cancel{1}-\cancel{\sqrt{2}}-\cancel{\sqrt{3}}+\cancel{1}+\cancel{\sqrt{2}}-\cancel{x}+\cancel{\sqrt{3}}-\cancel{y}+\cancel{x}+\sqrt{5}$

$+y-\sqrt{5}-2=0$

و منه a مقابل b.

تمرين عدد 4:

1)إذا كان $a=-1+\sqrt{2}$ فإنّ:

$$b=-\sqrt{2}+a=\cancel{-\sqrt{2}}-1+\cancel{\sqrt{2}}=-1$$

2) $$E=-\left(\sqrt{2}-b\right)-\left[b-\left(a-\frac{3}{2}\right)\right]-\left(b-\frac{1}{2}\right)+1$$

$$=-\sqrt{2}+\cancel{b}-\cancel{b}+a-\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}-b+\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}+\cancel{1}$$

$$=a-b-\sqrt{2}=\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$$

$$\left(\begin{array}{c} a-b=-\left(-\sqrt{2}\right)=\sqrt{2} \\ \text{معطى} \end{array}\right)$$

تمرين عدد 5:

1) $$F=-b+\left[\left(\sqrt{3}-a\right)-\sqrt{2}\right]-\left[-\left(\sqrt{2}+b\right)+\left(1-b\right)\right]$$

$$=-\cancel{b}+\sqrt{3}-a-\cancel{\sqrt{2}}+\cancel{\sqrt{2}}+\cancel{b}-1+b$$

$$=b-a+\sqrt{3}-1$$

2) أ) إذا كان $a=\sqrt{2}-1$ و $b=\sqrt{2}$ فإنّ:

$$F=\sqrt{2}-\left(\sqrt{2}-1\right)+\sqrt{3}-1=\cancel{\sqrt{2}}-\cancel{\sqrt{2}}+\cancel{1}+\sqrt{3}-\cancel{1}=\sqrt{3}$$

ب) a و b متقابلان و $a=\sqrt{3}$ يعني $b=-a=-\sqrt{3}$

و منه : $F=-\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{3}-1=-\sqrt{3}-1$

3)إذا كانت $F=\sqrt{3}$ فإنّ: $b-a+\cancel{\sqrt{3}}-1=\cancel{\sqrt{3}}$

يعني $b-a=1$

تمرين عدد 6:

1) $$X=(a-1)-\left[\left(1-\sqrt{5}\right)-(2-b)\right]$$

$$=a\cancel{-1}\cancel{-1}+\sqrt{5}\cancel{+2}-b=a-b+\sqrt{5}$$

2)و بما أنّ $b-a=-\sqrt{5}$

فإنّ $X=-\left(-\sqrt{5}\right)+\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

3) X و b-1 متقابلان يعني: X + b-1=0

يعني $a-\cancel{b}+\sqrt{5}+\cancel{b}-1=0$

يعني $a+\sqrt{5}-1=0$

$a=1-\sqrt{5}$

تمرين عدد 7:

$$2\sqrt{2}\times\left(\frac{3}{2}\times\sqrt{2}\right)=\cancel{2}\sqrt{2}\sqrt{2}\cdot\frac{3}{\cancel{2}}=2\times3=6$$

$$\left(\frac{1}{3}\times\sqrt{3}\right)\times\left(-3\sqrt{3}\right)=\frac{1}{3}\times(-3)\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}=-3$$

$$\pi\times\frac{1}{5}\times\left(\frac{-1}{3\pi}\right)\times15=\pi\times\frac{1}{\pi}\times\frac{1}{5}\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times15=1\times(-1)=-1$$

$$\left(-5\times\sqrt{2}\right)\times\frac{2}{5}\times\sqrt{2}=-5\times\frac{1}{5}\times2\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=-4$$

$$\left(-\frac{3}{2}\times\sqrt{2}\right)\times\left[\frac{2}{15}\times\left(-2\sqrt{2}\right)\right]=(3)\times\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\times\cancel{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\frac{2}{15}=\frac{12}{15}$$

تمرين عدد 8:

1) $$a=-2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-1\right)+\sqrt{3}\times\left(3-\sqrt{3}\right)$$

$$=-\sqrt{3}+2+3\sqrt{3}-3$$

$$=\boxed{2\sqrt{3}-1}$$

$$b=5\left(\sqrt{2}+1\right)-2\sqrt{2}\left(5\sqrt{2}+1\right)$$

$$=5\sqrt{2}+5-20-2\sqrt{2}$$

$$=\boxed{3\sqrt{2}-15}$$

$$c=\left(\sqrt{2}-1\right)\sqrt{2}-\left(\sqrt{2}+1\right)\left(1-\sqrt{2}\right)$$

$$=2-\sqrt{2}-\sqrt{2}+2-1+\sqrt{2}$$

$$=\boxed{3-\sqrt{2}}$$

$$d=\frac{1}{2}\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(3+\cancel{\sqrt{3}}-\cancel{\sqrt{3}}-1\right)$$

$$=\boxed{1}$$

$$e=2\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+1\right)-3\sqrt{5}$$

$$=10+2\sqrt{5}-3\sqrt{5}$$

$$=\boxed{10-\sqrt{5}}$$

2) أ) $xy=\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)=1$ و منه x مقلوب y.

ب) $$xy=\left(-\sqrt{2}+2\right)\left(\frac{1}{2}\left(2+\sqrt{2}\right)\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(-\cancel{2\sqrt{2}}-2+4+\cancel{2\sqrt{2}}\right)=1$$

و منه x مقلوب y .

ج) $$xy=-\frac{1}{2}\left(1-\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)$$

$$=-\frac{1}{2}(1-3)=\frac{2}{2}=1$$

و منه x مقلوب y .

د) $$xy=\left[\left(\sqrt{2}-1\right)\left(2\sqrt{2}+1\right)-\sqrt{2}\right]\left[4-\sqrt{2}-\left(1-3\sqrt{2}\right)\right]$$

$$=\left(4+\cancel{\sqrt{2}}-2\sqrt{2}-1-\cancel{\sqrt{2}}\right)\left(4-\sqrt{2}-1+3\sqrt{2}\right)$$

$$=\left(3-2\sqrt{2}\right)\left(3+2\sqrt{2}\right)$$

$$=9+6\sqrt{2}-6\sqrt{2}-8=1$$

و منه x مقلوب y.

تمرين عدد 9:

$$a=\frac{\sqrt{2}}{2}\ ;\ b=\sqrt{2}$$

1) $a\times b=\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2}{2}=1$ و منه a مقلوب b

2)أ) $x=4+a\sqrt{2}-a\left(\sqrt{2}+2\right)\times b$

$=4+\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{2}+2\right)\sqrt{2}$

$=4+1-\sqrt{2}-2=3-\sqrt{2}$

$y=-(a+b)\times b+\sqrt{2}$

$=-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{2}\right)\sqrt{2}+\sqrt{2}$

$=-\frac{3\sqrt{2}}{2}\sqrt{2}+\sqrt{2}$

$=-3+\sqrt{2}$

ب) $x+y=3-\sqrt{2}-3+\sqrt{2}=0$ و منه x مقابل y

تمرين عدد 10:

1) $I=\sqrt{2}-\left[\sqrt{3}-\left(\sqrt{5}-\frac{2}{3}\right)+\frac{4}{3}\right]+\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)$

$=\sqrt{2}-\cancel{\sqrt{3}}+\cancel{\sqrt{5}}-\frac{2}{3}-\frac{4}{3}+\cancel{\sqrt{3}}-\cancel{\sqrt{5}}$

$=\sqrt{2}-\frac{6}{3}=\sqrt{2}-2$

2)أ) $I\times\left(\sqrt{2}+2\right)=\left(\sqrt{2}-2\right)\left(\sqrt{2}+2\right)=-2$

ب) الجذاء $I\times\left(\sqrt{2}+2\right)$ سالب و $\sqrt{2}+2\in\mathbb{R}_+$ و منه $I\in\mathbb{R}$

ج) $|I|=-I=-\left(\sqrt{2}-2\right)=2-\sqrt{2}$

3) $\left(x+\sqrt{2}\right)$ و I متقابلان يعني $I+\left(x+\sqrt{2}\right)=0$

يعني $\sqrt{2}-2-x+\sqrt{2}=0$

يعني $x=2-2\sqrt{2}$

تمرين عدد 11:

1) $\left(a\in\mathbb{R}_-\right)$

$3-a\in\mathbb{R}_+$ $\qquad$ $3{,}14-\pi\in\mathbb{R}_-$

$-1+\sqrt{2}\in\mathbb{R}_+$

$\frac{22}{7}-\pi\in\mathbb{R}_+$ $\qquad$ $\sqrt{2}-\sqrt{3}\in\mathbb{R}_-$

$-\sqrt{2}+2\sqrt{2}\in\mathbb{R}_+$ $\qquad$ $-\sqrt{2}+a\in\mathbb{R}_-$

2) $\frac{a}{1-\sqrt{3}}\in\mathbb{R}_+$

$A=\left|1-\sqrt{2}\right|+\left(1-\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}-1+1-\sqrt{2}=0$

$B=-\left|3-\sqrt{3}\right|-\left|3-\pi\right|=-\left(3-\sqrt{3}\right)-(\pi-3)$

$=-\cancel{3}+\sqrt{3}-\pi+\cancel{3}=\sqrt{3}-\pi$

$C=\left(-1+\sqrt{2}\right)-\left|\sqrt{2}-\sqrt{3}\right|-\left|-1+3\right|$

$=-1+\sqrt{2}-\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)-2=2\sqrt{2}-\sqrt{3}-3$

$D=\left|\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}\right|-\frac{1}{\left|\sqrt{2}+1\right|}=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}-\frac{1}{\sqrt{2}+1}$

$=1-\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right)}{1}$

$=2-\sqrt{2}$

$E=\left|\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}-\frac{1}{\sqrt{2}+1}\right|=\left|\frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+1\right)-\left(\sqrt{2}-1\right)}{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)}\right|$

$=\left|\frac{2+\cancel{\sqrt{2}}-\cancel{\sqrt{2}}+1}{1}\right|=3$

تمرين عدد 12:

$a=-3\sqrt{2}+\sqrt{8}-\sqrt{32}$
$=-3\sqrt{2}+2\sqrt{2}-4\sqrt{2}$
$=-5\sqrt{2}$

$c=2\sqrt{125}-3\sqrt{75}+\sqrt{500}$
$=10\sqrt{5}-15\sqrt{5}+10\sqrt{5}$
$=5\sqrt{5}$

$b=\sqrt{20}-\sqrt{45}+5\sqrt{5}$
$=2\sqrt{5}-3\sqrt{5}+5\sqrt{5}$
$=4\sqrt{5}$

$d=\sqrt{125}-\sqrt{5}=5\sqrt{5}-\sqrt{5}$
$=4\sqrt{5}$

$e=-\sqrt{20}+3\sqrt{3}\sqrt{15}+6\sqrt{5}$
$=-2\sqrt{5}+3\sqrt{3}\sqrt{3}\sqrt{5}-6\sqrt{5}$
$=-2\sqrt{5}+9\sqrt{5}-6\sqrt{5}=\sqrt{5}$

$g=-2\sqrt{18}+\sqrt{200}-\sqrt{8}$
$=-6\sqrt{2}+10\sqrt{2}-2\sqrt{2}$
$=2\sqrt{2}$

$f=-\sqrt{50}+\sqrt{32}+\sqrt{72}$
$=-5\sqrt{2}+4\sqrt{2}+6\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

$h=\sqrt{8}+\sqrt{12}-\sqrt{27}+\sqrt{2}$
$=2\sqrt{2}+2\sqrt{3}-3\sqrt{3}+\sqrt{2}$
$=3\sqrt{2}-\sqrt{3}$

$I=-\sqrt{162}-\sqrt{12}+\sqrt{50}+\sqrt{27}$
$=-9\sqrt{2}-2\sqrt{3}+5\sqrt{2}+3\sqrt{3}$
$=-4\sqrt{2}+\sqrt{3}$

$K=\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{45}}\times\sqrt{\frac{16}{7}}\times\sqrt{\frac{7}{9}}$
$=\frac{4\cancel{\sqrt{5}}}{3\cancel{\sqrt{5}}}\times\frac{4}{\cancel{\sqrt{7}}}\times\frac{\cancel{\sqrt{7}}}{3}=\frac{16}{9}$

$J=\sqrt{\frac{50}{63}}\times\sqrt{\frac{7}{2}}$
$=\frac{5\cancel{\sqrt{2}}}{3\cancel{\sqrt{7}}}\times\frac{\cancel{\sqrt{7}}}{\cancel{\sqrt{2}}}=\frac{5}{3}$

تمرين عدد 13:

أ) $xy=\frac{\sqrt{8}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=1$

و منه x مقلوب y .

ب)

$$xy=\left(3+2\sqrt{2}\right)\left(3-2\sqrt{2}\right)=9-6\sqrt{2}+6\sqrt{2}-8=1$$

و منه x مقلوب y.

ج) $$xy=\left(2\sqrt{7}-3\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{28}+\sqrt{27}\right)$$
$$=\left(2\sqrt{7}-3\sqrt{3}\right)\left(2\sqrt{7}+3\sqrt{3}\right)$$
$$=28-27=1$$

و منه x مقلوب y

د) $$xy=\left(\sqrt{80}+\sqrt{81}\right)\left(9-2\sqrt{20}\right)$$
$$=\left(4\sqrt{5}+9\right)\left(9-4\sqrt{5}\right)$$
$$=81-80=1$$

و منه x مقلوب y

هـ)

$$xy=\left(2\sqrt{3}-\sqrt{11}\right)\left(2\sqrt{12}+\sqrt{27}-\sqrt{75}+\sqrt{11}\right)$$
$$=\left(2\sqrt{3}-\sqrt{11}\right)\left(4\sqrt{3}+3\sqrt{3}-5\sqrt{3}+\sqrt{11}\right)$$
$$=\left(2\sqrt{3}-\sqrt{11}\right)\left(2\sqrt{3}+\sqrt{11}\right)=12-11=1$$

و منه x مقلوب y

تمرين عدد 14:

$|x|-\frac{1}{2}=-\frac{1}{3}$ يعني $|x|=-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$

يعني $|x|=\frac{1}{6}$ يعني $x=-\frac{1}{6}$ أو $x=\frac{1}{6}$

$|x+\pi|=\pi$ يعني $x+\pi=-\pi$ أو $x+\pi=\pi$

يعني $x=0$ أو $x=-2\pi$

$\sqrt{5}x-5=0$ يعني $x=\frac{5}{\sqrt{5}}$ يعني $x=\sqrt{5}$

$-x+\sqrt{2}=0$ يعني $x=\sqrt{2}$

$x\left(1+\sqrt{2}\right)=1$ يعني $x=\frac{1}{1+\sqrt{2}}$

يعني $x=\frac{1-\sqrt{2}}{-1}$ يعني $x=\sqrt{2}-1$

$\sqrt{2x-1}=2\sqrt{3}$ يعني $\sqrt{2x-1}=\sqrt{12}$

يعني $2x-1=12$ يعني $x=\frac{13}{2}$

$\sqrt{x}=2\sqrt{2}$ يعني $\sqrt{x}=\sqrt{8}$ يعني $x=8$

يعني $|x|=\pi-3,14$

$|x|-\pi=3,14$

يعني $x=\pi+3,14$ أو $x=3,14-\pi$

$\left|x-\sqrt{2}\right|=2\sqrt{2}$

يعني $x-\sqrt{2}=2\sqrt{2}$ أو $x-\sqrt{2}=-2\sqrt{2}$

يعني $x=3\sqrt{2}$ أو $x=-\sqrt{2}$

$\sqrt{2}x-\sqrt{2}=\sqrt{2}$ يعني $\sqrt{2}x=2\sqrt{2}$ يعني $x=2$

$-x\sqrt{2}=1$ يعني $x=-\frac{1}{\sqrt{2}}$ يعني $x=\frac{-\sqrt{2}}{2}$

$\left(x+\sqrt{2}\right)+1=0$ يعني $x=-1-\sqrt{2}$

• $\sqrt{\left(\sqrt{2}x-3\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{8}$ يعني $\left|\sqrt{2}x-3\sqrt{2}\right|=2\sqrt{2}$

يعني $\sqrt{2}x-3\sqrt{2}=2\sqrt{2}$ أو $\sqrt{2}x-3\sqrt{2}=-2\sqrt{2}$

يعني $x=\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=5$ أو $x=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=1$

$(2x-1)^2=9$

يعني $2x-1=3$ أو $2x-1=-3$

يعني $x=2$ أو $x=-1$

تمرين عدد 15:

$$a=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right)}{2}=\frac{2-\sqrt{2}}{2}$$

$$b=\frac{3\sqrt{3}-6}{\sqrt{3}-2}=\frac{\left(3\sqrt{3}-6\right)\left(\sqrt{3}+2\right)}{\left(\sqrt{3}-2\right)\left(\sqrt{3}+2\right)}$$
$$=\frac{9+\cancel{6\sqrt{3}}-\cancel{6\sqrt{3}}-12}{-1}=3$$

$$c=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}=\frac{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)}$$
$$=3-2\sqrt{2}$$

$$d=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}+1}{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)}=\sqrt{2}+1$$

$$e=\frac{2\sqrt{2}+3}{-2\sqrt{2}+3}=\frac{\left(2\sqrt{2}+3\right)\left(-2\sqrt{2}-3\right)}{\left(-2\sqrt{2}+3\right)\left(-2\sqrt{2}-3\right)}$$
$$=\frac{-8-6\sqrt{2}-6\sqrt{2}-9}{-1}=17+12\sqrt{2}$$

$$f=\frac{5\sqrt{5}-10}{3\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}\left(5\sqrt{5}-10\right)}{3\sqrt{5}\sqrt{5}}$$
$$=\frac{25-10\sqrt{5}}{15}=\frac{5-2\sqrt{5}}{3}$$

$$g=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}-\frac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$$
$$=\frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+1\right)}{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)}-\frac{\sqrt{3}\left(2+\sqrt{3}\right)}{\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)}$$
$$=2+\sqrt{2}-3-2\sqrt{3}=-1+\sqrt{2}-2\sqrt{3}$$

$$h=\frac{\dfrac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}-1}}{\dfrac{\sqrt{5}+2}{2\sqrt{5}-2}}=\frac{\dfrac{\left(\sqrt{5}-2\right)\left(\sqrt{5}+1\right)}{\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)}}{\dfrac{\left(\sqrt{5}+2\right)\left(2\sqrt{5}+2\right)}{\left(2\sqrt{5}-2\right)\left(2\sqrt{5}+2\right)}}$$
$$=\frac{\dfrac{5+\sqrt{5}-2\sqrt{5}-2}{4}}{\dfrac{10+2\sqrt{5}+4\sqrt{5}+4}{16}}=\frac{3-\sqrt{5}}{4}\times\frac{16}{14+6\sqrt{5}}$$
$$=\frac{4\left(3-\sqrt{5}\right)}{14+6\sqrt{5}}=\frac{2\left(3-\sqrt{5}\right)}{7+3\sqrt{5}}$$
$$=\frac{2\left(3-\sqrt{5}\right)\left(7-3\sqrt{5}\right)}{\left(7+3\sqrt{5}\right)\left(7-3\sqrt{5}\right)}=\frac{2\left(36-16\sqrt{5}\right)}{4}=18-8\sqrt{5}$$

أو

$$h=\frac{\left(\sqrt{5}-2\right)\left(2\sqrt{5}-2\right)}{\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+2\right)}=\frac{14-6\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$$
$$=\frac{\left(14-6\sqrt{5}\right)\left(3-\sqrt{5}\right)}{4}=\frac{72-32\sqrt{5}}{4}$$
$$=18-8\sqrt{5}$$

تمرين عدد 16:

1) $b=\sqrt{(-5)^2}-\sqrt{(-2+5)^2}+\sqrt{(-2)^2}$
$=5-3+2=4$

2) أ) $a=2\sqrt{81x^2(2-4x)^2}-3\sqrt{25(2x-1)^2}$
$=2\sqrt{\left[9x(2-4x)\right]^2}-3\sqrt{\left[5(2x-1)\right]^2}$
$=2|9x(2-4x)|-3|5(2x-1)|$
$=18|x(2-4x)|-15|2x-1|$
$=18|x||-2(2x-1)|-15|2x-1|$
$=18|x|\times2\times|2x-1|-15|2x-1|$
$=|2x-1|\left[36|x|-15\right]$
$=3|2x-1|(12|x|-5)$

ب) إذا كان $x=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$ فإنّ:

$$a=3\left|2\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)-1\right|\left(12\left|1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right|-5\right)$$
$$=3\left|2-\sqrt{2}-1\right|\left(12\left|\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right|-5\right)$$
$$=3\left(\sqrt{2}-1\right)\left(12\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)-5\right)$$
$$=3\left(\sqrt{2}-1\right)\times\left(12-6\sqrt{2}-5\right)$$
$$=3\left(\sqrt{2}-1\right)\left(7-6\sqrt{2}\right)$$
$$=3\left(7\sqrt{2}-12-7+6\sqrt{2}\right)$$
$$=3\left(13\sqrt{2}-19\right)$$

ج) إذا كان $|x|=2$ و $|2x^2-x|=6$

$|2x^2-x|=6$ يعني $|x(2x-1)|=6$

يعني $|x||2x-1|=6$ يعني $|2x-1|=3$

و منه $a=3\times3\times(12\times2-5)$
$=9\times(24-5)=9\times19=171$

تمرين عدد 17:

$|x|=6$ و $|x-1|=7$
$|x^2-x|=|x(x-1)|$
$=|x||x-1|=6\times7=42$
$\sqrt{\left(x^2-x\right)^2}=|x^2-x|=42$

تمرين عدد 18:

1) $A=\left(2-\sqrt{3}\right)\left(4+\sqrt{3}\right)-2-\sqrt{3}$
$B=3-\sqrt{50}+\sqrt{8}$

$$A = 8+2\sqrt{3}-4\sqrt{3}-3-2-\sqrt{3}$$
$$= 3-3\sqrt{3}$$
$$= 3\left(1-\sqrt{3}\right)$$
$$B = 3-\sqrt{50}+\sqrt{8}$$
$$= 3-5\sqrt{2}+2\sqrt{2}$$
$$= 3-3\sqrt{2}$$
$$= 3(1-\sqrt{2})$$

2) $$A\times B = 3\left(1-\sqrt{2}\right)\left(3\left(1-\sqrt{3}\right)\right)$$
$$= 9\left(1-\sqrt{2}\right)\left(1-\sqrt{3}\right)$$

3) $$-A\left(\sqrt{3}+1\right)-B\left(\sqrt{2}+1\right)$$
$$= -3\left(1-\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)-3\left(1-\sqrt{2}\right)\left(1+\sqrt{2}\right)$$
$$= -3\times(-2)-3\times(-1) = 9$$

و منه:

$$\left[-A\left(\sqrt{3}+1\right)-B\left(\sqrt{2}+1\right)\right]\times 2^{2010} = 9\times 2^{2010}$$

لدينا 3 يقسم 9×2^{2010} لأنّه يقسم العدد 9

4 يقسم 9×2^{2010} لأنّه يقسم العدد 2^{2010}

3 و 4 أوّليّان فيما بينهما

⇐ إذن $3\times 4 = 12$ يقسم العدد

$$\left[-A\left(\sqrt{3}+1\right)-B\left(\sqrt{2}+1\right)\right]2^{2010} = 9\times 2^{2010}$$

تمرين عدد 19:

1) $$a = \sqrt{9}-\sqrt{18}+\sqrt{50}$$
$$= 3-3\sqrt{2}+5\sqrt{2}$$
$$= 3+2\sqrt{2}$$
$$b = \left(1+\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{2}-1\right)-\sqrt{18}$$
$$= 2\sqrt{2}-1+4-\sqrt{2}-3\sqrt{2}$$
$$= 3-2\sqrt{2}$$

2)أ) $$ab = \left(3+2\sqrt{2}\right)\left(3-2\sqrt{2}\right)$$
$$= 9-8 = 1$$

و منه a مقلوب b

ب) لدينا الجذاء ab عدد موجب و a عدد موجب

و منه العدد b عدد موجب.

ج) $$\left|a\left(b+1\right)\right|-\left|b\right| = \left|a\right|\left|b+1\right|-\left|b\right|$$
$$= a\left(b+1\right)-b = ab+a-b$$

3) $$\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)\times 15\sqrt{2} = (a-b)15\sqrt{2}$$
$$= \left(\cancel{3}+2\sqrt{2}-\cancel{3}+2\sqrt{2}\right)15\sqrt{2}$$
$$= 4\sqrt{2}\times 15\sqrt{2} = 120$$

و العدد 120 يقبل القسمة على 6.

تمرين عدد 20:

1) $$x = \sqrt{6}\left(3\sqrt{3}-\sqrt{\frac{16}{3}}\right)+\left(1-2\sqrt{8}\right)$$
$$= \sqrt{2}\sqrt{3}\left(3\sqrt{3}-\frac{4}{\sqrt{3}}\right)+1-4\sqrt{2}$$
$$= 9\sqrt{2}-4\sqrt{2}+1-4\sqrt{2}$$
$$= 1+\sqrt{2}$$
$$y = \left(8+\sqrt{50}\right)-\left(9+4\sqrt{2}\right)$$
$$= 8+5\sqrt{2}-9-4\sqrt{2} = -1+\sqrt{2}$$

2) $$xy = \left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right) = 2-1 = 1$$

و منه x مقلوب y

3) $$\frac{\sqrt{2}}{x}+\frac{1}{y} = \sqrt{2}\times\frac{1}{x}+\frac{1}{y} = \sqrt{2}y+x$$
$$= \sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right)+\sqrt{2}+1$$
$$= 2-\cancel{\sqrt{2}}+\cancel{\sqrt{2}}+1$$
$$= 3\in\mathbb{N}$$

4) $$x\times\left(y-\frac{1}{x}\right) = x(y-y) = 0 \qquad \left(\frac{1}{x} = y\right)$$

تمرين عدد 21:

$$a = 2x-\sqrt{2} = \sqrt{2}\sqrt{2}x-\sqrt{2}$$
$$= \sqrt{2}\left(\sqrt{2}x-1\right)$$
$$b = \sqrt{5}x-\sqrt{20} = \sqrt{5}x-2\sqrt{5}$$
$$= \sqrt{5}\left(x-2\right)$$
$$c = 2x\left(x-1\right)-3\left(x-1\right) = \left(x-1\right)\left(2x-3\right)$$
$$d = \sqrt{2}\left(x-\sqrt{2}\right)-\sqrt{5}x+\sqrt{2}\sqrt{5}$$
$$= \sqrt{2}\left(x-\sqrt{2}\right)-\sqrt{5}\left(x-\sqrt{2}\right)$$
$$= \left(x-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)$$

$e=\left(2x-\sqrt{3}\right)(x+1)-(x-1)\left(\sqrt{3}-2x\right)$

$=\left(2x-\sqrt{3}\right)\left(x+\cancel{1}+x-\cancel{1}\right)$

$=2x\left(2x-\sqrt{3}\right)$

$f=\left(x-\sqrt{3}\right)\left(2x-\sqrt{3}\right)-\sqrt{3}\left(x-\sqrt{3}\right)$

$=\left(x-\sqrt{3}\right)\left(2x-\sqrt{3}-\sqrt{3}\right)=\left(x-\sqrt{3}\right)\left(2x-2\sqrt{3}\right)$

$=2\left(x-\sqrt{3}\right)^2$

$g=(2x-4)(x-1)-6(x+1)(x-2)$

$=(x-2)\left(2(x-1)\right)-6(x+1)$

$=(x-2)(-4\times-8)$

$=-4(x-2)(x+2)$

$h=(3x-15)\left(2x+\sqrt{2}\right)-(2x-10)\left(x-2\sqrt{2}\right)$

$=3(x-5)\left(2x+\sqrt{2}\right)-2(x-5)\left(x-2\sqrt{2}\right)$

$=(x-5)\left(6x+3\sqrt{2}-2x+4\sqrt{2}\right)$

$=(x-5)\left(4x+7\sqrt{2}\right)$

تمرين عدد 22:

$E=\sqrt{3}x-3$ $\quad F=2\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}\right)$

1) أ) إذا كان $x=\frac{\sqrt{3}}{3}$ فإنّ: $E=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}-3=1-3=-2$

ب) إذا كان $x=2$ فإنّ:

$F=2\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)=2(4-3)=2$

2) أ) $E=\sqrt{3}x-3=\sqrt{3}x-\sqrt{3}\sqrt{3}=\sqrt{3}\left(x-\sqrt{3}\right)$

ب) $F-E=2\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}\right)-\sqrt{3}\left(x-\sqrt{3}\right)$

$=\left(x-\sqrt{3}\right)\left(2x+2\sqrt{3}-\sqrt{3}\right)$

$=\left(x-\sqrt{3}\right)\left(2x+\sqrt{3}\right)$

3) إذا كان $E=F$ فإنّ: $E-F=0$ و منه:

$\left(x-\sqrt{3}\right)\left(2x+\sqrt{3}\right)=0$

يعني $2x+\sqrt{3}=0$ أو $x-\sqrt{3}=0$

يعني $x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ أو $x=\sqrt{3}$

تمرين عدد 23:

1) أ) $E=-2\sqrt{2}\left(\sqrt{2}x-1\right)+\sqrt{2}\left(\sqrt{2}x-1\right)$

$E=\left(\sqrt{2}x-1\right)\left[-2\sqrt{2}+\sqrt{2}\right]$

$=\left(\sqrt{2}x-1\right)\left(-\sqrt{2}\right)$

$=-2x+\sqrt{2}=\sqrt{2}-2x$

ب) $E=0$ يعني $-2x+\sqrt{2}=0$

يعني $-2x=-\sqrt{2}$ يعني $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

2) أ) $E=\sqrt{2}-2x=\sqrt{2}-\sqrt{2}\sqrt{2}x$

$=\sqrt{2}\left(1-\sqrt{2}x\right)$

ب) إذا كان $x=0$ فإنّ:

$E=\sqrt{2}\left(1-\sqrt{2}\times0\right)=\sqrt{2}$

3) أ) $F=3\left(\sqrt{2}x-1\right)-\sqrt{2}\left(\sqrt{2}x-1\right)$

$=\left(\sqrt{2}x-1\right)\left(3-\sqrt{2}\right)$

ب) $E+F=\sqrt{2}\left(1-\sqrt{2}x\right)+\left(\sqrt{2}x-1\right)\left(3-\sqrt{2}\right)$

$=-\sqrt{2}\left(\sqrt{2}x-1\right)+\left(\sqrt{2}x-1\right)\left(3-\sqrt{2}\right)$

$=\left(\sqrt{2}x-1\right)\left(-\sqrt{2}+3-\sqrt{2}\right)$

$=\left(3-2\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}x-1\right)$

ج) E و F متقابلان يعني $E+F=0$

يعني $\left(3-2\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}x-1\right)=0$

يعني $\sqrt{2}x-1=0$

يعني $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

تمارين الاختيار من متعدد:

1) $-\sqrt{8}+\sqrt{18}=\sqrt{2}$

2) $\sqrt{3}\times2\sqrt{3}=6$

3) $\left|\pi-3,14\right|=\pi-3,14$

4) مقابل العدد $-1+\sqrt{2}$ هو العدد $\sqrt{2}-1$

5) $a=0$

6) مقلوب العدد الحقيقي $\frac{\sqrt{5}}{5}$ هو $\sqrt{5}=\frac{5}{\sqrt{5}}$

7) العدد $3+2\sqrt{2}$ هو مقلوب $3-2\sqrt{2}$ و $3+2\sqrt{2}=\left|2\sqrt{2}-3\right|$

8) x مقابل y.

9) $\sqrt{2}+\sqrt{8}=3\sqrt{2}$

10) $MN=1+\sqrt{2}$

$\sqrt{-9+25}=4$

(11

(12 $\frac{x}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$ يعني x= 1

(13 $\sqrt{x^2}=\left(\sqrt{x}\right)^2$ يعني $x\in\mathbb{R}_+$

(14 $\sqrt{(x-1)^2}=1$ يعني x=0 أو x=2

(15 $\sqrt{\left(|x|+1\right)^2}=1$ يعني x=0

الدرس 4: القوى في مجموعة الأعداد الحقيقيّة

تمرين عدد 1:

$$\left(-\sqrt{2}\right)^{-2}\in\mathbb{R}_+ \;/\; (-1)^{2011}\in\mathbb{R}_-$$

$$(-\pi)^3\times(-\pi)^{-4}\in\mathbb{R}_-$$

$$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{101}\times\left(-\sqrt{2}\right)\in\mathbb{R}_+$$

$$-(-1)^{2011}\in\mathbb{R}_+ \;/\; \left(-\sqrt{2}\right)^{-50}\in\mathbb{R}_+$$

$$(-a)^{51}\in\mathbb{R}_+ \;/\; a^{201}\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^5\in\mathbb{R}_+$$

$$\left(\frac{a}{-\sqrt{2}}\right)^5\in\mathbb{R}_+ \;/\; a^{10}\times\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^4\in\mathbb{R}_+$$

$\left[\frac{a^n}{(-a)^n}\in\mathbb{R}_+\right.$ (n زوجي)$\left.\right]$ / $\left[-a^{-n}\in\mathbb{R}_-\right.$ (n زوجي)$\left.\right]$ / $\left[\left(-a^n\in\mathbb{R}_+\right)\right.$ (n فردي)$\left.\right]$

$a^3b^5\in\mathbb{R}_-$ $\left[\frac{-a^n}{(-a)^n}\in\mathbb{R}_+\right.$ (n فردي)$\left.\right]$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2\in\mathbb{R}_+ \qquad \frac{-a^2}{b^2}\in\mathbb{R}_-$$

$$-a^8\times b\in\mathbb{R}_- \;/\; -a^7\times b^7\in\mathbb{R}_+$$

تمرين عدد 2:

$$\left(-\sqrt{2}\right)^2=2 \;;\; \left(\sqrt{2}\right)^{-2}=\frac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^2}=\frac{1}{2}$$

$$10^{-4}\times\frac{1}{10^{-4}}=1 \;;\; (-1)^{2011}=-1$$

$$(2011)^0=1 \;;\; \left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-2}=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$$

$$\left(2\sqrt{2}\right)^2=4\times2=8$$

$$\left(3\sqrt{2}\right)^{-2}=\frac{1}{\left(3\sqrt{2}\right)^2}=\frac{1}{9\times2}=\frac{1}{18}$$

$$\left(\sqrt{2}\right)^3=2\sqrt{2}$$

$$\left(\sqrt{3}\right)^{-3}=\frac{1}{\left(\sqrt{3}\right)^3}=\frac{1}{3\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{9}$$

$$\left(5\sqrt{5}\right)^{-2}=\frac{1}{\left(5\sqrt{5}\right)^2}=\frac{1}{125}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-4}=\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^4=\left(\sqrt{2}\right)^4=4$$

تمرين عدد 3:

$$A=-\sqrt{2}^2-\left(\sqrt{3}\right)^2=-2-3=-5$$

$$B=\left(\sqrt{2}\right)^{-2}+\left(2\sqrt{5}\right)^{-1}\times\sqrt{5}$$

$$=\frac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^2}+\frac{1}{2\cancel{\sqrt{5}}}\times\cancel{\sqrt{5}}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$$

$$C=\frac{2}{\sqrt{3}}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-2}-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-1}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{3}}\times\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2-\frac{2}{\sqrt{3}} \quad =\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^3-\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$=\frac{8}{3\sqrt{3}}-\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2}{3\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{9}$$

$$D=\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^{-2}\times\sqrt{2}-\left(-\sqrt{2}\right)^3=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\times\sqrt{2}+2\sqrt{2}$$

$$=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}+2\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}+2\sqrt{2}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$E:\left(\sqrt{3}\right)^{-2}\times\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}\left(\sqrt{2}\right)^{-2}-(-1)^7\times3^{-1}$$

$$=\frac{1}{3}\times(-8)\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{-4}{3}+\frac{1}{3}=-1$$

$$F\;\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^{-2}-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\left(\frac{5}{\sqrt{2}}\right)^2-\frac{1}{2}$$

$$=\frac{25}{2}-\frac{1}{2}=\frac{24}{2}=12$$

$$G=\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-1}\times 5\sqrt{5}=-\sqrt{5}\times 5\sqrt{5}=-25$$

$$H=\left[\sqrt{2}^{-3}-\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-1}\right]^{-2}=\left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{3}-\frac{3}{\sqrt{2}}\right]^{-2}$$

$$=\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}-\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^{-2}=\left(\frac{-5}{2\sqrt{2}}\right)^{-2}=\left(-\frac{2\sqrt{2}}{5}\right)^{2}=\frac{8}{25}$$

$$I=\left[1-\left(-\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{2}+\left(\sqrt{\frac{2}{9}}\right)^{-2}\right]^{-3}$$

$$=\left(1-\frac{2}{9}+\frac{9}{2}\right)^{-3}=\left(\frac{95}{18}\right)^{-3}=\left(\frac{18}{95}\right)^{3}$$

$$J=\left[\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{-1}.\frac{5}{\sqrt{5}}-\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^{-2}\right]^{-2}$$

$$=\left(\frac{\cancel{\sqrt{5}}}{2}.\frac{5}{\cancel{\sqrt{5}}}-\frac{5}{2}\right)^{-2}=0$$

$$K=\frac{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-1}+\sqrt{50}}{\sqrt{18}+2\left(\sqrt{\frac{1}{8}}\right)^{-1}}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{50}}{3\sqrt{2}+2\times 2\sqrt{2}}$$

$$=\frac{\sqrt{2}+5\sqrt{2}}{3\sqrt{2}+4\sqrt{2}}=\frac{6\cancel{\sqrt{2}}}{7\cancel{\sqrt{2}}}=\frac{6}{7}$$

$$L=\frac{\left(\frac{-2\sqrt{3}}{3}\right)^{-1}+\sqrt{12}}{\left(\sqrt{27}\right)^{-1}}=\frac{\frac{-3}{2\sqrt{3}}+2\sqrt{3}}{\frac{1}{3\sqrt{3}}}$$

$$=3\sqrt{3}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{4\sqrt{3}}{2}\right)=3\sqrt{3}\times\frac{3\sqrt{3}}{2}=\frac{27}{2}$$

تمرين عدد 4:

1)
$$a=\sqrt{600}-5\sqrt{6}-\sqrt{24}$$
$$b=6\sqrt{2}+\sqrt{18}-\sqrt{32}$$
$$a=10\sqrt{6}-5\sqrt{6}-2\sqrt{6}=3\sqrt{6}$$
$$b=6\sqrt{2}+3\sqrt{2}-4\sqrt{2}=5\sqrt{2}$$

2)أ) $a^{-2}=\left(3\sqrt{6}\right)^{-2}=\left(\frac{1}{3\sqrt{6}}\right)^{2}=\frac{1}{9\times 6}=\frac{1}{54}$

$$b^{2}=\left(5\sqrt{2}\right)^{2}=50$$

ب) $\left(\frac{b}{a}\right)^{2}\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-2}=\left(\frac{a}{b}\right)^{-2}\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-2}$

$$=\left(\frac{a}{b}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-2}=\left(\frac{3\sqrt{6}}{5\cancel{\sqrt{2}}}\times\frac{\cancel{\sqrt{2}}}{2}\right)^{-2}=\left(\frac{3\sqrt{6}}{10}\right)^{-2}$$

$$=\left(\frac{10}{3\sqrt{6}}\right)^{2}=\frac{100}{54}=\frac{50}{27}$$

3) $\left(\frac{-b}{5\sqrt{6}}\right)^{-1}+\frac{a\sqrt{18}}{18}=\frac{-5\sqrt{6}}{b}+\frac{a\sqrt{18}}{18}$

$$=\frac{-\cancel{5}\sqrt{6}}{\cancel{5}\sqrt{2}}+\cancel{3}\sqrt{6}\times\frac{1}{\cancel{3}\sqrt{2}}=-\sqrt{3}+\sqrt{3}=0$$

و منه العددان $\left(\frac{-b}{5\sqrt{6}}\right)^{-1}$ و $\frac{a\sqrt{18}}{18}$ متقابلان.

4) $\frac{a^{2}b}{\sqrt{18}}-5\sqrt{6}\,a=\frac{a}{\sqrt{18}}ab-\frac{5\sqrt{6}}{b}ab$

$$=ab\left(\frac{a}{\sqrt{18}}-\frac{5\sqrt{6}}{b}\right)$$

$$=ab\left(\frac{a\sqrt{18}}{18}+\left(\frac{-b}{5\sqrt{6}}\right)^{-1}\right)=ab\times 0=0$$

تمرين عدد 5:

1) $A=\left(5\sqrt{2}+7\right)^{-1}-\sqrt{2}\times\left(5\sqrt{2}-7\right)^{-1}$

$$=\frac{1}{7+5\sqrt{2}}-\sqrt{2}\frac{1}{5\sqrt{2}-7}=\frac{7-5\sqrt{2}-\sqrt{2}\left(5\sqrt{2}+7\right)}{\left(7+5\sqrt{2}\right)\left(7-5\sqrt{2}\right)}$$

$$=\frac{7-5\sqrt{2}-10-7\sqrt{2}}{-1}=\frac{-3-12\sqrt{2}}{-1}=3+12\sqrt{2}$$

$$B=\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\times\frac{1}{8}\times\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^{-2}+\left(\sqrt{2}^{-2}\right)\right]$$

$$=\cancel{2}^{3}\times\frac{1}{\cancel{8}}\times\left(\frac{4}{9}+\frac{1}{2}\right)=\frac{4}{9}+\frac{1}{2}=\frac{8+9}{18}=\frac{17}{18}$$

$$C=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-2}-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2}=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{2}-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2}$$

$$=\frac{4}{3}-\frac{3}{4}=\frac{16-9}{12}=\frac{7}{12}$$

1) $D=\left(5\sqrt{5}\right)^{-3}\times\left(\sqrt{5}\right)^{-1}=\left(\frac{1}{5\sqrt{5}}\right)^{3}\times\frac{1}{\sqrt{5}}$

$=\frac{1}{625\sqrt{5}}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{1}{3125}$

2) $x=12\times10^{-3}+125\times10^{-4}-125\times10^{-5}$

$=0,012+0,0125-0,00125$

$=0,01325=1,325\times10^{-2}$

$y=0,17\times10^{5}-3,5\times10^{-2}\times2\times10^{5}$

$=0,17\times10^{5}-7\times10^{3}$

$=17000-7000=10000=10^{4}$

$z=0,15\times10^{-3}\times7\times10^{5}=1,05.10^{2}$

تمرين عدد 6:

1) أ) $x=\left(\sqrt{2}+1\right)^{2}\ ;\ y=(\sqrt{2}-1)^{2}$

$\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)=2-\sqrt{2}+\sqrt{2}-1=1$

ب) $xy=\left(\sqrt{2}+1\right)^{2}\left(\sqrt{2}-1\right)^{2}$

$=\left[\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)\right]^{2}=1^{2}=1$

و منه x مقلوب y.

ج) $x^{10}\times y^{10}=(x\times y)^{10}=1^{10}=1$

و منه x^{10} مقلوب y^{10}

2) ليكن n عددا صحيحا طبيعيّا.

$x^{n}\times x^{-n}=x^{n}\times\frac{1}{x^{n}}=\left(\frac{x}{x}\right)^{n}=1$

و منه x^{n} هو مقلوب x^{-n} .

3) أ) $(2\sqrt{2}-3)(2\sqrt{2}+3)=8+\cancel{6\sqrt{2}}-\cancel{6\sqrt{2}}-9=-1$

و منه $2\sqrt{2}-3$ ليس مقلوب $2\sqrt{2}+3$

$\left(2\sqrt{2}+3\right)^{2011}\times\left(2\sqrt{2}-3\right)^{2012}$

$=\left(2\sqrt{2}+3\right)^{2011}\times\left(2\sqrt{2}-3\right)\left(2\sqrt{2}-3\right)^{2011}$

$=\left(2\sqrt{2}-3\right)\left[\left(2\sqrt{2}+3\right)\left(2\sqrt{2}-3\right)\right]^{2011}$

$=\left(2\sqrt{2}-3\right)(-1)^{2011}$

$=-\left(2\sqrt{2}-3\right)=3-2\sqrt{2}$

تمرين عدد 7:

1) أ) $E=(a+1)(a+2)\ \ ;\ \ F=(a+3)(a+4)$

$E=(a+1)(a+2)=a^{2}+2a+a+2=a^{2}+3a+2$

$F=(a+3)(a+4)=a^{2}+4a+3a+12=a^{2}+7a+12$

2) إذا كان $a=\left(2\sqrt{12}^{-1}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-2}$ فإنّ:

$E=[(2\sqrt{12}^{-1}+\frac{1}{\sqrt{3}})^{-2}]^{2}+3(2\sqrt{12}^{-1}+\frac{1}{\sqrt{3}})^{-2}+2$

$=\left(\frac{2}{\sqrt{12}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-4}+3\left(\frac{2}{\sqrt{12}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-2}+2$

$=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-4}+3\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-2}+2$

$=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{4}+3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2}+2$

$=\frac{9}{16}+3.\frac{3}{4}+2$

$=\frac{9}{16}+\frac{36}{16}+\frac{32}{16}=\frac{77}{16}$

3) $F-E=\cancel{a^{2}}+7a+12-\cancel{a^{2}}-3a-2$

$=4a+10$

4) m و n و p و t أعداد صحيحة طبيعيّة متتالية يعني:

$n=m+1$ و $p=n+1=m+2$

و $t=p+1=m+3$

$p\times t-m\times n=(m+2)(m+3)-m(m+1)$

ليكن $m=a+1$ إذن :

$pt-m\times n=(a+4)(a+3)-(a+1)(a+2)$

$=F-E=4a+10$

$4a+10=4562$ يعني $a=1138$ و منه :

m=1138 +1 = 1139 , n=1140 ; p = 1141 ; t=1142

تمرين عدد 8:

$\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{3}\times\left(\frac{-3}{\sqrt{2}}\right)^{3}=\left(\frac{\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{3}}\times\left(\frac{-\cancel{3}}{\cancel{\sqrt{2}}}\right)\right)^{3}=(-1)^{3}=-1$

$\left(\sqrt{12}\right)^{2}\times\left(\frac{\sqrt{27}}{2}\right)^{2}=\left(\cancel{2}\sqrt{2}\times\frac{3\sqrt{3}}{\cancel{2}}\right)^{2}=\left(3\sqrt{6}\right)^{2}$

$(2\pi)^{7}\times(\pi^{-7})=(2\pi)^{7}\times\frac{1}{\pi^{7}}=\left(\frac{2\pi}{\pi}\right)^{7}=2^{7}$

$$\left(\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^{-5}\times\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-5}=\left(\frac{\cancel{\sqrt{5}}}{2}\times\frac{1}{\cancel{\sqrt{5}}}\right)^{-5}=\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}=2^5$$

$$(-\pi)^4\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{\pi}\right)^4=\left(\pi\times\frac{\sqrt{2}}{\pi}\right)^4=\left(\sqrt{2}\right)^4=2^2$$

$$\left(-3\sqrt{2}\right)^{15}\times\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^{-15}=\left(-3\sqrt{2}\right)^{15}\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{15}$$

$$=\left(\frac{-3\cancel{\sqrt{2}}\,\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{2}}\right)^{15}=(-3)^{15}$$

$$\frac{\left(\sqrt{3}\right)^5}{\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^5}=\left(\frac{\sqrt{3}}{\frac{1}{2\sqrt{3}}}\right)^5=\left(\sqrt{3}.\frac{2\sqrt{3}}{1}\right)^5=6^5$$

$$\left(\sqrt{2}x^2\right)^{-2}\left(\frac{8}{x}\right)^{-4}=\left(\sqrt{2}x^2\right)^{-2}\left(\frac{8^2}{x^2}\right)^{-2}$$

$$=\left[\sqrt{2}\,\cancel{x^2}\,\frac{8^2}{\cancel{x^2}}\right]^{-2}=\left(64\sqrt{2}\right)^{-2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-6}\times\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-12}=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{6}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{12}$$

$$=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{6}\times\left(\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2}\right)^{6}=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\times\frac{3}{4}\right)^{6}$$

$$=\left(\frac{3}{2\sqrt{3}}\right)^{6}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{6}.$$

تمرين عدد 9:

$$a=3^{-5}\times\sqrt{3^6}=3^{-5}\sqrt{\left(3^3\right)^2}=3^{-5}\times3^3=3^{-2}$$

$$b=\left[2\left(\sqrt{2}^{-3}\right)\right]^2=\left[2\times\frac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^3}\right]^2=\left[\cancel{2}\times\frac{1}{\cancel{2}\sqrt{2}}\right]^2=\frac{1}{2}$$

$$c=\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^4\frac{81}{16}=\frac{\cancel{4}}{\cancel{9}}\times\frac{\cancel{9}}{\cancel{4}}.\frac{9}{4}=\frac{9}{4}$$

$$d=\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{-4}=\cancel{3^2}\times\frac{3^4}{\left(\cancel{\sqrt{3}}\right)^4}=3^4$$

$$e=\left(\sqrt{2}\right)^{-3}+\left(\sqrt{2}\right)^{-3}+\left(\sqrt{2}\right)^{-3}+\left(\sqrt{2}\right)^{-3}$$

$$=4\left(\sqrt{2}\right)^{-3}=4.\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3=\frac{4}{2\sqrt{2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$

$$f=\sqrt{5^3}\times\sqrt{5^4}=5\sqrt{5}.5^2=5^3\sqrt{5}$$

$$g=\left(x^{-2}\right)^2\times\left(\frac{y^{-1}}{x^3}\right)\times\left(x^{-2}y\right)^{-1}$$

$$=\left(\frac{1}{x^2}\right)^2.\frac{1}{x^3y}.\frac{1}{x^{-2}y}$$

$$=\frac{1}{x^4}.\frac{1}{x^3y}.\frac{x^2}{y}=\frac{1}{x^5y^2}$$

$$i=\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-2}\times\left(2\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^{-2}=\left[\frac{\cancel{\sqrt{5}}}{\cancel{2}}.\cancel{2}\frac{\sqrt{2}}{\cancel{\sqrt{5}}}\right]^{-2}$$

$$=\left(\sqrt{2}\right)^{-2}=\left(\frac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^2}\right)=\frac{1}{2}$$

$$j=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-3}\left(\sqrt{\frac{4}{3}}\right)^{-6}$$

$$=\left(\frac{-2}{\sqrt{3}}\right)^3.\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^6=\frac{-8}{3\sqrt{3}}.\frac{27}{64}=-\frac{9}{8\sqrt{3}}$$

$$k=\left(\frac{0,001}{5^{-3}}\right)^2=\left(\frac{10^{-3}}{5^{-3}}\right)^2=\left(\left(\frac{5}{10}\right)^3\right)^2$$

$$=\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{1}{2^6}=\frac{1}{64}$$

$$L=\frac{(0,01)^{-3}.1000^{-7}}{\left(\frac{1}{0,1}\right)^4 10^{-7}}=\frac{\left(10^{-2}\right)^{-3}.\left(10^3\right)^{-7}}{10^4.10^{-7}}$$

$$=\frac{10^6.10^{-21}}{10^{-3}}=10^{-12}$$

تمرين عدد 10:

1) أ) $A=\dfrac{\left(ab^2\right)^{-4}a.b^{-3}}{\left(a^2b^7\right)^{-2}.a^{-1}}=\dfrac{\cancel{a^{-4}}b^{-8}ab^{-3}}{\cancel{a^{-4}}b^{-14}a^{-1}}$

$$=\frac{ab^{-11}}{a^{-1}b^{-14}}=ab^{-11}.ab^{14}=a^2b^3$$

ب) إذا كان $ab=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-3}$ و $b=\sqrt{2}$ فإنّ:

$$A=a^2b^2b=(ab)^2b=\left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-3}\right]^2.\sqrt{2}$$

$$=\left[\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^3\right]^2.\sqrt{2}=\left(\sqrt{2}\right)^6.\sqrt{2}=\left(\sqrt{2}\right)^7=8\sqrt{2}$$

2) أ) $B=a^2b^3+a^4b^4$

إذا كان a و b عددان مقلوبان فإنّ $b=\frac{1}{a}$ و منه

$$B=a^2\left(\frac{1}{a}\right)^3+a^4.\left(\frac{1}{a}\right)^4$$

$$=\frac{a^2}{a^3}+\frac{a^4}{a^4}=\frac{1}{a}+1=b+1$$

ب) إذا كان $b=\left(\sqrt{3}+1\right)^{-1}$ و a مقلوب b فإنّ:

$$B=b+1=\left(\sqrt{3}+1\right)^{-1}+1=\frac{1}{\sqrt{3}+1}+1$$

$$=\frac{\sqrt{3}-1}{2}+1=\frac{\sqrt{3}-1+2}{2}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

تمرين عدد 11:

1) $\left(5+2\sqrt{6}\right)\left(5-2\sqrt{6}\right)=25-24=1$

2)
$$\left(5+2\sqrt{6}\right)^{200}\times\left(5-2\sqrt{6}\right)^{201}$$

$$=\left[\left(5+2\sqrt{6}\right)\left(5-2\sqrt{6}\right)\right]^{200}\times\left(5-2\sqrt{6}\right)=1^{200}\times\left(5-2\sqrt{6}\right)$$

$$=5-2\sqrt{6}$$

$$\left(5+2\sqrt{6}\right)^{201}\left(2\sqrt{6}-5\right)^{202}$$

$$=\left(5+2\sqrt{6}\right)^{201}.\left(2\sqrt{6}-5\right)^{201}.\left(2\sqrt{6}-5\right)$$

$$=-\left[\left(5+2\sqrt{6}\right)\left(5-2\sqrt{6}\right)\right]^{201}.\left(2\sqrt{6}-5\right)$$

$$=\left(5-2\sqrt{6}\right).1^{201}=5-2\sqrt{6}$$

3) $\left(5+2\sqrt{6}\right)^n.\left(2\sqrt{6}-5\right)^n$ $\begin{cases} 1 & \text{إذا كان (n زوجي)} \\ -1 & \text{إذا كان (n فردي)} \end{cases}$

تمرين عدد 12:

1) إذا كان a و b مقلوبان فإنّ ab=1 و منه:

$$x=\frac{\left(a^{-2}b^3\right)^{-1}\times\left(a^{-1}b\right)^{-2}}{b^{-1}}$$

$$=\frac{\left(\frac{b^3}{a^2}\right)^{-1}.\frac{a^2}{b^2}}{\frac{1}{b}}=\frac{a^2}{b^3}\times\frac{a^2}{b^2}\times\frac{b}{1}$$

$$=\frac{a^4}{b^4}=\left(\frac{a}{b}\right)^4=1^4=1$$

2)أ) إذا كان $a=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-1}$ و $b=\frac{\sqrt{2}}{5}$ فإن:

$$x=\left(\frac{a}{b}\right)^4=\frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-1}}{\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)}=\frac{3}{\sqrt{2}}\times\frac{5}{\sqrt{2}}=\frac{15}{2}$$

ب) إذا كان $a=-\sqrt{5}$ و $b=-\frac{\sqrt{5}}{5}$ فإنّ a و b مقلوبان و منه $x=1$.

تمرين عدد 13:

إذا كان $x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $y=\frac{1}{\sqrt{2}}$ فإنّ:

$$E=\left(x^{-2}\right)-2x^2y^{-3}-y^{-2}$$

$$=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-2}-2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2.\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-3}-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-2}$$

$$=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2-2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2.\left(\frac{\sqrt{2}}{1}\right)^3-\left(\frac{\sqrt{2}}{1}\right)^2$$

$$=\frac{4}{3}-\cancel{2}\times\frac{3}{\cancel{4}}.\cancel{2}\sqrt{2}-2$$

$$=\frac{4}{3}-3\sqrt{2}-\frac{6}{3}=-3\sqrt{2}-\frac{2}{3}$$

تمرين عدد 14:

1) $I=\frac{\left(x^2y^3\right)^2\left(x^{-1}y^2\right)^{-2}}{\left(y^2\right)^3}=-\frac{x^4\cancel{y^6}.x^2y^{-4}}{\cancel{y^6}}=-x^6y^{-4}$

$$J=\frac{(0,001)^{-2}.100^3}{\left(\frac{1}{0,01}\right)^{-3}\times\left(10^2\right)^{-3}}=\frac{\left(10^{-3}\right)^{-2}\left(10^2\right)^3}{\left(10^2\right)^{-3}.10^{-6}}$$

$$=\frac{10^6.10^6}{10^{-6}10^{-6}}=\frac{10^{12}}{10^{-12}}=10^{24}$$

$$k=\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}\left(\sqrt{2}\right)^{6}}{\left(\frac{1}{4}\right)^{-3}.8^{-2}}=\frac{2^5\times\left(\sqrt{2}\right)^6}{4^3\times\left(2^3\right)^{-2}}=\frac{2^5\times 2^3}{2^6\times 2^{-6}}=2^8$$

$$L=\frac{1,5\times10^{-3}\times5^2}{3\times10^{-4}}=\frac{15\times\cancel{10^{-1}}\,\cancel{10^{-3}}\times5^2}{3.\cancel{10^{-4}}}=5.5^2=5^3$$

$$M=\frac{0,04.10^{-8}.0,02510^{-2}}{200.10^{3}}=\frac{4.10^{-2}.10^{-8}.2510^{-3}10^{-2}}{2.10^{2}.10^{3}}$$

$$=\frac{100.10^{-15}}{2.10^{5}}=\frac{10^{2}.10^{-15}}{2.10^{5}}=\frac{10^{-13}}{2.10^{5}}=\frac{1}{2}10^{-18}$$

2) $L=5^3=125=1,25\times10^2$

$M=0,510^{-18}=5\times10^{-19}$

تمرين عدد 15:

$$*(0,01)^2.\left(10^{-3}\right)^x=\frac{1}{0,01}$$

$\left(10^{-2}\right)^2.10^{-3x}=10^2$ يعني

$10^{-4-3x}=10^2$ يعني $-4-3x=2$ يعني $3x=-6$ يعني $x=-2$

$*\left(\sqrt{2}\right)^x\left(\sqrt{2}\right)^{-4}=\frac{1}{2}$ يعني

$\left(\sqrt{2}\right)^{x-4}=\frac{1}{2}=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$ يعني $\left(\sqrt{2}\right)^{x-4}=\left(\sqrt{2}\right)^{-2}$

$x-4=-2$ يعني

$x=2$

$*\left(\sqrt{3}\right)^{-x}\times\left(\sqrt{27}\right)^x=81$ يعني $\left(\sqrt{3}\right)^{-x}.\left(3\sqrt{3}\right)^x=3^4$

$\frac{1}{\left(\sqrt{3}\right)^x}.3^x\left(\sqrt{3}\right)^x=3^4$ يعني

$x=4$ يعني

تمرين عدد 16:

$$\left[\left(-\sqrt{3}\right)^{-2}\right]^5\times\left(\sqrt{3}\right)^{-10}=\left(-\sqrt{3}\right)^{-10}.\left(\sqrt{3}\right)^{-10}$$

$$=\frac{1}{\left(-\sqrt{3}\right)^{10}}.\frac{1}{\left(\sqrt{3}\right)^{10}}=\frac{1}{\left(\sqrt{3}\right)^{20}}=\left(\sqrt{3}\right)^{-20}$$

$$\left(\sqrt{7}\right)^{-4}.7^3=\frac{1}{\left(\sqrt{7}\right)^4}.7^3=\frac{1}{7^2}.7^3=7$$

$$\left(\sqrt{3}\right)^{-6}9^5=\frac{1}{\left(\left(\sqrt{3}\right)^2\right)^3}.\left(3^2\right)^5=\frac{1}{3^3}.3^{10}=3^7$$

$$\frac{\left(\frac{1}{8}\right)^3}{\left(-\frac{1}{2}\right)^4}=\frac{\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^3}{\left(\frac{1}{2}\right)^4}=\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^9}{\left(\frac{1}{2}\right)^4}=\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{1}{32}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2}\right)^{-5}}=\sqrt{2}\times\left(\sqrt{2}\right)^5=\left(\sqrt{2}\right)^6=8$$

$$\frac{\left(\sqrt{2}\right)^{-3}\times2^4}{\frac{\left(\sqrt{2}\right)^2}{2^{-10}}}\times\frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-3}}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^5}$$

$$=\frac{2^4}{\cancel{\left(\sqrt{2}\right)^3}}\times\frac{2^{-10}}{\cancel{\left(\sqrt{2}\right)^2}}\times\frac{2^3}{\left(\sqrt{2}\right)^3}\times\frac{\cancel{\left(\sqrt{2}\right)^5}}{1}$$

$$=\frac{2^{-3}}{\left(\sqrt{2}\right)^3}=\frac{\left[\left(\sqrt{2}\right)^2\right]^{-3}}{\left[\sqrt{2}\right]^3}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{2}\right)^{-6}}{\left(\sqrt{2}\right)^3}=\left(\sqrt{2}\right)^{-9}=\frac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^9}=\frac{1}{16\sqrt{2}}$$

تمرين عدد 17:

1) أ) $ab=c^2$ يعني ab عدد موجب $(c^2\geq0)$ و منه a و b لهما نفس العلامة.

ب) $a\times b\times c=(ab)\times c=c^2\times c=c^3$

$a^2b^2c^2=(abc)^2=\left(c^3\right)^2=c^6$

2) إذا كان $b=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^4$ و $c=\frac{3}{\sqrt{2}}$

فإنّ : $a\times\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^4=\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2$

يعني $a=\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2.\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-4}$

يعني $a=\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^3.\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^4$

يعني $a=\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^7$

3) إذا كان $c=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-5}\times\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$ فإنّ:

$$abc=c^3=\left[\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-5}\times\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}\right]^3$$

$$=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-15}\times\left(\frac{3}{4}\right)^{-6}$$

$$=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{15}\times\left(\frac{4}{3}\right)^{6}=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{15}\times\left[\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{2}\right]^{6}$$

$$=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{15}\times\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{12}=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{27}$$

تمارين الاختيار من متعدد

1) $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-4}=\left(\frac{3}{2}\right)^{4}$

2) $(-2)^3=-8$

3) $\left[\left(-\sqrt{3}\right)^2\right]^{-3}=3^{-3}$

4) $(-5)^2=25$

5) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2}=\left(\sqrt{2}\right)^{-2}$

6) $\left(\sqrt{2}\right)^{5}\times 2^3=\left(\sqrt{2}\right)^{11}$

7) $\left(\frac{1}{10^{-5}}\right)^{-2}=10^{-10}$

8) $\sqrt{5^{-4}}=5^{-2}$

9) $\left(\sqrt{5}\right)^{20}.\left(\frac{5}{\sqrt{5}}\right)^{20}=\left(\sqrt{5}\right)^{40}$

10) $\left(2\sqrt{5}\right)^{-2}=\frac{1}{\left(2\sqrt{5}\right)^{2}}$

11) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{5}=-\frac{1}{32}$

12) $\sqrt{3^{-2}+4^{-2}}=\frac{5}{12}$

13) $3\sqrt{2}^{4}=3\times 4=12$

الدرس : الترتيب و المقارنة

تمرين عدد 1:

1) $a-b=-\sqrt{2}$ و منه $a-b\le 0$ إذن $a\le b$

2) أ) $x=\sqrt{8}-\left(a+\sqrt{18}\right)=2\sqrt{2}-a-3\sqrt{2}=-a-\sqrt{2}$

$$y=\ x=\left(5\sqrt{2}-b\right)-\sqrt{32}$$
$$=5\sqrt{2}-b-4\sqrt{2}$$
$$=\sqrt{2}-b$$

ب) $y-x=\sqrt{2}-b-\left(-a+\sqrt{2}\right)=\cancel{\sqrt{2}}-b+a-\cancel{\sqrt{2}}$

$$=a-b\le 0$$

و منه $y\le x$

تمرين عدد 2:

$$\left|x-y-\sqrt{2}\right|-\left|y-x\right|+\sqrt{2}$$
$$=\left|(x-y)+\left(-\sqrt{2}\right)\right|-\left|y-x\right|+\sqrt{2}$$
$$=-\left(x-y-\sqrt{2}\right)-(y-x)+\sqrt{2}$$
$$=-\cancel{x}+\cancel{y}+\sqrt{2}-\cancel{y}+\cancel{x}+\sqrt{2}$$
$$=2\sqrt{2}=\sqrt{8}$$

لأن: $\begin{cases} x-y+\left(-\sqrt{2}\right)\in\mathbb{R}_- \\ y-x\in\mathbb{R}_+ \end{cases}$

تمرين عدد 3:

1) $x-y=\frac{2}{5}a+4b-5b+\frac{3}{5}a$

$$=a-b\ge 0$$

و منه $x\ge y$

2) نلاحظ أنّ $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

لدينا $x\ge y$ و منه $x+\pi-\sqrt{18}\ge y+\pi-3\sqrt{2}$

تمرين عدد 4:

أ)

$$x-y=-b-\sqrt{18}-\left(-a-2\sqrt{2}\right)$$
$$=-b-3\sqrt{2}+a+2\sqrt{2}$$
$$=a-b-\sqrt{2}$$
$$=(a-b)+\left(-\sqrt{2}\right)\le 0$$

(مجموع عددين سالبين) و منه $x\le y$

ب) $x-y=\left(2\sqrt{3}+a\right)-b-\left(\sqrt{27}-b\right)$

$$=2\cancel{\sqrt{3}}+a-\cancel{b}-2\cancel{\sqrt{3}}+\cancel{b}$$
$$=a\le 0$$

(معطى)و منه $x\le y$

ج) $x-y=-(\pi+3)+b-(-2\pi+a)$
$=-\pi-3+b+2\pi-a$
$=(\pi-3)+(b-a)\geq 0$
(مجموع عددين موجبين) و منه $x\geq y$

تمرين عدد 5:

1) $z-y=(z-x)+(x-y)=\frac{-\sqrt{18}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}$
$=\frac{-3\sqrt{2}+\sqrt{2}}{2}=-\sqrt{2}$

2) $z-y$ عدد سالب و منه $z\leq y$

3) $\left(-z-\pi+2\sqrt{2}\right)-\left(-y+\sqrt{8}-\pi\right)=$
$=-z-\cancel{\pi}+2\cancel{\sqrt{2}}+y-2\cancel{\sqrt{2}}+\cancel{\pi}$
$=y-z\geq 0$

و منه $-z-\pi+2\sqrt{2}\geq -y+\sqrt{8}-\pi$

تمرين عدد 6:

1) $a=2\sqrt{2}-\sqrt{27}=2\sqrt{2}-3\sqrt{3}$
$b=\sqrt{8}-\sqrt{48}=2\sqrt{2}-4\sqrt{3}$

2) لدينا $-4\sqrt{3}\leq -3\sqrt{3}$ و منه
$2\sqrt{2}-4\sqrt{3}\leq -3\sqrt{3}+2\sqrt{2}$ إذن $b\leq a$

3) لدينا :
$\sqrt{2}\sqrt{8}\sqrt{5}=\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{5}$
$=4\sqrt{5}=2\sqrt{20}$

و منه : $b\leq a$
$b-\sqrt{2}\sqrt{8}\sqrt{5}\leq a-2\sqrt{20}$
(أظفنا نفس العدد إلى كلا الطّرفين)

تمرين عدد 7:

1) $A=-\sqrt{27}-\left(x-3\sqrt{2}\right)-\left[\left(\sqrt{32}-y\right)-\sqrt{12}\right]$
$=-3\sqrt{3}-x+3\sqrt{2}-4\sqrt{2}+y+2\sqrt{3}$
$=-x+y-\sqrt{2}-\sqrt{3}$

2) إذا كان $A=\sqrt{8}-\sqrt{3}$ فإنّ:
$=2\sqrt{2}-\sqrt{3}$
$-x+y-\sqrt{2}-\sqrt{3}=2\sqrt{2}-\sqrt{3}$
$-x+y=\sqrt{2}+\sqrt{3}+2\sqrt{2}-\sqrt{3}$
$=3\sqrt{2}\geq 0$

و منه $-x+y\geq 0$ إذن $y\geq x$

تمرين عدد 8:

1) لدينا $-y+x+\sqrt{2}<-\sqrt{3}$
و منه $x<\left(-\sqrt{3}\right)+\left(y-\sqrt{2}\right)$
إذن $x<0$
($\left(-\sqrt{3}\right)+\left(y-\sqrt{2}\right)$ هو مجموع عددين سالبين فهو عدد سالب)

2) لدينا:

$$\begin{array}{r} x-\sqrt{2}\leq 2 \\ + \\ -y+\sqrt{2}\leq -2 \\ \hline x-y\ \leq 0 \end{array}$$

و منه $x\leq y$

تمرين عدد 9:

1) نلاحظ أنّ $-\frac{2}{\sqrt{2}}=-\sqrt{2}$ و $\sqrt{18}=2\sqrt{2}$

لدينا $a<b$ و منه $-\frac{2}{\sqrt{2}}a>-\sqrt{2}b$ إذن
$\frac{-2}{\sqrt{2}}a+2\sqrt{2}>-\sqrt{2}b+\sqrt{18}$

2) أ) لدينا a < b و منه $3a<3b$ إذن : $3a-\sqrt{3}<3b-\sqrt{3}$

ب) لدينا $3a-\sqrt{3}<3b-\sqrt{3}$ و منه
$\sqrt{3}\left(\sqrt{3}a-1\right)<\sqrt{3}\left(\sqrt{3}b-1\right)$

إذن $\frac{1}{\cancel{\sqrt{3}}}\cancel{\sqrt{3}}\left(\sqrt{3}a-1\right)<\frac{1}{\cancel{\sqrt{3}}}\cancel{\sqrt{3}}\left(\sqrt{3}b-1\right)$

يعني $\sqrt{3}a-1<\sqrt{3}b-1$

يعني $\sqrt{3}\left(a-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)<\sqrt{3}\left(b-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

3) أ) $\frac{2a+b}{3}-a=\frac{2a+b-3a}{3}=\frac{b-a}{3}>0$

و منه $\frac{2a+b}{3}>a$

ب) $\frac{2a+b}{3}-b=\frac{2a+b-3b}{3}$
$=\frac{2a-2b}{3}=\frac{2(a-b)}{3}<0$

و منه $\frac{2a+b}{3}<b$

تمرين عدد 10:

أ) $b-a=\left(-3+\sqrt{3}\right)-\left(-2\right)=\sqrt{3}-1>0$

و منه $b>a$

ب)

$$a-b=\sqrt{3}-\sqrt{5}-\left(-\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$$

$$=\cancel{\sqrt{3}}-\sqrt{5}+\sqrt{2}-\cancel{\sqrt{3}}=\sqrt{2}-\sqrt{5}<0$$

و منه $a<b$

ج) $\sqrt{5}>\sqrt{3}$ و منه $2\sqrt{3}<2\sqrt{5}$ أي $b<a$

د) لدينا $\begin{cases}-3<-2\\ \sqrt{7}<\sqrt{11}\end{cases}$ و منه $-3+\sqrt{7}<-2+\sqrt{11}$ أي $b<a$

هـ) لدينا $\sqrt{7}>\sqrt{5}$ و منه $\dfrac{1}{\sqrt{5}}>\dfrac{1}{\sqrt{7}}$ و بالتّالي

$\dfrac{-2}{\sqrt{5}}<\dfrac{-2}{\sqrt{7}}$ أي $a<b$

و) $\begin{cases}\left(5\sqrt{3}\right)^2=75\\ \left(4\sqrt{5}\right)^2=80\end{cases}$ $80>75$ و منه $4\sqrt{5}>5\sqrt{3}$ أي $b>a$

ك) $b-a=-4+\sqrt{2}-\left(-3\right)=\sqrt{2}-1>0$

و منه $b>a$

ل) $\left(\dfrac{2}{\sqrt{5}}\right)^2=\dfrac{4}{5}$ و $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2=\dfrac{2}{3}$

$\dfrac{4}{5}>\dfrac{2}{3}$ و منه $\dfrac{2}{\sqrt{5}}>\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ أي $b>a$

تمرين عدد 11:

1)أ) $\left(5\sqrt{2}\right)^2=50$ و $\left(4\sqrt{3}\right)^2=48$

$48<50$ و منه $4\sqrt{3}<5\sqrt{2}$

ب) لدينا :

$\begin{cases}4\sqrt{3}<5\sqrt{2}\\ -\sqrt{2}<-1\end{cases}$ و منه $4\sqrt{3}-\sqrt{2}<5\sqrt{2}-1$

2)أ) لدينا $4\sqrt{3}-\sqrt{2}<5\sqrt{2}-1$ إذن :

$\dfrac{1}{4\sqrt{3}-\sqrt{2}}>\dfrac{1}{5\sqrt{2}-1}$ (عددين موجبين)

و بالتالي $\dfrac{2}{4\sqrt{3}-\sqrt{2}}>\dfrac{2}{5\sqrt{2}-1}$

ب) لدينا : $\dfrac{1}{4\sqrt{3}-\sqrt{2}}>\dfrac{1}{5\sqrt{2}-1}$

و $1-\sqrt{2}<0$ إذن: $\dfrac{1-\sqrt{2}}{4\sqrt{3}-\sqrt{2}}<\dfrac{1-\sqrt{2}}{5\sqrt{2}-1}$

تمرين عدد 12:

لدينا $x<-1$ إذن x و $x+1$ عددان سالبان

$$a=-\left|x\right|+x=-\left(-x\right)+x=2x$$

$$b=-2x-\left|2x+2\right|$$
$$=-2x-\left|2\left(x+1\right)\right|$$
$$=-2x-2\left(-x-1\right)$$
$$b=-\cancel{2x}+\cancel{2x}+2=2$$

$$c=\left|x-1\right|-\left|2\left(-1-x\right)\right|=-x+1-2\left(-1-x\right)$$
$$=-x+1+2+2x$$
$$=x+3$$

تمرين عدد 13:

1) أ) $\left(x-y\right)\left(x+y\right)=x^2-y^2$

ب) $x^2-y^2=\left(\sqrt{245}\right)^2-\left(2\sqrt{61}\right)^2=245-244=1$

$x^2-y^2>0$ و منه $x^2>y^2$ و x و y عددان موجبان إذن : $x>y$.

2) لدينا: $\left(x-y\right)\left(x+y\right)=1$

أي $\left(7\sqrt{5}-\sqrt{244}\right)\left(7\sqrt{5}+\sqrt{244}\right)=1$

تمرين عدد 14:

1)أ) $x-y=\left(\dfrac{7}{6}a-\dfrac{2}{3}b\right)-\left(\dfrac{1}{3}b+\dfrac{1}{6}a\right)$

$$=\frac{7}{6}a-\frac{2}{3}b-\frac{1}{3}b-\frac{1}{6}a$$
$$=a-b>0$$

و منه $x>y$

ب) لدينا $x>y$ و منه $-\sqrt{3}x<-\sqrt{3}y$

2)أ) $\begin{cases}-\sqrt{3}x<-\sqrt{3}y\\ 1<\dfrac{5}{4}\end{cases}$ و منه $-\sqrt{3}x+1<-\sqrt{3}y+\dfrac{5}{4}$

$\begin{cases}\left(4\sqrt{3}\right)^2=48\\ 7^2=49\end{cases}$ $48<49$ إذن

ب) لدينا $4\sqrt{3}<7$ و منه $4\sqrt{3}+7<14$

ج) لدينا $4\sqrt{3}<7$ و منه $4\sqrt{3}-4<3$ أي $4\left(\sqrt{3}-1\right)<3$

و منه $\frac{1}{3}>\frac{1}{4\left(\sqrt{3}-1\right)}$ (عددين موجبين)

3)
$$E=\sqrt{27}-\left|4\sqrt{3}-7\right|-\left|-4\sqrt{3}-7\right|$$
$$=3\sqrt{3}-\left(-4\sqrt{3}+7\right)-\left(4\sqrt{3}+7\right)$$
$$=3\sqrt{3}+\cancel{4\sqrt{3}}-7-\cancel{4\sqrt{3}}-7$$
$$=3\sqrt{3}-14$$

تمرين عدد 15:

1) أ)
$$a=2\sqrt{18}-\sqrt{3}\sqrt{15}=2\times3\sqrt{2}-\sqrt{3}\sqrt{3}\sqrt{5}$$
$$=6\sqrt{2}-3\sqrt{5}$$
$$b=\sqrt{8}\left(1+\sqrt{2}\right)-3\sqrt{5}=2\sqrt{2}\left(1+\sqrt{2}\right)-3\sqrt{5}$$
$$=2\sqrt{2}+4-3\sqrt{5}=4+2\sqrt{2}-3\sqrt{5}$$

ب)
$$a-b=6\sqrt{2}-\cancel{3\sqrt{5}}-4-2\sqrt{2}+\cancel{3\sqrt{5}}$$
$$=4\sqrt{2}-4$$

ج) لدينا $a-b=4\left(\sqrt{2}-1\right)$ و $\sqrt{2}>1$

إذن : $a-b>0$ و منه $a>b$

2) نلاحظ أنّ: $\frac{1-a}{a}=\frac{1}{a}-1$

لدينا: $a>b$ و a و b لهما نفس العلامة + إذن: $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

و منه $\frac{\sqrt{2}}{a}<\frac{\sqrt{2}}{b}$

لدينا $\begin{cases}\frac{\sqrt{2}}{a}<\frac{\sqrt{2}}{b}\\ -\sqrt{2}<-1\end{cases}$ و منه $\sqrt{2}\times\left(\frac{1-a}{a}\right)<\frac{\sqrt{2}}{b}-1$

أي $\sqrt{2}\times\left(\frac{1-a}{a}\right)<\frac{\sqrt{2}}{b}-1$

تمرين عدد 16:

1)
$$A=\sqrt{600}-5\sqrt{6}-\sqrt{24}$$
$$=10\sqrt{6}-5\sqrt{6}-2\sqrt{6}=3\sqrt{6}$$
$$B=6\sqrt{2}+\sqrt{18}-\sqrt{32}$$
$$=6\sqrt{2}+3\sqrt{2}-4\sqrt{2}=5\sqrt{2}$$

$$(A-B)(A+B)=A^2+AB-AB-B^2$$
$$=A^2-B^2=\left(3\sqrt{6}\right)^2-\left(5\sqrt{2}\right)^2$$
$$=54-50=4$$

2) أ) لدينا : $(A-B)(A+B)>0$ و $A+B>0$

إذن $A-B>0$ و منه $A-B\in\mathbb{R}_+$

ب) $A-B\in\mathbb{R}_+$ إذن $A>B$

3) لدينا: $A>B$ و منه $-\sqrt{2}A<-\sqrt{2}B$

$\begin{cases}-\sqrt{2}A<-\sqrt{2}B\\ 1<\sqrt{2}\end{cases}$ إذن $-\sqrt{2}A+1<-\sqrt{2}\left(B-1\right)$

و العددان سالبان و منه : $\frac{1}{-\sqrt{2}A+1}>\frac{1}{-\sqrt{2}\left(B-1\right)}$

و منه $\frac{1-\sqrt{3}}{-\sqrt{2}\left(B-1\right)}>\frac{1-\sqrt{3}}{-\sqrt{2}A+1}$

تمرين عدد 17:

1) $a<a+1$ و a عدد موجب قطعا فإنّ: $\sqrt{a}<\sqrt{a+1}$

2) $\sqrt{a}<\sqrt{a+1}$ و منه $2\sqrt{a}<\sqrt{a}+\sqrt{a+1}$

3) لدينا
$$\sqrt{a+1}-\sqrt{a}=\frac{\left(\sqrt{a+1}-\sqrt{a}\right)\left(\sqrt{a+1}+\sqrt{a}\right)}{\sqrt{a+1}+\sqrt{a}}$$
$$=\frac{1}{\sqrt{a+1}+\sqrt{a}}$$

لدينا: $\sqrt{a}+\sqrt{a+1}>2\sqrt{a}$ و منه
$$\frac{1}{2\sqrt{a}}>\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{a+1}}$$

و بالتّالي: $\frac{\sqrt{a}}{2a}>\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{a+1}}$

تمرين عدد 18:

أ)
$$a=2\sqrt{27}-2\sqrt{12}-\sqrt{3}$$
$$=6\sqrt{3}-4\sqrt{3}-\sqrt{3}=\sqrt{3}$$
$$b=\frac{\sqrt{35}\times\sqrt{24}}{\sqrt{21}\sqrt{10}}=\frac{\cancel{\sqrt{5}}\,\cancel{\sqrt{7}}\times\cancel{2\sqrt{2}}\,\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{\sqrt{3}}\,\cancel{\sqrt{7}}\times\cancel{\sqrt{5}}\,\cancel{\sqrt{2}}}=2$$

و منه $a<b$

أ) لدينا :

$\begin{cases}\left(2\sqrt{3}\right)^2=12\\ 3^2=9\end{cases}$ $9<12$ و منه

1) أ) $x = \left|3 - 2\sqrt{3}\right| + \left|\sqrt{3} - 2\right|$

$= -3 + 2\sqrt{3} - \sqrt{3} + 2 = \sqrt{3} - 1$

$y = -\sqrt{108} + \sqrt{4} + \sqrt{75}$

$= -6\sqrt{3} + 2 + 5\sqrt{3} = 2 - \sqrt{3}$

ب) $y - x = 2 - \sqrt{3} - \sqrt{3} + 1 = 3 - 2\sqrt{3}$

و $3 < 2\sqrt{3}$) $\left(2\sqrt{3}^2\right) = 12$ و $3^2 = 9$

و منه $2\sqrt{3} > 3$) و بالتّالي : $y - x < 0$ أي $y < x$.

ج) لدينا: $x < y$ و منه $2x < x + y$

و العددان $2x$ و $x+y$ موجبان فإنّ $\dfrac{1}{2x} > \dfrac{1}{x+y}$

تمرين عدد 19:

من الكتابة $x < 1 < y$ نستنتج أنّ $y > 0$ و $x-1<0$

و $x - y < 0$ و $y - 1 > 0$

$\left|y(x-1)\right| - y\left|x - y\right| + \left|y^2 - y\right|$

$= |y||x-1| - y|x-y| + |y||y-1|$

$= y(-x+1) - y(-x+y) + y(y-1)$

$= -\cancel{xy} + \cancel{y} + \cancel{xy} - \cancel{y^2} + \cancel{y^2} - \cancel{y} = 0$

تمارين الإختيار من متعدّد:

1) $x+1<2$ يعني $x-1$ عدد سالب.

2) $a<b$ يعني $\dfrac{1}{-\sqrt{2}a-1} < \dfrac{1}{-\sqrt{2}b-1}$

3) $y = x^2$ يعني $y \geq 0$

4) $x \geq 1$ يعني $2x+3 \geq 5$

5) $x \geq y$ يعني $\dfrac{x}{\sqrt{2}} \geq \dfrac{y}{\sqrt{2}}$

6) $a<b$ يعني $\left(1-\sqrt{3}\right)a > \left(1-\sqrt{3}\right)b$

7) $a<b$ يعني $a < \dfrac{a+b}{2}$

8) $x \leq y$ يعني $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}x - 1 \geq -\dfrac{1}{\sqrt{2}}y - \sqrt{3}$

9) $-a+b>0$

10) $x<\sqrt{2}$ يعني $\sqrt{2}-x>0$

11) $\dfrac{1}{1-\sqrt{3}} < -1$

12) $2 - \dfrac{1}{3} \geq \dfrac{-\sqrt{3}}{3} + 1$

الدرس6: الجذاءات المعتبرة و العبارات الجبرية

تمرين عدد 1:

$*(-5+2)^2 = (-3)^2 = 9$

$*\left(-1-\sqrt{2}\right)^2 = \left[-\left(1+\sqrt{2}\right)\right]^2 = \left(1+\sqrt{2}\right)^2$

$= 1 + 2 + 2\sqrt{2} = 3 + 2\sqrt{2}$

$*\left(3+\sqrt{2}\right)^2 = 9 + 6\sqrt{2} + 2 = 11 + 6\sqrt{2}$

$*\left(-3\sqrt{3} + \sqrt{48}\right)^2 = \left(-3\sqrt{3} + 4\sqrt{3}\right)^2 = \sqrt{3}^2 = 3$

$*\left(2\sqrt{2} - \sqrt{18}\right)^2 = \left(2\sqrt{2} - 3\sqrt{2}\right)^2 = \left(-\sqrt{2}\right)^2 = 2$

$*\left(5-3\sqrt{2}\right)^2 = 25 - 30\sqrt{2} + 18 = 43 - 30\sqrt{2}$

$*\left(3\sqrt{2}-1\right)^2 = 18 - 6\sqrt{2} + 1 = 19 - 6\sqrt{2}$

$*\left(1+\sqrt{3}\right)^2 = 1 + 2\sqrt{3} + 3 = 4 + 2\sqrt{3}$

$*\left(2-\sqrt{3}\right)^2 = 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3}$

$*\left(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}\right)^2 = 12 - 12\sqrt{6} + 18$

$= 30 - 12\sqrt{6}$

$*\left(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}\right)^2 = 30 + 12\sqrt{6}$

$*\left(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}\right)$

$= 12 - 18 = -6$

$*\left(7 - 4\sqrt{3}\right)\left(7 + 4\sqrt{3}\right) = 49 - 48 = 1$

$*\left(-5\sqrt{2} + 7\right)\left(7 + 5\sqrt{2}\right)$

$= \left(7 - 5\sqrt{2}\right)\left(7 + 5\sqrt{2}\right) = 49 - 50 = -1$

تمرين عدد 2:

1) أ) $a^2 = \left(2-\sqrt{3}\right)^2 = 4 - 4\sqrt{3} + \left(\sqrt{3}\right)^2 = 7 - 4\sqrt{3}$

$b^2 = \left(2+\sqrt{3}\right)^2 = 4 + 4\sqrt{3} + 3 = 7 + 4\sqrt{3}$

$(a+b)^2 = \left(2 - \cancel{\sqrt{3}} + 2 + \cancel{\sqrt{3}}\right)^2 = 4^2 = 16$

ب) لدينا : $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

و بالتّالي : $a \times b = \dfrac{(a+b)^2 - a^2 - b^2}{2}$

$$a\times b=\frac{16-(7-4\sqrt{3})-(7+4\sqrt{3})}{2}$$

$$a\times b=\frac{16-7+4\cancel{\sqrt{3}}-7-4\cancel{\sqrt{3}}}{2}=1$$

2) $\left[(2-\sqrt{3})-\sqrt{5}\right]\left[(2-\sqrt{3})+\sqrt{5}\right]=(2-\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2$

$=a^2-5$

$=7-4\sqrt{3}-5=2-4\sqrt{3}$

$\left[(2+\sqrt{3})-\sqrt{5}\right]\left[(2+\sqrt{3})+\sqrt{5}\right]=(2+\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2$

$=b^2-5=7+4\sqrt{3}-5=2+4\sqrt{3}$

تمرين عدد 3:

1) لدينا a+b=2 و منه $(a+b)^2=4$ أي $a^2+b^2+2ab=4$

و بما أنّ a و b مقلوبان (ab = 1) نتحصّل على $a^2+b^2+2=4$

و بالتّالي $a^2+b^2=2$

2) لدينا : $a-b=2$ و منه: $(a-b)^2=4$ أي $a^2+b^2-2ab=4$

و بما أنّ $ab=-1$ نتحصّل على : $a^2+b^2+2=4$

و بالتّالي : $a^2+b^2=2$.

3) أ) لدينا: $\frac{x}{2}+\frac{2}{x}=2$ و منه $\left(\frac{x}{2}+\frac{2}{x}\right)^2=4$ أي:

$\frac{x^2}{4}+2.\frac{\cancel{x}}{\cancel{2}}.\frac{\cancel{2}}{\cancel{x}}+\frac{4}{x^2}=4$ أي : $\frac{x^2}{4}+\frac{4}{x^2}+2=4$

و بالتّالي : $\frac{x^2}{4}+\frac{4}{x^2}=2$

ب) لدينا : $\frac{x^2}{4}+\frac{4}{x^2}=2$ يعني $4\times\left(\frac{x^2}{4}+\frac{4}{x^2}\right)=4\times 2$ أي

$x^2+\frac{16}{x^2}=8$ و بالتالي $x^2+\left(\frac{4}{x}\right)^2=8$

تمرين عدد 4:

1) $E=\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}$

لدينا : $3-\sqrt{5}<3+\sqrt{5}$ و منه $\sqrt{3-\sqrt{5}}<\sqrt{3+\sqrt{5}}$

و بالتالي E عدد سالب.

2) أ)

$$E^2=\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2=\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}\right)^2-2\sqrt{3-\sqrt{5}}\sqrt{3+\sqrt{5}}+\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2$$

$=3-\sqrt{5}-2\sqrt{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}+3+\sqrt{5}$

$=3-\cancel{\sqrt{5}}-2\sqrt{9-5}+3+\cancel{\sqrt{5}}$

$=6-2\sqrt{4}=6-4=2$

ب) $E^2=2$ و E عدد سالب و منه $E=-\sqrt{2}$

تمرين عدد 5:

1) $xy=\sqrt{3+2\sqrt{2}}\times\sqrt{3-2\sqrt{2}}=\sqrt{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}=\sqrt{9-8}=1$

و منه x مقلوب y

2) ليكن $z=y-x$

أ) لدينا : $3-2\sqrt{2}<3+2\sqrt{2}$ و منه $\sqrt{3-2\sqrt{2}}<\sqrt{3+2\sqrt{2}}$ أي

$y<x$ ومنه $z=y-x$ عدد سالب.

ب)

$z^2=(y-x)^2=y^2+x^2-2xy=3-\cancel{2\sqrt{2}}+3+\cancel{2\sqrt{2}}-2=4$

$z^2=4$ و z عدد سالب إذن $z=-2$

تمرين عدد 6:

1) $\left(\frac{5^n+5^{-n}}{2}\right)^2-\left(\frac{5^n-5^{-n}}{2}\right)^2$

$$=\frac{(5^n)^2+2\times5^n\times5^{-n}+(5^{-n})^2}{4}-\frac{(5^n)^2-2\times5^n\times5^{-n}+(5^{-n})^2}{4}$$

$$=\frac{\cancel{5^{2n}}+2+\cancel{5^{-2n}}-\cancel{5^{2n}}+2-\cancel{5^{-2n}}}{4}=\frac{4}{4}=1$$

تمرين عدد 7:

1) $a=(2\sqrt{5}-\sqrt{2})^2=(2\sqrt{5})^2-2\times2\sqrt{5}\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2$

$=20-4\sqrt{10}+2=22-4\sqrt{10}$

$b=(3\sqrt{2}-2)^2=(3\sqrt{2})^2-2\times3\sqrt{2}\times2+2^2$

$=18-12\sqrt{2}+4=22-12\sqrt{2}$

2) أ) $\begin{cases}(4\sqrt{10})^2=160\\(12\sqrt{2})^2=288\end{cases}$ $160<288$ و منه $4\sqrt{10}<12\sqrt{2}$

ب) لدينا : $4\sqrt{10}<12\sqrt{2}$ و منه $-4\sqrt{10}>-12\sqrt{2}$

و بالتّالي : $22-4\sqrt{10}>22-12\sqrt{2}$ إذن: a > b

3) لدينا : a > b أي $(2\sqrt{5}-\sqrt{2})^2>(3\sqrt{2}-2)^2$

و العددان $3\sqrt{2}-2$ و $2\sqrt{5}-\sqrt{2}$ موجبان

إذن : $2\sqrt{5}-\sqrt{2}>3\sqrt{2}-2$

تمرين عدد 8:

1) $x=(2+\sqrt{2})(4-\sqrt{2})-3+\sqrt{2}=8-2\sqrt{2}+4\sqrt{2}-2-3+\sqrt{2}$

$=3+3\sqrt{2}=3(1+\sqrt{2})$

$y=-3+\sqrt{50}-\sqrt{8}=-3+5\sqrt{2}-2\sqrt{2}=-3+3\sqrt{2}=3(\sqrt{2}-1)$

2) $x\times y=9(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)=9\times(2-1)=9\neq1$

و منه x ليس مقلوب y

3) أ) $x^2=\left[3\left(1+\sqrt{2}\right)\right]^2=9\left(1+2\sqrt{2}+2\right)=9\left(3+2\sqrt{2}\right)$

$y^2=\left[3\left(\sqrt{2}-1\right)\right]^2=9\left(3-2\sqrt{2}\right)$

$\frac{x}{9}\times y=\frac{xy}{9}=\frac{9}{9}=1$

ب) و منه العددان $\frac{x}{9}$ و y مقلوبان

4) $x^{n+1}\times y^n\times 3^{-(2n+1)}=\frac{x^{n+1}y^n}{3^{2n+1}}=\frac{x^n.y^n.x}{\left(3^2\right)^n.3}$

$=\left(\frac{xy}{9}\right)^n.\frac{x}{3}=1^n.\frac{x}{3}=\frac{x}{3}=\frac{3\left(\sqrt{2}+1\right)}{3}=\sqrt{2}+1$

تمرين عدد9:

1) $\left(2\sqrt{2}+3\right)\left(2\sqrt{2}-3\right)=\left(2\sqrt{2}\right)^2-3^2=8-9=-1\neq 1$

و منه $2\sqrt{2}+3$ ليس مقلوب $2\sqrt{2}-3$

2)

$\left(2\sqrt{2}+3\right)^{2011}\times\left(2\sqrt{2}-3\right)^{2012}=\left[\left(2\sqrt{2}+3\right)\left(2\sqrt{2}-3\right)\right]^{2011}.\left(2\sqrt{2}-3\right)$

$=(-1)^{2011}.\left(2\sqrt{2}-3\right)=-\left(2\sqrt{2}-3\right)$

$=3-2\sqrt{2}$

تمرين عدد10:

1) $a=\sqrt{6}\left(3\sqrt{3}-\sqrt{\frac{16}{3}}\right)+1-2\sqrt{8}$

$=\sqrt{2}\sqrt{3}\left(3\sqrt{3}-\frac{4}{\sqrt{3}}\right)+1-4\sqrt{2}$

$=9\sqrt{2}-4\sqrt{2}+1-4\sqrt{2}=\sqrt{2}+1$

$b=\left(8+\sqrt{50}\right)-\left(2\sqrt{2}+1\right)^2=\cancel{8}+5\sqrt{2}-\cancel{8}-4\sqrt{2}-1=\sqrt{2}-1$

2) أ) $ab=\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)=\left(\sqrt{2}\right)^2-1^2=2-1=1$

$a^2=\left(\sqrt{2}+1\right)^2=2+2\sqrt{2}+1=3+2\sqrt{2}$

$b^2=\left(\sqrt{2}-1\right)^2=3-2\sqrt{2}$

ب) $a^{10}b^{12}=a^{10}b^{10}b^2=\left(ab^{10}\right)b^2=1^{10}b^2=b^2=3-2\sqrt{2}$

3) $E=ab^{-1}-ba^{-1}=\frac{a}{b}-\frac{b}{a}=a.\frac{1}{b}-b.\frac{1}{a}=a.a-b.b=a^2-b^2$

$=\cancel{3}+2\sqrt{2}-\cancel{3}+2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

4) $\sqrt{3-2\sqrt{2}}-\sqrt{3+2\sqrt{2}}=\sqrt{b^2}-\sqrt{a^2}=b-a\ \left(a,b\in\mathbb{R}_+\right)$

$=\cancel{\sqrt{2}}-1-\cancel{\sqrt{2}}-1=-2$

تمرين عدد11:

x عدد حقيقي حيث $x>1$

$\sqrt{(1-x)^2}-\left(1-\sqrt{x}\right)^2=|1-x|-\left(1-2\sqrt{x}+x\right)$

$=\cancel{x}-1-1+2\sqrt{x}-\cancel{x}$

$=2\sqrt{x}-2$

$=2\left(\sqrt{x}-1\right)$

تمرين عدد 12:

1) $x=\sqrt{\left(2\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)\left(2\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)}=\sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2}=\sqrt{8-5}=\sqrt{3}$

$y=\left(2-\sqrt{5}\right)^2-\sqrt{5}\left(\sqrt{5}-3\right)=4-4\sqrt{5}+\cancel{5}-\cancel{5}+3\sqrt{5}=4-\sqrt{5}$

2) $x^2-y^2=3-\left(4-\sqrt{5}\right)^2=3-\left(16-8\sqrt{5}+5\right)=3-21+8\sqrt{5}$

$=-18+8\sqrt{5}=-2\left(9-4\sqrt{5}\right)$

3) أ) لنا :

$\begin{cases}\left(4\sqrt{5}\right)^2=80\\ 9^2=81\end{cases}$ $81>80$ و منه : $4\sqrt{5}>9$

ب) $4\sqrt{5}>9$ و منه $9-4\sqrt{5}<0$ وبالتالي $-2\left(9-4\sqrt{5}\right)>0$

أي $x^2-y^2>0$ و منه $x^2>y^2$

ج) $x^2>y^2$ و x و y عددان موجبان إذن $x>y$

تمرين عدد 13:

1) أ) $\left(1-\sqrt{3}\right)^2=1-2\sqrt{3}+3=4-2\sqrt{3}$

ب) $\sqrt{2\left(2-\sqrt{3}\right)}=\sqrt{4-2\sqrt{3}}=\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}=\left|1-\sqrt{3}\right|=\sqrt{3}-1$

2)

$\sqrt{\left(6-3\sqrt{3}\right)\left(6+3\sqrt{3}\right)}=\sqrt{3.\left(2-\sqrt{3}\right).3\left(2+\sqrt{3}\right)}=\sqrt{9\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)}$

$=3\sqrt{2^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=3\sqrt{4-3}=3\sqrt{1}=3\in\mathbb{N}$

3) أ) ليكن $x=\frac{1-\sqrt{17}}{2}$

$x^2=\left(\frac{1-\sqrt{17}}{2}\right)^2=\frac{1}{4}\left(1-2\sqrt{17}+17\right)=\frac{1}{4}\left(18-2\sqrt{17}\right)=\frac{1}{2}\left(9-\sqrt{17}\right)$

$x+4=\frac{1-\sqrt{17}}{2}+4=\frac{1-\sqrt{17}+8}{2}=\frac{9-\sqrt{17}}{2}$

و منه $x^2=x+4$

ب) $A=x^{2n+2}-x^{2n+1}-4x^{2n}=x^{2n}\left(x^2-x-4\right)=x^{2n}\times 0=0$

ج) $\sqrt{x^2-2x+1}+\left|x^2-x\right|+1+x=\sqrt{(x-1)^2}+\left|x(x-1)\right|+1+x$

$=|x-1|+|x||x-1|+1+x$ (x عدد سالب)

$=-x+1-x(1-x)+1+x$

$=-x+1-\cancel{x}+x^2+1+\cancel{x}$

$=x^2-x+2$

$=\cancel{x}+4-\cancel{x}+2=6$ $\left(x^2=x+4\right)$

تمرين عدد 14:

1) $A^2=(1+\sqrt{5})^2=1+2\sqrt{5}+5=6+2\sqrt{5}$

$B^2=(1-\sqrt{3})^2=1-2\sqrt{3}+3=4-2\sqrt{3}$

2) $A\times C=(1+\sqrt{5})\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{6+2\sqrt{5}}\right)=\dfrac{(1+\sqrt{5})^2}{6+2\sqrt{5}}=\dfrac{6+2\sqrt{5}}{6+2\sqrt{5}}=1$

و منه A و C مقلوبان

3) $\dfrac{-2+2\sqrt{3}}{\sqrt{2(2-\sqrt{3})}}=\dfrac{-2+2\sqrt{3}}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}=\dfrac{-2+2\sqrt{3}}{\sqrt{B^2}}=\dfrac{-2+2\sqrt{3}}{-B}$ $(B<0)$

$=\dfrac{2-2\sqrt{3}}{B}=\dfrac{2-2\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}=\dfrac{2(1-\sqrt{3})}{1-\sqrt{3}}=2\in\mathbb{N}$

تمرين عدد 15:

$A=(2x+1)^2=4x^2+4x+1$

$B=(\sqrt{3}x+2)^2=3x^2+4\sqrt{3}x+4$

$C=(x-4)^2=x^2-8x+16$

$D=(5x-2)^2=25x^2-20x+4$

$E=(2x+1)^2-(3x-1)(3x+1)=4x^2+4x+1-9x^2+1$

$=-5x^2+4x+2$

$F=(5x-1)(5x+1)-(5x-2)^2$

$=\cancel{25x^2}-1-\cancel{25x^2}+20x-4$

$=20x-5=5(4x-1)$

$G=(2x-1)(3x-1)-(2x-1)^2=(2x-1)[3x\cancel{-1}-2x\cancel{+1}]$

$=(2x-1)(x)=x(2x-1)$

تمرين عدد 16:

$A=x^2+4x+4=(x+2)^2$

$B=9x^2+6x+1=(3x+1)^2$

$C=25x^2-9=(5x-3)(5x+3)$

$D=25x^2-10x+1=(5x-1)^2$

$E=2x^2-2\sqrt{2}x+1=(\sqrt{2}x-1)^2$

$F=2x^2-12x+18=2(x^2-6x+9)=2(x-3)^2$

$G=(2x-3)^2-(x+1)^2=(2x-3-x-1)(2x-3+x+1)=(x-4)(3x-2)$

$H=4-(x-1)^2=2^2-(x-1)^2=(2-x+1)(2+x-1)=(3-x)(1+x)$

تمرين عدد 17:

1) أ) $A=(2x-1)^2-(x+3)^2=4x^2-4x+1-x^2-6x-9$

$=3x^2-10x-8$

ب) إذا كان $x=0$ فإنّ $A=-8$

2) $(4x+3)(x-4)=4x^2-16x+3x-12=4x^2-13x-12=B$

3) أ)

$A=(2x-1)^2-(x+3)^2=(2x-1-x-3)(2x-1+x+3)$

$=(x-4)(3x+2)$

$C=x^2-8x+16=(x-4)^2$

ب) $A+B+C=(x-4)(3x+2)+(4x+3)(x-4)+(x-4)^2$

$=(x-4)[3x+2+4x+3+x-4]=(x-4)(8x+1)$

4) A و $B+C$ متقابلان يعني $A+B+C=0$ و منه:

$(x-4)(8x-1)=0$ أي $x-4=0$ أو $8x-1=0$

و بالتّالي : $x=4$ أو $x=\dfrac{1}{8}$

تمرين عدد 18:

1) أ) إذا كان : $x=-\sqrt{2}$ فإنّ :

$E=2(-\sqrt{2})^2+6\sqrt{2}(-\sqrt{2})+5=4-12+5=-3$

ب) إذا كان $x=1$ فإنّ :

$F=(\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}+1)=2+\sqrt{2}-3\sqrt{2}-3=-1-\sqrt{2}$

2) أ)

$(\sqrt{2}x+3)^2-4=2x^2+6\sqrt{2}x+9-4=2x^2+6\sqrt{2}x+5=E$

ب)

$E=(\sqrt{2}x+3)^2-4=(\sqrt{2}x+3+2)(\sqrt{2}x+3-2)=(\sqrt{2}x+5)(\sqrt{2}x+1)$

3) $E+F=(\sqrt{2}x+5)(\sqrt{2}x+1)+(\sqrt{2}x-3)(\sqrt{2}x+1)$

$=(\sqrt{2}x+1)(\sqrt{2}x+5+\sqrt{2}x-3)$

$=(\sqrt{2}x+1)(2\sqrt{2}x+2)=(\sqrt{2}x+1)(\sqrt{2}x+1).2=2(\sqrt{2}x+1)^2$

4) أ)

$2x^2+6\sqrt{2}x+5=(3-\sqrt{2}x)(\sqrt{2}x+1)=-(\sqrt{2}x-3)(\sqrt{2}x+1)$

يعني $E=-F$ يعني $E+F=0$ يعني $2\left(\sqrt{2}x+1\right)^2=0$

$x=-\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{-\sqrt{2}}{2}$

ب) $\sqrt{E+F}=2\sqrt{2}$ يعني $\sqrt{2\left(\sqrt{2}x+1\right)^2}=2\sqrt{2}$

يعني $\cancel{\sqrt{2}}\left|\sqrt{2}x+1\right|=2\cancel{\sqrt{2}}$ يعني $\left|\sqrt{2}x+1\right|=2$

يعني $\sqrt{2}x+1=-2$ أو $\sqrt{2}x+1=2$

يعني $x=\frac{-3}{\sqrt{2}}=\frac{-3\sqrt{2}}{2}$ أو $x=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

تمرين عدد 19:

1) أ) إذا كان $x=\frac{1}{3}$ فإنّ : $a=\left(3\times\frac{1}{3}-1\right)^2=(1-1)^2=0$

ب) إذا كان $x=0$ فإنّ : $b=(2\times0-3)^2=(-3)^2=9$

2) أ) $a=(3x-1)^2=9x^2-6x+1$

$b=(2x-3)^2=4x^2-12x+9$

ب) $a-b=9x^2-6x+1-4x^2+12x-9=5x^2+bx-8=c$

ج) $c=a-b$ و منه : $c^2=(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

3) أ)

$c=a-b=(3x-1)^2-(2x-3)^2=(3x-1+2x-3)(3x-1-2x+3)$
$=(5x-4)(x+2)$

ب) $c=x+2$ يعني $(5x-4)(x+2)=x+2$

يعني $(5x-4)(x+2)-(x+2)=0$ يعني $(x+2)(5x-4-1)=0$

يعني $(x+2)(5x-5)=0$ يعني $5(x+2)(x-1)=0$

يعني $x=1$ أو $x=-2$

تمرين عدد 20:

1) أ) $a=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-2x=x^2+x+\frac{1}{4}-2x=x^2-x+\frac{1}{4}$

ب) $a=x^2-x+\frac{1}{4}=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

ج) إذا كان $x=-2^{-1}$ فإنّ : $a=\left(\frac{-1}{2}-\frac{1}{2}\right)^2=(-1)^2=1$

2) لتكن العبارة $b=4x^2$

أ) $a-b=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-4x^2=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-(2x)^2=\left(x-\frac{1}{2}-2x\right)\left(x-\frac{1}{2}+2x\right)$

$=\left(-x-\frac{1}{2}\right)\left(3x-\frac{1}{2}\right)=-\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(3x-\frac{1}{2}\right)$

ب) $a^2+b^2=2ab$ يعني $a^2+b^2-2ab=0$

يعني $(a-b)^2=0$ يعني $a-b=0$

و منه $-\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(3x-\frac{1}{2}\right)=0$ و بالتّالي $x=\frac{-1}{2}$

أو $x=\frac{1}{6}$.

3) إذا كان : $x=\frac{1-\sqrt{17}}{2}$ فإنّ :

$b=4x^2=4.\left(\frac{1-\sqrt{17}}{2}\right)^2=\frac{4}{4}.\left(18-2\sqrt{17}\right)=18-2\sqrt{17}$

$4x+16=4.\frac{1-\sqrt{17}}{2}+16=2-2\sqrt{17}+16=18-2\sqrt{17}$

و منه $b=4x+16$

تمرين عدد 21:

1) $(2-3x)(x+1)=2x+2-3x^2-3x=-3x^2-x+2=A$

2) أ) $16-(3-x)^2=16-\left(9-6x+x^2\right)=-x^2+6x+7=B$

ب) $B=16-(3-x)^2=4^2-(3-x)^2=(4-3+x)(4+3-x)$
$=(1+x)(7-x)$

3) أ) $A+B=(2-3x)(x+1)+(x+1)(7-x)=(x+1)[2-3x+7-x]$
$=(x+1)(9-4x)$

ب) A و B متقابلان يعني $A+B=0$ يعني $(x+1)(9-4x)=0$

يعني $x=-1$ أو $x=\frac{9}{4}$

4) أ) إذا كان $x=\sqrt{2}$ فإنّ :

$A=-3\left(\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{2}+2=-4-\sqrt{2}$

$B=-\left(\sqrt{2}\right)^2+6\sqrt{2}+7=5+6\sqrt{2}$

ب) $B+\frac{5}{2}A=5+6\sqrt{2}+\frac{5}{2}\left(-4-\sqrt{2}\right)$

$=5+6\sqrt{2}-10-\frac{5\sqrt{2}}{2}=\frac{7\sqrt{2}}{2}-5=\frac{7\sqrt{2}-10}{2}$

لدينا : $\begin{cases}\left(7\sqrt{2}\right)^2=98\\ 10^2=100\end{cases}$ $100>98$ و منه $7\sqrt{2}<10$

و بالتّالي : $B+\frac{5}{2}A<0$ أي $B<\frac{-5}{2}A$

تمرين عدد 22:

1) أ) $E=(x+2)^2-(x+1)^2=\left(\cancel{x}+2-\cancel{x}-1\right)(x+2+x+1)$
$=2x+3$

ب) $(x+2)^2-(x+1)^2=2703$ يعني $2x+3=2703$ يعني $x=1350$

و منه العددان 1351 و 1352 هما العددان الصحيحان الطبيعيان المتتاليان اللّذان يحقّقان $(1350+2)^2-(1350+1)^2=2703$

2) أ) $F=(x+2)^2-9=(x+2)^2-3^2=(x+2-3)(x+2+3)$

$= (x-1)(x+5)$

ب) $(10002)^2 - 9 = (10000+2)^2 - 9$

$= (10000-1)(10000+5)$

$= 9999.10005$

العدد 10005 يقبل القسمة على 5 (رقم آحاده 5) و يقبل القسمة على 3 (مجموع أرقامه 6 من مضاعفات 3) و العددان 3 و 5 أوليان فيما بينهما إذن فهو يقبل القسمة على $3\times5=15$.

العدد 10005 يقبل القسمة على 5
العدد 9999 يقبل القسمة على 9
5 و 9 أوليان فيما بينهما
و منه العدد $(10002)^2-9$ يقبل القسمة على 15.

إصلاح تمارين الإختبار من متعدّد :

تمرين عدد 1 : 1) العدد $\left(3+\frac{1}{3}\right)^2-\left(3-\frac{1}{3}\right)^2$ يساوي : 4

2) العدد $\left(\frac{3^n+3^{-n}}{2}\right)^2-\left(\frac{3^n-3^{-n}}{2}\right)^2$ يساوي 1

3) إذا كان a و b عددان حقيقيان حيث $a+b=7$ و $ab=11$ فإنّ : $a^2+b^2=27$

4) النّتيجة هي : $(x+1)^2$

5) مساحة الجزء الملوّن هي $(4-x)^2-4$

6) العدد $(1+1)^2-4$ يساوي 0

7) x^2-1 يساوي $(-1+x)(x+1)$

8) $2x^2-\frac{1}{4}$ يساوي : $\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{2}x\right)\left(\frac{1}{2}+\sqrt{2}x\right)$

9) $(\sqrt{3}-1)^2$ يساوي $4-2\sqrt{3}$

تمرين عدد 2 : 1) صحيح

2) خطأ 3) خطأ

4) صحيح

5) صحيح

6) صحيح

7) خطأ

الدرس 7:

- المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد

- الحصر و المجالات في مجموعة الأعداد الحقيقية

تمرين عدد1:

* $-4x+3=0$ يعني $-4x=-3$ يعني $x=\frac{3}{4}$ ، $S_{\mathbb{R}}=\left\{\frac{3}{4}\right\}$

* $-\frac{1}{2}x+7=-\frac{1}{2}$ يعني $-\frac{1}{2}x=-\frac{15}{2}$ يعني $x=15$ ، $S_{\mathbb{R}}=\{15\}$

* $-2x-3=3x-2$ يعني $5x=-1$ يعني $x=-\frac{1}{5}$ ، $S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{1}{5}\right\}$

* $5(x-3)=x+1$ يعني $4x=16$ يعني $x=4$ ، $S_{\mathbb{R}}=\{4\}$

* $5(x-1)-3(x+2)=2(x-1)+3$ يعني $2x-11=2x+1$ يعني $-11=1$ غير ممكن ، $S_{\mathbb{R}}=\varnothing$

* $\frac{2x+1}{3}=\frac{x-1}{2}$ يعني $4x+2=3x-3$ يعني $x=-5$ ، $S_{\mathbb{R}}=\{-5\}$

* $\frac{x-3}{3}-\frac{2x-5}{2}=\frac{-4x+9}{6}$ يعني $\cancel{2x}-6-\cancel{6x}+15=\cancel{-4x}+9$ يعني $9=9$ ، $S_{\mathbb{R}}=\mathbb{R}$

إذن العدد $(10002)^2-9=9999.10005$ يقبل القسمة على $45=9\times5$

* $2|2x-1|-1=\frac{3}{2}|-2x+1|+1$ يعني $2|2x-1|-\frac{3}{2}|2x-1|=2$

يعني $\frac{1}{2}|2x-1|=2$ يعني $|2x-1|=4$

يعني $2x-1=4$ أو $2x-1=-4$

$x=\frac{5}{2}$ أو $x=-\frac{3}{2}$ ، $S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right\}$

* $(x-1)^2+(x^2-1)=0$ يعني $(x-1)(x-1)+(x-1)(x+1)=0$

يعني $(x-1)[x\cancel{-1}+x\cancel{+1}]=0$ يعني $2(x-1)x=0$

يعني $x=0$ أو $x-1=0$ يعني $x=0$ أو $x=1$ ؛ $S_{\mathbb{R}}=\{0,1\}$

* $2x-2=\frac{x^2}{2}$ يعني $x^2=4x-4$ يعني $x^2-4x+4=0$

يعني $(x-2)^2=0$ يعني $x=2$ يعني $S_{\mathbb{R}}=\{2\}$

* $(3x-1)(x+2)=(1-3x)(x-2)$ يعني $(3x-1)(x+2)+(3x-1)(x-2)=0$

يعني $(3x-1)[x\cancel{+2}+x\cancel{-2}]=0$ يعني $(3x-1)(2x)=0$

يعني $x=\frac{1}{3}$ أو $x=0$ ؛ $S_{\mathbb{R}}=\left\{0;\frac{1}{3}\right\}$

* $(1-2x)^2=(x+2)^2$ يعني $(1-2x)^2-(x+2)^2=0$

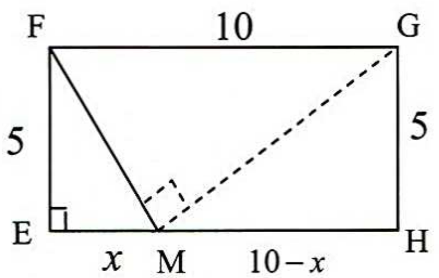
يعني $(1-2x-x-2)(1-2x+x+2)=0$ يعني $(-3x-1)(-x+3)=0$

يعني $x=3$ أو $x=-\frac{1}{3}$ ؛ $S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{1}{3};3\right\}$

تمرين عدد2:

1) أ) لدينا : EFGH مستطيل و منه EH=FG=10cm

$M\in[EH]$ و منه : $0\le x\le10$



2) أ) لدينا : $FM=\sqrt{25+x^2}$

$MG=\sqrt{25+(10-x)^2}$

FGM قائم الزاوية في M يعني $FG^2=FM^2+MG^2$

يعني $10^2=25+x^2+25+(10-x)^2$

يعني $\cancel{100}=25+x^2+25+\cancel{100}+x^2-20x$

يعني $2x^2-20x+50=0$

و منه : $x^2-10x+25=0$

ب) $x^2-10x+25=0$ يعني $(x-5)^2=0$

يعني $x=5$

3) مساحة المثلث MHG هي : $S=\frac{5\times(10-x)}{2}$

لدينا : $0\le x\le 10$

$-10\le -x\le 0$

$0\le 10-x\le 10$

$0\le \frac{5(10-x)}{2}\le 25$

$0\le S\le 25$

4) إذا كانت مساحة المثلّث MHGتساوي نصف مساحة الرّباعي EFGH فإنّ :

$\frac{5(10-x)}{2}=\frac{1}{2}\,\frac{(10+x).5}{2}$ (الرّباعي EFGM شبه منحرف)

و منه : $\frac{5(10-x)}{2}=\frac{5(10+x)}{4}$

أي : $10(10-x)=5(10+x)$

$100-10x=50+5x$

$15x=50 \quad x=\frac{50}{15}=\frac{10}{3}$

تمرين عدد3:

1) ليكن p محيط المثلّث IJK :

$P=x+3+x+4+x+5 \;=3x+12$

$P=24$ يعني $3x+12=24$ يعني $x=4$

2) IJK قائم في K يعني $IJ^2=IK^2+KJ^2$ (حسب نظريّة بيتاغور)

و منه : $(x+5)^2=(x+3)^2+(x+4)^2$

و بالتّالي: $\cancel{x^2}+10x+\cancel{25}=\cancel{x^2}+6x+\cancel{9}+x^2+8x+\cancel{16}$

يعني $x^2+4x=0$

يعني $x(x+4)=0$

يعني $x=0$ أو $x=-4$

$x=-4$ غير ممكن لأن $x+3$ تمثّل بعدا (عدد موجب و في حالة $x=-4$ فإنّ $x+3=-1$) و بالتّالي IJK قائم في K إذا كان $x=0$

3) لتكن S مساحة المثلّث IJKو h إرتفاعه الصّادر من I إذن :

$S=\frac{JK.h}{2}$ و بالتّالي :

$S=\frac{(x+4).\cancel{8}}{2}=\cancel{8}$

يعني $\frac{x+4}{2}=1$

يعني $x+4=2$

يعني $x=-2$

تمرين عدد4:

1) أ) $\begin{cases}-1\le x\le\frac{4}{3}\\ -\frac{2}{3}\le y\le 5\end{cases}$ و و منه $-1-\frac{2}{3}\le x+y\le\frac{4}{3}+5$

أي $\boxed{-\frac{5}{3}\le x+y\le\frac{19}{3}}$

$\begin{cases}-\frac{2}{3}\le y\le 5\\ -1\le x\le \frac{4}{3}\end{cases}$ و و منه $\boxed{-5\le -y\le\frac{2}{3}}$

إذن $\boxed{-6\le x-y\le 2}$

ب) مدى حصر $x-y$ هو $2-(-6)=8$

2) أ) لدينا : $-\frac{2}{3}\le y\le 5$ ومنه $\frac{1}{3}\le y+1\le 6$

و بالتّالي : $y+1\ne 0$

ب) لدينا : $-1\le x\le\frac{4}{3}$ و منه $-2\le 2x\le\frac{8}{3}$ و بالتالي

$1\le 2x+3\le\frac{17}{3}$ و $\frac{1}{6}\le\frac{1}{y+1}\le 3$

إذن : $\frac{1}{6}\times 1\le(2x+3).\frac{1}{y+1}\le 3\times\frac{17}{3}$

أي $\frac{1}{6}\le\frac{2x+3}{y+1}\le 17$

تمرين عدد5:

✓ $\begin{cases}1\le x\le 2\\4\le y\le 5\end{cases}$ و منه

✓ $\begin{cases}1\le x\le 2\\-5\le -y\le -4\end{cases}$ و منه $-4\le x-y\le -2$

✓ $\begin{cases}1\le x\le 2\\ \frac{1}{5}\le\frac{1}{y}\le\frac{1}{4}\end{cases}$ و منه $\frac{1}{5}\le\frac{x}{y}\le\frac{1}{2}$

ب) لدينا :

$\begin{cases}5\le x+y\le 7\\2\le y-x\le 4\end{cases}$ و منه $10\le y^2-x^2\le 28$

و بالتّالي : $-28\le x^2-y^2\le -10$

2) أ) $1\le x\le 2$ و منه $0\le x-1\le 1$

ب) $x^2-2x+1=(x-1)^2$ و منه $0\le (x-1)^2\le 1$ أي

$$0\le x^2-2x+1\le 1$$

تمرين عدد6:

1) ✓ $-2\le x\le 1$ إذن $-4\le 2x\le 2$ و $-3\le y\le -1$

إذن $-7\le 2x+y\le 1$

✓ لدينا : $-3\le y\le -1$ إذن $0\le y^2\le 9$

✓ $\begin{cases} 2\le x+4\le 5 \\ \frac{1}{3}\le -\frac{1}{y}\le 1 \end{cases}$ و، و منه $\frac{2}{3}\le -\frac{x+4}{y}\le 5$ و بالتّالي $-5\le \frac{x+4}{y}\le -\frac{2}{3}$

2) لدينا : $1\le x+3\le 4$ و منه $x+3\ne 0$

3) أ) $A=\frac{2x-1}{x+3}=\frac{2x+6-7}{x+3}=\frac{2x+6}{x+3}-\frac{7}{x+3}=\frac{2(x+3)}{x+3}-\frac{7}{x+3}$

$$=2-\frac{7}{x+3}$$

ب) لدينا : $1\le x+3\le 4$ و منه $\frac{1}{4}\le\frac{1}{x+3}\le 1$ و بالتّالي :

$\frac{7}{4}\le\frac{7}{x+3}\le 7$ إذن $-7\le -\frac{7}{x+3}\le -\frac{7}{4}$

نستنتج أنّ : $-5\le 2-\frac{7}{x+3}\le\frac{1}{4}$ أي $-5\le A\le\frac{1}{4}$

تمرين عدد7:

$$\frac{3}{2}\notin \left]\frac{3}{2};5\right];5\in\left]\frac{3}{2};5\right];2\in\left]\frac{3}{2};5\right]$$

$$-20\in\ ]-\infty,-2];-1\notin\ ]-\infty,-2];\frac{1}{2}\in\ ]-1,1[$$

$$(-1)\notin\ ]-1,1[;\ 0\in\ ]-1,1];\pi\notin\ ]-\pi,\ 3{,}14[$$

$$]-1,1[\ \subset[-1,1];\ ]-2,+\infty[\ \subset\mathbb{R};$$

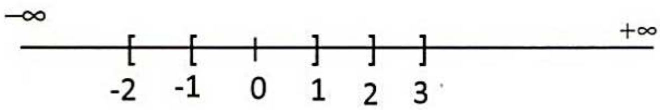
$$]-\infty,+\infty[\ \subset\mathbb{R};\ ]3{,}14,\pi[\ \not\subset\ ]0,1[;$$

$$]\sqrt{2},\sqrt{3}]\subset\ ]1,2[;\ ]-\infty,0[\ \subset\mathbb{R}_-;$$

$$]1,3]\subset\ ]1,+\infty]$$

تمرين عدد 8:

1) أ) $A=[-1,2]$ ، $B=]1,3]$ ، $C=[-2,2[$ ، $D=]-\infty,-1]$

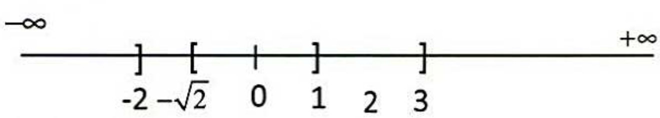


$A\cap B=]1,2]$ ، $A\cup B=[-1,3]$

ب) $C\cap D=[-2,-1]$

$C\cup D=]-\infty,2[$

تمرين عدد9:



$A=]-(1+\sqrt{2}),+\infty[$; $B=]\,0\,,0\,[=\{0\}$

$C=\phi$; $D=]-1\,;\,2\,[$; $E=]-\infty,\ +\infty[$

$F=]-\infty\,,-3[\cup]1\,,\ +\infty[$; $G=[-1\,,1]$

تمرين عدد10:

$$I\cap K=I=[-\sqrt{2}\,,3]$$

$$J\cup K=K\quad (J\subset K)$$

$$I\cap J=[-\sqrt{2}\,,1]$$

$$I\cap J\cap K=[-\sqrt{2},1]$$

تمرين عدد 11:

1) لدينا $a\in[-1,\ 2]$ و منه $-1\le a\le 2$ إذن : $0\le a+1\le 3$

و $b\in[-4\ ,\ -1]$ أي $-4\le b\le -1$ و بالتّالي $1\le -b\le 4$

و منه $\frac{1}{4}\le -\frac{1}{b}\le 1$

إذن $0\le -\frac{a+1}{b}\le 3$

و بالتّالي $-3\le\frac{a+1}{b}\le 0$ أي $-3\le x\le 0$

$\begin{cases}-1\le a\le 2\\ 1\le -b\le 4\end{cases}$ و منه : $12\le a-b+12\le 18$

$$-1\le a\le 2$$

يعني $-4\le a-3\le -1$

يعني $1\le -(a-3)\le 4$

يعني $\frac{1}{4}\le -\frac{1}{a-3}\le 1$

لدينا : $\begin{cases}12\le a-b+12\le 18\\ \frac{1}{4}\le -\frac{1}{a-3}\le 1\end{cases}$ و منه $3\le -\frac{a-b+12}{a-3}=18$

و بالتّالي : $-18\le\frac{a-b+12}{a-3}\le -3$ أي $-18\le y\le -3$

2) أ) لدينا : $-1\le a\le 2$ و منه $3\le a+4\le 6$ و بالتّالي $a+4\ne 0$.

ب) $3-\frac{7}{a+4}=\frac{3a+12-7}{a+4}=\frac{3a+5}{a+4}=z$

3) لدينا : $-1\le a\le 2$ و منه $3\le a+4\le 6$

و بالتّالي : $\frac{1}{6}\le\frac{1}{a+4}\le\frac{1}{3}$ يعني $\frac{7}{6}\le\frac{7}{a+4}\le\frac{7}{3}$

يعني : $-\frac{7}{3}\le -\frac{7}{a+4}\le -\frac{7}{6}$ يعني $\frac{2}{3}\le 3-\frac{7}{a+4}\le\frac{11}{6}$

و بالتّالي : $z\in\left[\frac{2}{3},\frac{11}{6}\right]$

4) $y<x<z$

تمرين عدد12:

1) $-\frac{1}{3}<x<\frac{1}{3}$ و منه $0\le x^2<\frac{1}{9}$ أي $x^2\in\left[0\,,\frac{1}{9}\right[$

2) أ) $-\frac{1}{3}<x<\frac{1}{3}$ يعني $-1<-3x<1$ يعني $1<-3x+2<3$

ب) $-3x+2\in\left]1\,,3\right[$ و منه $-3x+2\neq0$

3) أ) $3-\frac{2}{-3x+2}=\frac{-9x+6-2}{-3x+2}=\frac{-9x+4}{-3x+2}=E$

ب) لدينا : $1<-3x+2<3$ يعني $\frac{1}{3}<\frac{1}{-3x+2}<1$

يعني $\frac{2}{3}<\frac{2}{-3x+2}<2$ يعني $-2<\frac{-2}{-3x+2}<\frac{-2}{3}$

يعني $1<3-\frac{2}{-3x+2}<\frac{7}{3}$ و بالتّالي $E\in\left]1\,,\frac{7}{3}\right[$

4) لدينا : $-\frac{1}{3}<x<\frac{1}{3}$ و منه $-\frac{8}{3}<x-E<-\frac{2}{3}$

$-\frac{7}{3}<-E<-1$

و بالتّالي العدد $x-E$ عدد سالب

تمرين عدد 13:

1) لدينا : $-4<-3x+2<8$ يعني $-6<-3x<6$

يعني $-2<x<2$ أي $|x|<2$

2) $|2x-1|\ge2$ يعني $2x-1\ge2$ أو $2x-1\le-2$

يعني $x\ge\frac{3}{2}$ أو $x\le-\frac{1}{2}$ و منه :

$$I=\left(\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{3}{2}\,,+\infty\right[\right)\cap\mathbb{R}_+=\left[\frac{3}{2}\,,+\infty\right[$$

3) $|2x-1|<2$ يعني $-2<2x-1<2$

يعني $-\frac{1}{2}<x<\frac{3}{2}$

و منه : $J=\left(\left]-\frac{1}{2}\,,\frac{3}{2}\right[\right)\cap\mathbb{R}_-=\left]-\frac{1}{2}\,,0\right]$

تمرين عدد14:

1) $-2x+5\in[3\,,7]$ يعني $3\le-2x+5\le7$

يعني $-1\le x\le1$

و منه : $|x|\le1$

2) لدينا : $-1\le x\le1$ و منه $0\le x^2\le1$

$-1\le x\le1$ و منه $-8\le-8x\le8$ و بالتالي $8\le-8x+16\le24$

3) لدينا : $\begin{cases}0\le x^2\le1\\8\le-8x+16\le24\end{cases}$ و منه $8\le x^2-8x+16\le25$

أي $8\le(x-4)^2\le25$

و منه $(x-4)^2\in[8\,,25]$

تمرين عدد 15:

1) $$A=\frac{1}{(x+y)^2}\times\left(\frac{x^2+y^2}{xy}+2\right)\times\frac{1}{xy}$$

$$=\frac{1}{(x+y)^2}\times\left[\frac{x^2+y^2+2xy}{(xy)^2}\right]=\frac{1}{\cancel{(x+y)}^2}\times\frac{\cancel{(x+y)}^2}{(xy)^2}=(xy)^{-2}$$

2) إذا كان $x=\frac{1}{20}$ و $y=(0,25).10^4$ و فإنّ

$$A=\left(\frac{1}{20}.\frac{25}{10^2}.10^4\right)^{-2}$$

$$=\left(\frac{5}{4}.10^2\right)^{-2}=\left(\frac{4}{5}.10^{-2}\right)^2=\frac{16}{25}.10^{-4}=0,64.10^{-4}$$

$$=6,4.10^{-5}$$

3) $x\in[-4\,,-1]$ يعني $-4\le x\le-1$ و منه : $1\le x^2\le16$

$y\in[3\,,4]$ يعني $3\le y\le4$ و منه $9\le y^2\le16$

4) $\begin{cases}1\le x^2\le16\\9\le y^2\le16\end{cases}$ و منه $9\le(xy)^2\le16^2$

و بالتّالي $3\le xy\le16$ و منه: $\frac{1}{3}\ge\frac{1}{xy}\ge\frac{1}{16}$

$\sqrt{A}\in\left[\frac{1}{16},\frac{1}{3}\right]$

تمرين عدد 16:

1) $|2x+3|=1$ يعني $-1\le2x+3\le1$

يعني $-4\le2x\le-2$ يعني $-2\le x\le-1$

و منه $B=[-2\,,-1]$

2) أ)

$x\in B$ يعني $-2\le x\le-1$ يعني $1\le x^2\le4$

$-2\le x\le-1$ يعني $1\le-x\le2$ و $1<y<3$

يعني $1<-xy<6$ و منه $-6<xy<-1$

$-2\le x\le-1$ يعني $-1\le\frac{1}{x}\le-\frac{1}{2}$ و منه $\frac{1}{2}\le-\frac{1}{x}\le1$

و $1<y<3$ إذن $\frac{1}{2}<\frac{-y}{x}<3$ يعني $-3<\frac{y}{x}<\frac{-1}{2}$

ب) $C=\frac{2x+2y}{y^2-x^2}=\frac{2\cancel{(x+y)}}{(y-x)\cancel{(y+x)}}=\frac{2}{y-x}$

لدينا : $\begin{cases}1\le-x\le2\\1<y<3\end{cases}$ إذن $2<y-x<5$

و بالتّالي : $\frac{1}{5}<\frac{1}{y-x}<\frac{1}{2}$

يعني $\frac{1}{5}<\frac{1}{y-x}<\frac{1}{2}$ يعني $\frac{2}{5}<c<1$

تمرين عدد 17:

1) أ) $-1 \le x \le 0$ يعني $0 \le -3x \le 3$ يعني $1 \le -3x+1 \le 4$
و بالتّالي : $x \in [-1 , 0]$

ب) $-1 \le x \le 0$ يعني $-2 \le x-1 \le -1$ و منه $x-1 \ne 0$

2) $$x-1+\frac{2}{x-1} = \frac{(x-1)^2+2}{x-1} = \frac{x^2-2x+3}{x-1} = A$$

$$1+\frac{8}{x-1} = \frac{x-1+8}{x-1} = \frac{x+7}{x-1} = B$$

3) أ) لدينا : $-2 \le x-1 \le -1$ يعني $-1 \le \frac{1}{x-1} \le -\frac{1}{2}$

يعني $-8 \le \frac{8}{x-1} \le -4$ يعني $-7 \le 1+\frac{8}{x-1} \le -3$

و بالتّالي $B \in [-7 , -3]$

ب) إذا كان $x \in [-1 , 0]$ يعني $-1 \le x \le 0$

يعني $-2 \le x-1 \le -1$ يعني $-1 \le \frac{1}{x-1} \le -\frac{1}{2}$

يعني $-2 \le \frac{2}{x-1} \le -1$ و $-2 \le x-1 \le -1$

إذن $-4 \le x-1+\frac{2}{x-1} \le -2$ أي $-4 \le A \le -2$

تمرين عدد 18:

1) $x \in [-3 , -1]$ يعني $-3 \le x \le -1$ يعني $-5 \le 2x+1 \le -1$

$\begin{cases} 1 \le -x \le 3 \\ 1 \le y \le 2 \end{cases}$ إذن : $2 \le -x+y \le 5$

2) $\begin{cases} 1 \le -x \le 3 \\ 1 \le y \le 2 \end{cases}$ و منه $1 \le -xy \le 6$ يعني $-6 \le xy \le -1$

أي $xy \in [-6 , -1]$

3) $$\begin{aligned} E &= -|y-x| - y|2x+1| + 2|xy| \\ &= -(y-x) - y(-2x-1) + 2(-xy) \\ &= \cancel{-y} + x + \cancel{xy} + \cancel{y} - 2\cancel{xy} = x \end{aligned}$$

تمرين عدد 19:

* $2x-1 \le 3$ يعني $2x \le 4$ يعني $x \le 2$ $S_{\mathbb{R}} =]-\infty , 2]$
* $-2x+\frac{1}{2} \le x-\frac{5}{2}$ يعني $3x \ge 3$ يعني $x \ge 1$ $S_{\mathbb{R}} = [1 , +\infty[$
* $4(x-1)-x+1 \le 3x-2$ يعني $3x-3 \le 3x-2$ يعني
$0x \le 1$ يعني $S_{\mathbb{R}} = \mathbb{R}$
* $\frac{x-2}{3}-1 > \frac{x-7}{3}$ يعني $\frac{x}{3}-\frac{x}{3} > \frac{2}{3}+1-\frac{7}{3}$ يعني
$0x > \frac{-2}{3}$ يعني $S_{\mathbb{R}} = \mathbb{R}$
* $\frac{x-1}{3}-1 \le \frac{x-1}{2}$ يعني $\frac{x}{3}-\frac{x}{2} \le \frac{1}{3}+1-\frac{1}{2}$
$\frac{-1}{6}x \le \frac{5}{6}$ يعني $x \ge -5$ يعني $S_{\mathbb{R}} = [-5 , +\infty[$

* $|2x-1| < 3$ يعني $-3 < 2x-1 < 3$ يعني $-2 < 2x < 4$
يعني $-1 < x < 2$ $S_{\mathbb{R}} =]-1 , 2[$
* $|x-1| = x-1$ يعني $x-1 \ge 0$ يعني $x \ge 1$
$S_{\mathbb{R}} = [1 , +\infty[$
* $|2x+3| = -(2x+3)$ يعني $2x+3 \le 0$ يعني $x \le \frac{-3}{2}$
$S_{\mathbb{R}} = \left]-\infty , -\frac{3}{2}\right]$
* $\frac{x+2}{3}-\frac{x+1}{12} \ge \frac{3-x}{4}$ يعني $\frac{x}{3}-\frac{x}{12}+\frac{x}{4} \ge \frac{-2}{3}+\frac{1}{12}+\frac{3}{4}$
يعني $\frac{x}{2} \ge \frac{1}{6}$ يعني $x \ge \frac{1}{3}$ $S_{\mathbb{R}} = \left[\frac{1}{3} , +\infty\right[$
* $3x(x-1)-(3x-1)(x-2) \le 0$ يعني
$\cancel{3x^2} - 3x - \cancel{3x^2} + 6x + x - 2 \le 0$
يعني $4x \le 2$ يعني $x \le \frac{1}{2}$ يعني $S_{\mathbb{R}} = \left]-\infty, \frac{1}{2}\right]$
* $(x-3)^2-(x+2)^2 \le -4$ يعني $\cancel{x^2} - 6x + 9 - \cancel{x^2} - 4x - \cancel{4} \le -\cancel{4}$
يعني $-10x \le -9$ يعني $x \ge \frac{9}{10}$ $S_{\mathbb{R}} = \left[\frac{9}{10}, +\infty\right[$

تمرين عدد 20:

1) لدينا $M \in [AD]$ و $AD = 8$ و $AM = x$ إذن $0 \le x \le 8$

2) نرمز ب S لمساحة المثلّث ABM
نرمز ب S' لمساحة المثلّث MDC

$\frac{10 \times x}{2} > \frac{6(8-x)}{2}$ يعني $S > S'$

يعني $10x > 48 - 6x$ يعني $10x + 6x > 48$ يعني
$16x > 48$ يعني $x > 3$ و $0 \le x \le 8$ إذن $x \in]3 , 8]$

3) أ) حسب نظريّة طالس : $\frac{IN}{C'B} = \frac{CN}{CB} = \frac{CI}{CC'}$ و منه

$\frac{IN}{10-6} = \frac{8-x}{8}$ و منه $IN = \frac{4(8-x)}{8} = \frac{8-x}{2}$

و منه مساحة المثلّث CIN هي :

$$\frac{CI \times IN}{2} = \frac{(8-x)(8-x)}{2 \times 2} = \frac{(8-x)^2}{4}$$

ب) مساحة المثلّث CI N تساوي سدس مساحة الرّباعي $ADCC'$ يعني

$\frac{(8-x)^2}{4} = \frac{1}{\cancel{6}} \times 8 \times \cancel{6}$ و منه $32 = (8-x)^2$ يعني $8-x = 4\sqrt{2}$

أو $8-x = -4\sqrt{2}$ يعني $x = 8-4\sqrt{2}$

أو $x = 8+4\sqrt{2}$ و بما أنّ $x \in]3;8]$ فإنّ ذلك غير ممكن

تمرين عدد 21:

1)أ) $a \in [3,4]$ يعني $3 \le a \le 4$

$b \in [-1,2]$ يعني $-1 \le b \le 2$

$\begin{cases}3\le a\le 4\\ -2\le -b\le 1\end{cases}$ و منه $1 \le a-b \le 5$

ب) لدينا : $\begin{cases}2\le a+b\le 6\\ 1\le a-b\le 5\end{cases}$ و منه $2 \le (a+b)(a-b) \le 30$

أي $2 \le a^2-b^2 \le 30$ و بالتّالي : $a^2-b^2 \ne 0$

2) أ) $\frac{1}{a-b}+\frac{1}{a+b} = \frac{a\cancel{+b}+a\cancel{-b}}{(a-b)(a+b)} = \frac{2a}{a^2-b^2}=E$

ب) لدينا : $2\le a^2-b^2\le 30$ يعني $\frac{1}{30}\le\frac{1}{a^2-b^2}\le\frac{1}{2}$

و : $6\le 2a\le 8$ و منه : $6\times\frac{1}{30}\le\frac{2a}{a^2-b^2}\le 8\times\frac{1}{2}$

$\frac{1}{5}\le E\le 4$

تمرين عدد 22:

$x\in E$ يعني $x\ge 0$ يعني $x\in[0,+\infty[=\mathbb{R}_+$

و منه $E=\mathbb{R}_+$

$x\in F$ يعني $-5\le 2x-3\le -1$ يعني $-2\le 2x\le 2$

يعني $-1\le x\le 1$ و منه $F=[-1\ ,\ 1]$

2) $E\cup F=[-1\ ,\ +\infty[$ ، $E\cap F=[0,1]$

3) $a=|x-\sqrt{2}|-|x+\sqrt{2}|+\sqrt{8}$ $(x\in F)$

$=\sqrt{2}-x-(x+\sqrt{2})+2\sqrt{2}$

$=\cancel{\sqrt{2}}-x-x\cancel{-\sqrt{2}}+2\sqrt{2}=2\sqrt{2}-2x$

تمرين عدد 23:

1) $x(x+2)=0$ يعني $x^2+2x=0$ يعني $A=0$

يعني $x=0$ أو $x=-2$

$S_{\mathbb{R}}=\{-2,0\}$

2) أ) $B=(2x-3)^2-(x-5)^2=(2x-3-x+5)(2x-3+x-5)$

$=(x+2)(3x-8)$

ب) $(2x-3)^2-(x-5)^2=0$ يعني $(2x-3)^2=(x-5)^2$

$(x+2)(3x-8)=0$ يعني $x=\frac{8}{3}$ أو $x=-2$

يعني $S_{\mathbb{R}}=\{-2,\frac{8}{3}\}$

3) أ) $A+B=x(x+2)+(x+2)(3x-8)$

$=(x+2)(x+3x-8)$

$=(x+2)(4x-8)=2(x+2)(x-2)$

ب) $A+B=0$ يعني $x+2=0$ أو $x-2=0$

يعني $x=2$ أو $x=-2$

$S_{\mathbb{R}}=\{-2,2\}$

4) $A-(x-2)(x+2)=0$ يعني $4A-4(x-2)(x+2)=0$

يعني $x(x+2)-(x-2)(x+2)=0$ يعني $(x+2)(\cancel{x}\cancel{-x}+2)=0$

يعني $2(x+2)=0$ يعني $x=-2$ يعني $S_{\mathbb{R}}=\{-2\}$

ب) $x^2-x(x+2)\le 4$ يعني $x^2-A\le 4$

يعني $\cancel{x^2}-\cancel{x^2}-2x\le 4$ يعني $x\ge -2$ يعني $S_{\mathbb{R}}=[-2,-\infty[$

$-\infty$ -2 [$+\infty$

إصلاح تمارين الإختيار من متعدّد

تمرين عدد1 :

1) $\{0\ ,\frac{1}{2}\}$

2) $\varnothing$

3) 2

4) $[-3\ ,\ 3]$

5) $-6\le xy\le -1$

6) $]-2\ ,\ 2]$

7) $]-\sqrt{2}\ ,1[$

8) $\mathbb{R}_-$

9) $]3\ ,\ +\infty[$

تمرين عدد 2:

1) صحيح 2) صحيح 3) خطأ 4) صحيح

5) صحيح 6) خطأ 7) خطأ 8) خطأ

9)صحيح 10) صحيح 11) صحيح 12)خطأ

13) خطأ 14) صحيح

الدّرس 8: الإحصاء و الإحتمالات

تمرين عدد 1:

1) هذه الميزة هي كميّة مسترسلة.

2) منوال هذه السّلسلة الإحصائيّة هو : $\frac{65+70}{2}=67,5$ كغ

المعدّل الحسابي لهذ ه السّلسلة الإحصائيّة هو :

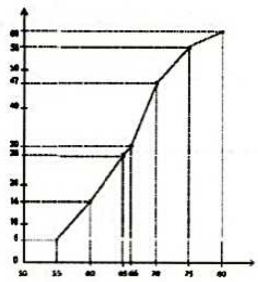
$\frac{6\times 52,5+10\times 57,5+12\times 62,5+19\times 67,5+9\times 72,5+4\times 77,5}{6+10+12+19+9+4}$

$=\frac{3885}{60}=64,75$

4)

الفئة	[50 , 55[	[55 , 60[	[60 ,65 [	[65, 70 [	[70 , 75 [	[75 , 80 [
عدد الأفراد (التّكرار)	6	10	12	19	9	4
التّكرار التّراكمي الصّاعد	6	16	28	47	56	60
التّواتر التّراكمي الصّاعد	0,1	0,27	0,47	0,78	0,93	1

5)



موسّط هذه السّلسلة هو فاصلة النقطة التي ترتيبها $\frac{60}{2} = 30$

موسّط هذه السّلسلة الإحصائيّة هو 66

تمرين عدد 2:

1) هذه الميزة هي كميّة منقطعة

2) التّكرار الجملي لهذه السلسلة الإحصائيّة هو :

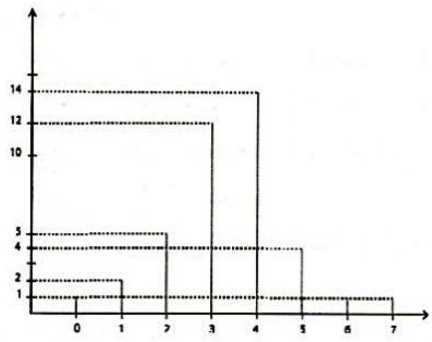
$$1 + 2 + 5 + 12 + 14 + 4 + 1 + 1 = 40$$

3) موسّط هذه السّلسلة : $\frac{4+3}{2} = 3,5$

4) معدّل عدد الأبناء داخل الحي هو :

$$\frac{0\times1+1\times2+2\times5+3\times12+4\times14+5\times4+6\times1+7\times1}{40} = 3,425$$

5)



6)

عدد الأبناء	0	1	2	3	4	5	6	7
عدد العائلات	1	2	5	12	14	4	1	1
التّكرار التراكمي	40	39	37	32	20	6	2	1

النّازل								
التّواتر التّراكمي النّازل	1	0,975	0,925	0,8	0,5	0,15	0,05	0,025

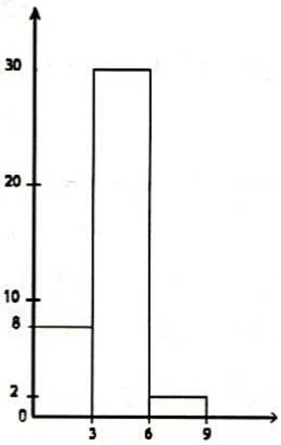
7) نسبة العائلات التّي لها عدد أبناء > 2 هي : 80%

8)

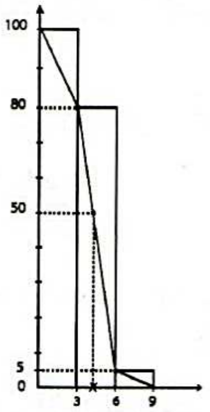
الفئة	[0 , 3[	[3 , 6[	[6 , 9[
مركز الفئة	1,5	4,5	7,5
التّكرار	8	30	2
التّواتر	0,2	0,75	0,05
التّواتر (%)	20%	75%	5%
التّواتر التّراكمي النّازل (%)	100%	80%	5%

المعدّل الحسابي لهذه السّلسلة هو : $\frac{8\times1,5+30\times4,5+2\times7,5}{40} = 4,05$

ب)



ج)



موسّط هذه السّلسلة هو فاصلة النقطة التي ترتيبها 50% وهي 4,5 تقريبا

تمرين عدد 3:

1) الجدول الإحصائي لهذه السّلسلة هو :

قيمة السّحب	10	20	30	40	50	100
عدد الأفراد	6	5	4	15	12	8

2) موسّط هذه السّلسلة الإحصائيّة هو : 40

3) أ) معدّل السّحب هو :

$$\frac{100\times8+50\times12+40\times15+30\times4+20\times5+10\times6}{50}=45,6$$

ب)أكثر مبلغ وقع سحبه هو : 40 دينارا وهو يمثّل منوال هذه السّلسلة الإحصائيّة.

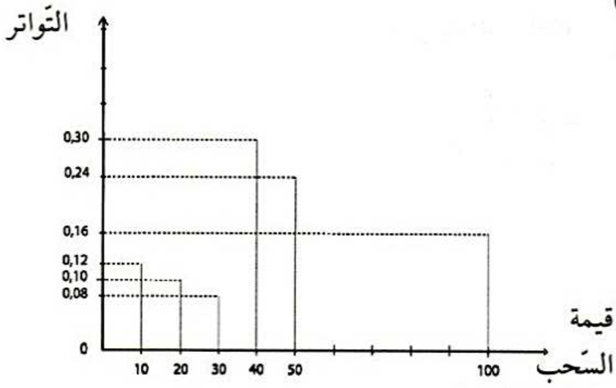
4)

قيمة السّحب	10	20	30	40	50	100
عدد الأفراد (التّكرار)	6	5	4	15	12	8
التّواتر	0,12	0,1	0,08	0,3	0,24	0,16

5) النّسبة المائويّة للحرفاء اللّذين سحبوا أقلّ من 100 دينار هو :

$(0,12+0,1+0,08+0,3+0,24)\times100\% = 84\%$

6)



تمرين عدد 4:

1) أ) التكرار الجملي لهذه السلسلة الإحصائية هو :

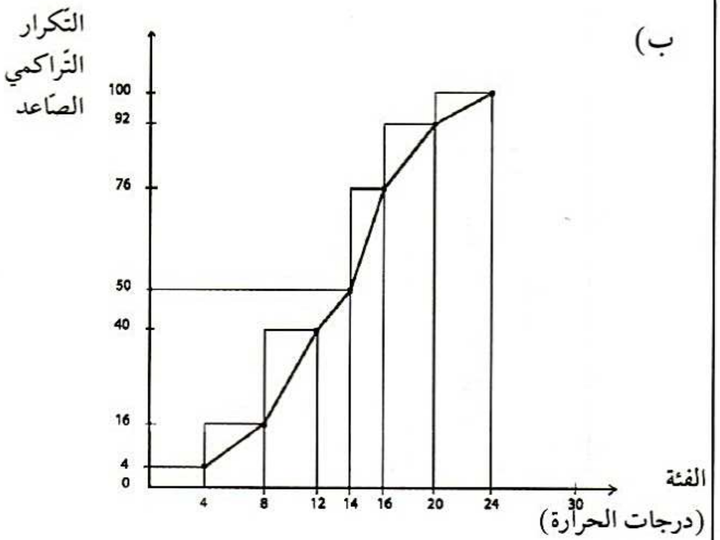
$4+12+24+36+16+8=100$

ب)الجدول الإحصائي لهذه السلسلة :

الفئة (درجات الحرارة)	$[0,4[$	$[4,8[$	$[8,12[$	$[12,16[$	$[16,20[$	$[20,24[$
التكرار	4	12	24	36	16	8
التكرار التراكمي الصاعد	4	16	40	76	92	100

2)أ)انظر الجدول السّابق

ب)



ج) موسّط هذه السّلسلة هو فاصلة النّقطة التي ترتيبتها 50 وهو 14 تقريبا(ينتمي إلى الفئة) $]12,16[$

ب) معدّل درجات الحرارة لهذه المدن هو :

$$\frac{4\times2+12\times6+24\times10+36\times14+16\times18+8\times22}{100}=12,88$$

4)

القيمة (درجات الحرارة)	$[0,4[$	$[4,8[$	$[8,12[$	$[12,16[$	$[16,20[$	$[20,24[$
التّكرار	4	12	24	36	16	8
التّواتر (%)	4%	12%	24%	36%	16%	8%

تمرين عدد 5:

1) أ)

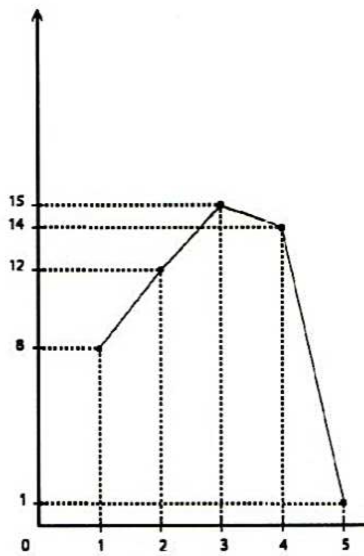
عدد الغرف	1	2	3	4	5
التّكرار	8	12	15	14	1
التّكرار التّراكمي النّازل	50	42	30	15	1

($8=\frac{16}{100}\times50$ ، $12=\frac{24}{100}\times50$ ، $15=\frac{30}{100}\times50$ ، $\frac{28}{100}\times50$

و ($1=\frac{2}{100}\times50$)

2)ب) انظر الجدول السّابق.

ج)

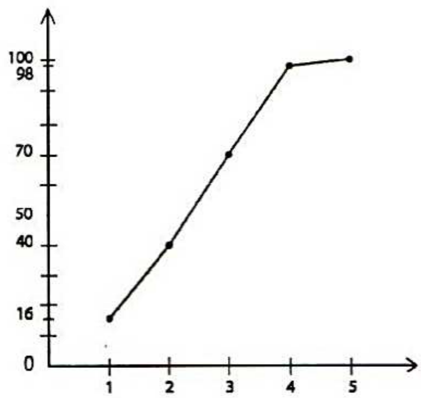


د) موسّط هذه السّلسلة هو : 3

4) معدّل عدد الغرف لكل عائلة هو:

$$\frac{1\times8+2\times12+3\times15+4\times14+5\times1}{50}=2,76$$

عدد الغرف	1	2	3	4	5
التواتر (%)	16%	24%	30%	28%	2%
التواتر التراكمي الصاعد	16%	40%	70%	98%	100%



موسّط هذه السّلسلة هو فاصلة النّقطة التي ترتيبتها 50% وهو 3

تمرين عدد 6:

1) الجدول الإحصائي للقسم الأوّل :

المعدّل	5	8	14	17	19
التّكرار	2	5	7	4	2
التّكرار التّراكمي الصّاعد	2	7	14	18	20

الجدول الإحصائي للقسم الثّاني :

المعدّل	7	8	12	13	18
التّكرار	1	4	6	6	3
التّكرار التّراكمي الصّاعد	1	5	11	17	20

2)أ) معدّل الرياضيّات للقسم الأوّل هو :

$$\frac{5\times2+8\times5+14\times7+17\times4+19\times2}{20}=12,70$$

معدّل الرياضيّات للقسم الثّاني هو :

$$\frac{7\times1+8\times4+12\times6+13\times6+18\times3}{20}=12,15$$

ب)النّسبة المائويّة للتّلاميذ الّذين ليس لهم معدّل للقسم الأوّل هي :

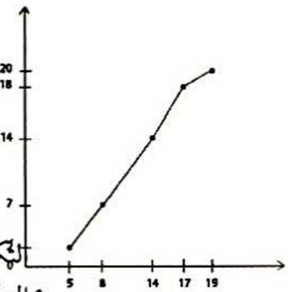
$$\frac{7}{2\cancel{0}}\times10\cancel{0}=35\%$$

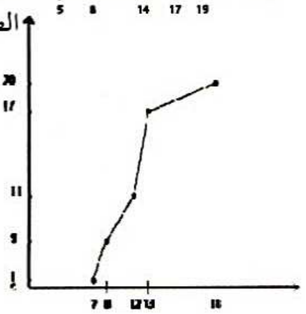
النّسبة المائويّة للتّلاميذ الّذين ليس لهم معدّل للقسم الثاني هي :

$$\frac{5}{2\cancel{0}}\times10\cancel{0}=25\%$$

ج) النسبة المائوية للتلاميذ الذين لهم معدّل يتجاوز 13 للقسمين الأوّل و الثاني هي على التوالي : 65% و $\frac{9}{2\cancel{0}}\times10\cancel{0}=45\%$

3)





تمرين عدد 7:

1)

طول القامة	[155,160[	[160,165[	[165,170[	[170,175[	[175,180[	[180,185[
التكرار	10	13	15	11	1	1
التكرار التراكمي الصاعد	10	23	38	49	50	51
التواتر (%)	0,20	0,25	0,29	0,22	0,02	0,02

ب)موسّط هذه السّلسلة الإحصائيّة هو فاصلة النّقطة التي ترتيبها $\frac{51+1}{2}=26$ أي 166 تقريبا.

2) معدّل طول القامة في هذا القسم هو :

$$\frac{157,5\times10+162,5\times13+167,5\times15+172,5\times11+177,5\times1+182,5\times1}{51}=165,82$$

3)أ) احتمال أن يكون التّلميذ قامته أصغر من 175 هو : $\frac{49}{51}\simeq0,96$

ب) احتمال أن يكون هذا المسؤول فتاة هو :

$$\frac{51-15}{51}=\frac{16}{51}\simeq0,31$$

تمرين عدد8:

1) الحدث A هو حدث ممكن لأن احتمال وقوعه أكبر من 0 و أصغر من 1.

الحدث B هو حدث ممكن لأن احتمال وقوعه أكبر من 0 و أصغر من 1.

الحدث C هو حدث مستحيل لأن احتمال وقوعه يساوي 0.

الحد ث D هو حدث أكيد لأن احتمال وقوعه يساوي 0.

2)أ) عدد إمكانيات السحب هو : $5\times4=20$

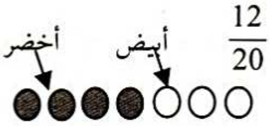
ب) عدد إمكانيات سحب كوريتان من نفس اللون هو :

$8=(1+3)\times2$ و إحتماله هو : $\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$

ج) إحتمال سحب كوريتان من ذوي لونين مختلفين هو :

$\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$

تمرين عدد 9:



1) عدد إمكانيّات السّحب هو : 21

2)أ) إحتمال سحب كجّتين ذوى اللّون الأبيض هو : $\frac{1}{7}=\frac{3}{21}$

ب) إحتمال سحب كجّتين ذوى اللّون الأخضر هو : $\frac{2}{7}=\frac{6}{21}$

ج) إحتمال سحب كجّتين لهما نفس اللّون هو : $\frac{3}{7}=\frac{9}{12}$

3) عدد إمكانيّات سحب كجّتين ذوى لونين مختلفين هو : 12

4) الحدث هو A حدث ممكن لأن إحتماله أكبر من 0 و أصغر من1

تمرين عدد10:

x	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

1) أ)عدد الإمكانيّات هو : 36

ب)النتائج الممكنة هي :

$\{1,2,3,4,5,6,8,9,10,12,15,16,18,20,24,25,30,36\}$

1) إحتمال حدوث الحدث A هو : $\frac{1}{36}$

2) الحدث B هو حدث مستحيل لأنّ إحتماله مساوٍ لـ 0

الحدث D هو حدث مستحيل لأنّ إحتماله مساوٍ لـ 0

الحدث E هو حدث أكيد لأنّ إحتماله مساوٍ لـ 1

3) إحتمال حصول الحدث A أو الحدث C هو : $\frac{19}{36}$

إصلاح تمارين الإختيار من متعدّد :

تمرين عدد1:

1) 0

2) ينتمي إلي المجال $]0,1[$

3)ب)

4) 17

5) $\frac{5}{5}$

6) 20

7)أ) 30 % ب) 70%

تمرين عدد 2 :

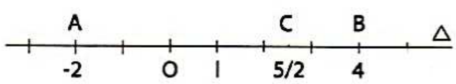
1) خطأ 2) صحيح

3) أ) صحيح ب) خطأ

4) أ) خطأ ب) صحيح

الدرس 9: التعييّن في المستوي

تمرين عدد1:

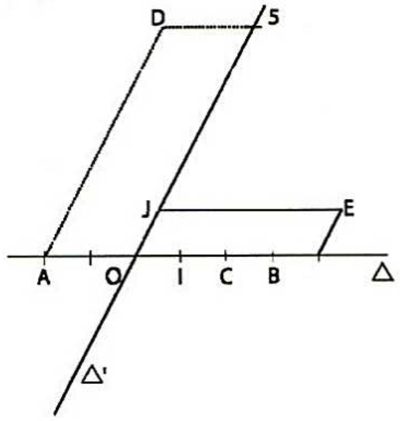


1) $AB=|4-(-2)|=|6|=6$; $AC=\left|\frac{5}{2}-(-2)\right|=\left|\frac{9}{2}\right|=\frac{9}{2}$

2) $BM=AB$ يعني $|x_M-x_B|=6$ يعني $|x_M-4|=6$

يعني $x-4=6$ أو $x_M-4=-6$ يعني $x_M=10$ أو$-2=$ ...

(3



أ) O(0,0) ، I(1,0) ، J(0,1) ، A(-2,0) ، B(4,0) ،

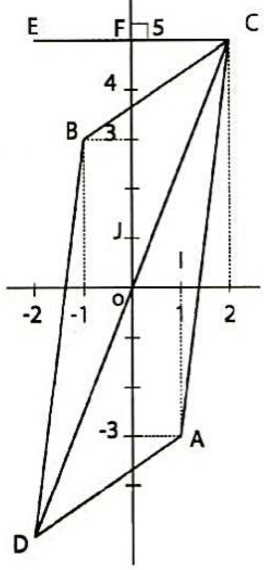
C($\frac{5}{2}$ ، 0)

ب) مسقط النقطة D على محور الفاصلات وفقا لمنحى (OJ) هي النقطة J.

ج)مسقط النقطة E على محور الترتيبات وفقا لمنحى (OI) هي النقطة A.

د)مجموعة النقاط التي مساقطها على محور الفاصلات النقطة A وفقا لمنحى (OJ) هي المستقيم (AD) (مجموعة نقاط المستقيم (AD)).

تمرين عدد 2:



1) أ) $\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{1-1}{2}=0$ و $\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{3-3}{2}=0$

و منه O منتصف [AB].

ب) D(-2, -5)

2)أ) C و D متناظرتان بالنسبة إلى O و منه O منتصف [CD]

و O منتصف [AB] (1) أ)) و منه القطران [AB] و [CD] يتقاطعان في منتصفهما إذن ACBD متوازي أضلاع.

ب)مسقط C على (BD) وفقا لمنحى (AD) هي النقطة B، لأنّ (AD) // (CB).

ج) مجموعة النقاط التي مساقطها A على (AD) وفقا لمنحى (BD) هي مجموعة نقاط المستقيم (AC) لأنّ (AC) // (BD).

3) أ) E(-2 , 5) $\left(y_E=y_C=5 \quad x_E=-x_C=-2\right)$

ب) $x_F=\frac{x_C+x_E}{2}=0$ و $y_F=\frac{y_C+y_E}{2}=5$

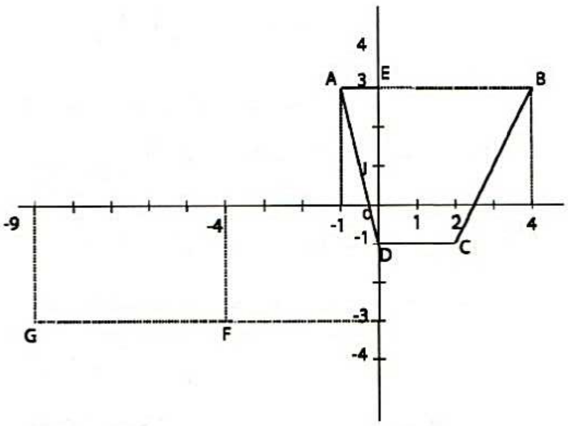
و منه F(0,5) و $F\in(OJ)$

ج) (OJ) هو الموسط العمودي لـ [CE] و $J\in(OJ)$

إذن JC=JE

و منه المثلث JCE متقايس الضلعين في J .

تمرين عدد3:



1)لدينا $y_A=y_E=y_B=3$ و منه A و E و B على استقامة واحدة

2) أ) لدينا: (AB) // (OI) و (OI) // (CD)

و منه (AB) // (CD) إذن ABCD شبه منحرف.

ب)(OI) // (AB) و $(ED)=(OJ)\perp(OI)$

إذن $(ED)\perp(AB)$

ج)مساحة الرباعي ABCD هي:

$$\frac{(AB+CD)\times ED}{2}=\frac{(5+2).4}{2}=14cm^2$$

3) أ) F(-4 , -3)

ب) لدينا: G و F لهما نفس الترتيبة و منه (OI) // (GF)

و (AB) // (OI) إذن (GF) // (AB)

$$GF=\left|-9-(-4)\right|=\left|-5\right|=5$$

4)لدينا: (GF) // (AB) و AB=GF=5

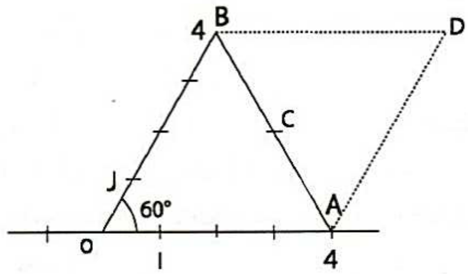
إذن ABFG متوازي أضلاع

(5

$$\begin{cases}\frac{x_B+x_G}{2}=\frac{4-9}{2}=\frac{-5}{2}\\ \frac{y_B+y_G}{2}=\frac{3+(-3)}{2}=0\end{cases} \qquad \begin{cases}\frac{x_A+x_F}{2}=\frac{-1-4}{2}=\frac{-5}{2}\\ \frac{y_A+y_F}{2}=\frac{3-3}{2}=0\end{cases}$$

و منه M مركز متوازي الأضلاع ABFG

تمرين عدد 4:



1)أ) $OA=|x_A|=4$ ؛ $OB=|4|=4$

ب) OA=OB=4 و منه المثلث OAB متقايس الضلعين في O و $B\hat{O}A=60°$ فهو متقايس الأضلاع

2)أ) $x_C=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{4+0}{2}=2$ و $y_C=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{0+4}{2}=2$

و منه $C(2,2)$

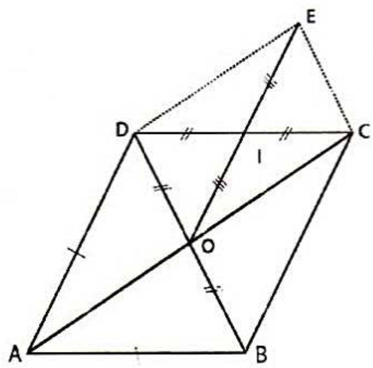
ب) OAB متقايس الأضلاع في O و C منتصف [AB] إذن [OC] هو ارتفاع في المثلث OAB و منه $(OC)\perp(AB)$.

3)أ) $\frac{x_O+x_D}{2}=\frac{4}{2}=2$ و $\frac{y_O+y_D}{2}=\frac{4}{2}=2$

و منه C منتصف [OD].

ب) في الرباعي OADB القطران يتقاطعان في المنتصف فهو متوازي أضلاع و متعامدان فهو إذن معيّن.

تمرين عدد 5:



1)ABD متقايس الأضلاع و منه AB=AD و القطران [AC] و [BD] في الرباعي ABCD يتقاطعان في منتصفهما إذن ABCD معيّن.

2)أ) O و C و D ليسوا على استقامة واحدة و $(OC)\perp(OD)$ إذن (O ، C ، D) معيّنا متعامدا في المستوي.

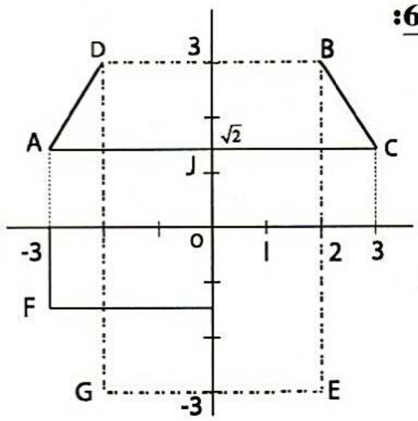
ب)في المعيّن (O،C ،D) : O(0,0) ، A(-1,0)، B(0,-1)، C(1,0) و D(0,1)

3)أ)E(1,1) (لأنّ OCED متوازي أضلاع)

ب)ODEC متوازي أضلاع (القطران يتقاطعان في منتصفهما)و $(OD)\perp(OC)$ إذن فهو مستطيل.

ج) OE=DC=AB=4cm (قطرا المستطيل متقايسان)

تمرين عدد 6:



1)أ)النقاط المتناظرة بالنسبة إلى محور الفاصلات هي:
A و F ؛ D و G ؛ B و E

ب)النقاط المتناظرة بالنسبة غلى محور الترتيبات هي:
A وC ؛ B و D ؛ E و G

ج)النقاط المتناظرة بالنسبة إلى أصل المعيّن O هي:
C و F ؛ E و D ؛ B و G

2)أ)لدينا :

$\begin{cases}(BD)\ //\ (OI)\\(AC)\ //\ (OI)\end{cases}$ و منه (BD) // (AC)

و BC=DA (مناظرة [BC] هي [DA] بالنسبة إلى (OJ))

إذن : ACBD شبه منحرف متقايس الضلعين

ب)

$\begin{cases}(BD)\perp(OJ) \text{ و } (EG)\perp(OJ) \text{ و منه } (BD)//(GE)\\(OI)\perp(BE) \text{ و } (DG)\perp(OI) \text{ و منه } (BE)//(DG)\end{cases}$

و منه BDGE متوازي أضلاع

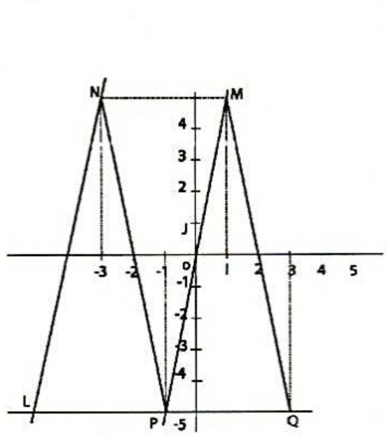
$\begin{cases}(BD)\perp\ (OJ)\\(BE)\ \perp(OI)\\(OI)\ \perp(OJ)\end{cases}$ إذن $(BD)\perp(BE)$

إذن BDGE هو متوازي أضلاع له زاوية قائمة فهو مستطيل.

3)أ) $[GD]=\{M(x,y)$ حيث $x=-2$ و $-3\le y\le 3\}$

ب)$[DB]=\{N(x,y)$ حيث $y=3$ و $x\ge -2\}$

تمرين عدد7:



1)P(-1 ,-5) و Q (3 , -5)

2)أ) MNPQ متوازي أضلاع و منه (PQ) // (MN) و $L\in(PQ)$
إذن (LP) // (MN)
و (MP) // (NL) (معطى) إذن MNLP متوازي أضلاع.
ب)MN=PQ و MN=LP إذن PQ=PL و النقاط P و Q و L على استقامة واحدة إذن P منتصف [LQ])

ج) $x_P=\frac{x_L+x_Q}{2}$ يعني $-1=\frac{x_L+3}{2}$ يعني $x_L=-5$

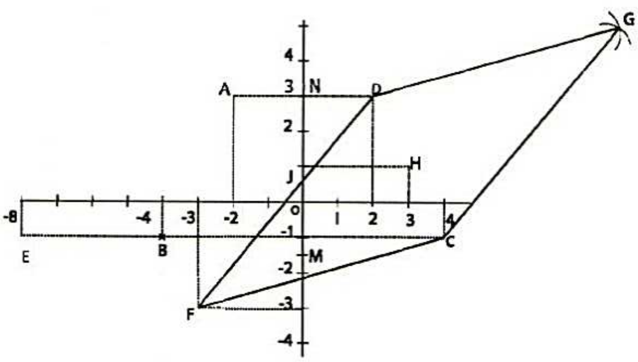
$y_P=\frac{y_L+y_Q}{2}$ يعني $-5=\frac{y_L-5}{2}$ يعني $y_L=-5$

إذن : L(-5 , -5)

3) $\frac{y_M+y_L}{2}=\frac{5-5}{2}=0$ و منه منتصف [ML] ينتمي إلى محور الفاصلات

4)أ)MNLQ هو شبه منحرف لأنّ (LQ) // (MN)
ب)مساحة MNLQ هي: $\frac{(MN+LQ)\times 10}{2}$ أي $\frac{(4+8)\times 10}{2}$;
و هي تساوي $60cm^2$

تمرين عدد8:



1) D(2,3) ($x_D=-x_A$ و $y_D=y_A$)
2)أ)لدينا: $x_C=-x_B$ و $y_B=y_C$ إذن B و C متناظرتان بالنسبة إلى (OJ) و $J\in(OJ)$ و منه JB=JC إذن المثلث JBC متقايس الضلعين في J.
ب) A و D متناظرتان بالنسبة إلى (OJ) و منه $(AD)\perp(OJ)$
C و B متناظرتان بالنسبة إلى (OJ) و منه $(BC)\perp(OJ)$
إذن (BC) // (AD)
و بالتالي ADCB شبه منحرف و AB=DC (مناظرة [AB] هي [DC] بالنسبة إلى (OJ)) و منه ADCB شبه منحرف متقايس الضلعين.
ج)(MN)= (OJ) و $(AD)\perp(OJ)$ و $(BC)\perp(OJ)$
إذن $(MN)\perp(AD)$ و $(MN)\perp(BC)$
3) أ) $AD=|2-(-2)|=4$ ؛ $BC=|4-(-4)|=8$
و $MN=|3-(-1)|=4$
ب)مساحة ABCD هي: $\frac{(AD+BC)\times MN}{2}$

أي: $\frac{(4+8)\times 4}{2}$ يساوي : $24cm^2$
4) E و B لهما نفس الترتيبة (-1) و منه (OI) // (EB)
$EB=|-4-(-8)|=4$
5)(AD) // (EB) (لأنهما يوازيان نفس المستقيم (OI))
و AD=EB=4 إذن ADBE متوازي أضلاع
6)أ)مركز متوازي الأضلاع CFDG هي النقطة H منتصف [CD]

$x_H=\frac{x_C+x_D}{2}=\frac{2+4}{2}=3$ ؛ $y_H=\frac{y_C+y_D}{2}=\frac{-1+3}{2}=1$

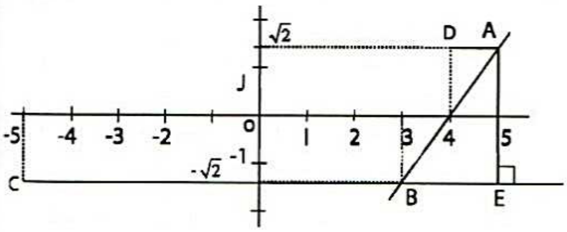
و منه H(3,1)

ب) $\frac{x_F+x_G}{2}=x_H$ يعني $\frac{-3+x_G}{2}=3$ يعني $x_G=9$

$\frac{y_F+y_G}{2}=y_H$ يعني $\frac{-3+y_G}{2}=1$ يعني $y_G=5$

و منه G(9,5)

تمرين عدد9:



1)A و D لهما نفس الترتيبة و منه (OI) // (AD)
B و C لهما نفس التريتبة و منه (OI) // (BC)
و بالتالي (BC) // (AD) إذن ABCD شبه منحرف
2)أ) E(5 , $-\sqrt{2}$) ($x_E=x_A$ و $y_E=y_B$)
ب) (AE) // (OJ)
و منه $AE=|y_E-y_A|=2\sqrt{2}$
(BC) // (OI) و منه : $BC=|x_C-x_B|=|-5-3|=8$
ج)مساحة المثلث ABC هي:
$\frac{BC\times AE}{2}$ يساوي $\frac{8\times 2\sqrt{2}}{2}=8\sqrt{2}$ صم²
3)C و E متناظرتان بالنسبة إلى (OJ) و منه OC=OE
E و A متناظرتان بالنسبة إلى (OI) و منه OC =OE
إذن OA =OC =OE
إذن النقاط A و E و C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O و شعاعها OA
4) $]AE[=\{M(x,y)$ ؛ حيث $x=5$ و $-\sqrt{2}<y<\sqrt{2}\}$

إصلاح تمارين الاختيار من متعدد:

تمرين عدد 1:

1)أ)(OJ) // (AB) ب) $\left(-2,\frac{1}{2}\right)$ ج) (OJ)
2) $|x_B-x_A|$
3)I منتصف [EF]

4)(2 ,2)

5)[AB]

6)A و C تنتميان إلى محور الفاصلات.

7)JMN متقايس الضلعين.

تمرين عدد 2:

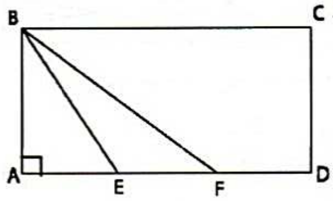
1)خطأ 2)خطأ 3)صحيح 4)صحيح

5)خطأ 6)صحيح 7)صحيح 8)صحيح

الدرس 10: مبرهنة طالس و تطبيقاتها

تمرين عدد 1:

1)أ)**طريقة 1:**



AD=6cm

AE=2cm

$S_1=\frac{AD\times AB}{2}$ ؛ $S_2=\frac{ED\times AB}{2}$

و بما أنّ $ED=\frac{2}{3}AD$ ،نتحصّل على :

$$S_2=\frac{ED\times AB}{2}=\frac{2}{3}\frac{AD\times AB}{2}=\frac{2}{3}\frac{AD\times AB}{2}=\frac{2}{3}S_1$$

و منه : $\frac{S_2}{S_1}=\frac{2}{3}$

طريقة 2:

$\frac{DE}{AD}=\frac{BDE \leftarrow \text{مساحة}}{ABD \leftarrow \text{مساحة}}$ يعني $\frac{S_2}{S_1}=\frac{4}{6}$ و منه $\frac{S_2}{S_1}=\frac{2}{3}$

ب) إذا كان $S_2=16cm^2$ فإنّ: $S_1=\frac{3S_2}{2}=\frac{48}{2}=24cm^2$

ج) إذا كان $S_2=16cm^2$ فإنّ: $\frac{ED\times AB}{2}=16cm^2$

يعني $AB=\frac{2\times16}{ED}=\frac{2\times16}{4}=8cm$

2) $\frac{S_3}{S_1}=\frac{\frac{EF\times \cancel{AB}}{\cancel{2}}}{\frac{AD\times \cancel{AB}}{\cancel{2}}}=\frac{EF}{AD}=\frac{\frac{1}{3}AD}{AD}=\frac{1}{3}$

3)بما أنّ AE=EF=FD فإنّ:

$$\frac{AE\times AB}{2}=\frac{EF\times AB}{2}=\frac{FD\times AB}{2}$$

و منه المثلّثات BEF و BAE و BFD لها نفس المساحة S_3

4)لتكن S مساحة المستطيل، لدينا: $S=2S_1=2\times(3S_3)=6S_3$

تمرين عدد 2:

بتطبيق نظريّة طالس في المثلّث ABC نتحصّل على:

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

• $\frac{AM}{AB}=\frac{MN}{BC}$ يعني $MN=\frac{AM\times BC}{AB}$

يعني $MN=\frac{5\times6}{8}$ يعني $MN=3,75cm$

• $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$ يعني $AC=\frac{AB\times AN}{AM}$

يعني $AC=\frac{8\times3}{5}$ يعني $AC=4,8cm$

تمرين عدد 3:

بتطبيق نظريّة طالس في المثلّث ABC نتحصّل على:

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

• $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$ و منه $AB=\frac{AM\times AC}{AN}$

يعني $AB=\frac{6\times7}{4}$ يعني $AB=10,5cm$

و بالتّالي : MB=AB-AM يعني MB=10,5-6=4,5cm

• $\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$ يعني $BC=\frac{AC\times MN}{AN}$

يعني $BC=\frac{7\times4}{4}=7cm$

تمرين عدد 4:

بتطبيق نظريّة طالس في المثلّث ABC نتحصّل على:

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

• $\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$ يعني $AN=\frac{AC\times MN}{BC}$

يعني $AN=\frac{5\times2}{8}$ يعني $AN=1,25cm$

• $\frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC}$ يعني $AM=\frac{AN\times MB}{NC}$

يعني $AM=\frac{1,25\times6}{3,75}=2cm$

تمرين عدد 5:

بتطبيق نظريّة طالس في المثلّث ABC نتحصّل على:

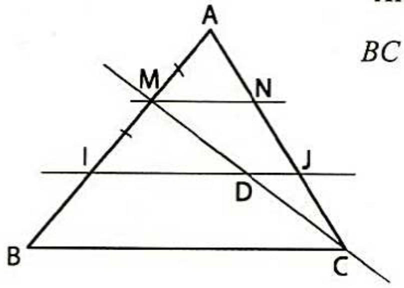
$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

• $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$ يعني $AB=\frac{AM\times AC}{AN}$

يعني $AB=\frac{1,5\times3,5}{3}=1,75cm$

• $\frac{AM}{AB}=\frac{MN}{BC}$ يعني $BC=\frac{AB\times MN}{AM}$

يعني $BC=\frac{1,75\times 4}{1,5}=\frac{14}{3}cm$



تمرين عدد 6:

BC=10cm

AB=9cm

AC=8cm

AM=3cm

بتطبيق نظريّة طالس في المثلّث ABC نتحصّل على:

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

• $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$ يعني $AN=\frac{AM\times AC}{AB}$

يعني $AN=\frac{3\times 8}{9}$ يعني $AN=\frac{8}{3}cm$

و منه NC=AC-AN يعني $NC=8-\frac{8}{3}$ يعني $NC=\frac{16}{3}cm$

• $\frac{AM}{AB}=\frac{MN}{BC}$ يعني $MN=\frac{AM\times BC}{AB}$

يعني $MN=\frac{3\times 10}{9}$ يعني $MN=\frac{10}{3}cm$

2)أ)لدينا: $\frac{AI}{AB}=\frac{AJ}{AC}$ و منه $AJ=\frac{AI\times AC}{AB}$

يعني $AJ=\frac{6\times 8}{9}$ يعني $AJ=\frac{16}{3}cm$

ب) بتطبيق نظريّة طالس في المثلّث AIJ نتحصّل على:

$$\frac{AM}{AI}=\frac{AN}{AJ}=\frac{MN}{IJ}$$

و بما أنّ M منتصف [AI] إذن: $\frac{AN}{AJ}=\frac{MN}{IJ}=\frac{1}{2}$

$\frac{AN}{AJ}=\frac{1}{2}$ و النّقاط A و N و J على استقامة واحدة إذن N منتصف [AJ] و منه $JC=8-\frac{16}{3}$ يعني $JC=\frac{8}{3}cm$

$IJ=2MN$ يعني $IJ=\frac{20}{3}cm$

لدينا: NJ=JC و النّقاط N و J و C على استقامة واحدة إذن J منتصف [NC]

3)أ) بتطبيق نظريّة طالس في المثلّث CMN نتحصّل على:

$\frac{CD}{CM}=\frac{CJ}{CN}=\frac{DJ}{MN}$ و بما أنّ $\frac{CJ}{CN}=\frac{1}{2}$ إذن $\frac{CD}{CM}=\frac{1}{2}$

ب)لدينا $\frac{DJ}{MN}=\frac{1}{2}$ إذن $DJ=\frac{1}{2}MN$ و $\frac{MN}{BC}=\frac{AM}{AB}=\frac{1}{3}$

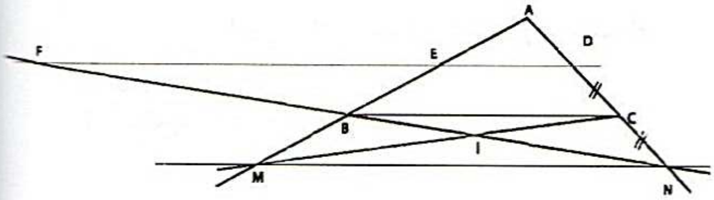
إذن: $MN=\frac{1}{3}BC$ و منه : $DJ=\frac{1}{2}.\frac{1}{3}BC$ أي $DJ=\frac{1}{6}BC$

ج) $ID=IJ-DJ=\frac{20}{3}-\frac{1}{6}\times 10$

$$=\frac{20}{3}-\frac{5}{3}=\frac{15}{3}=5cm$$

تمرين عدد 7:

AN=6cm ; AC=4cm ; BC=8cm ; AB=6cm



1) بتطبيق نظريّة طالس في المثلّث ABC نتحصّل على:

$$\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}=\frac{NM}{BC}$$

• $\frac{NM}{BC}=\frac{AN}{AC}$ يعني $MN=\frac{AN\times BC}{AC}$

يعني $MN=\frac{6\times 8}{4}$ يعني $MN=12cm$

• $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$ يعني $AM=\frac{AB\times AN}{AC}$

يعني $AM=\frac{6\times 6}{4}$ يعني $AM=9cm$

و بالتالي : MB=AM-AB يعني MB=9-6 يعني MB=3cm

2) بتطبيق نظريّة طالس في المثلّث ABC نتحصّل على:

$$\frac{IB}{IN}=\frac{IC}{IM}=\frac{BC}{MN}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$$

3)أ) $AN=\frac{MN}{BC}\times AC$ يعني $AN=\frac{12}{8}\times 4$

يعني $AN=6cm$

و منه CN=AN-AC يعني CN=6-4 يعني CN=2cm

لدينا: CD=CN=2cm و منه AD=2cm

و بالتّالي AD=DC=2cm و النقاط C و D و A على استقامة واحدة إذن D منتصف [AC]

ب)لدينا: $\frac{AE}{AB}=\frac{AD}{AC}=\frac{1}{2}$ و النّقاط A و E و B على استقامة واحدة إذن E منتصف [AB]

لدينا : $\frac{ED}{BC}=\frac{1}{2}$ إذن $ED=\frac{1}{2}BC$ يعني $ED=4cm$

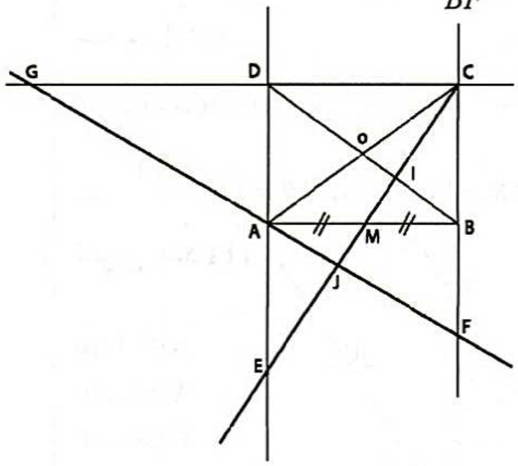
ج)في المثلّث BEF ، لدينا C منتصف [DN] و (BC) // (DF) إذن B منتصف [NF] و DF=2BC و منه DF=16cm

4)في المثلّث NFD،لدينا (MN) // (FE) و $(FN)\cap(ME)=\{B\}$

و منه بتطبيق نظريّة طالس نتحصّل على:

$\frac{BN}{BF}=\frac{BM}{BE}=\frac{MN}{EF}=1$ (لأنّ BN=BF)

تمرين عدد 8:



AB=3cm
AD=2cm

1) بتطبيق نظريّة طالس في المثلّث ECD، نتحصّل على:

$$\frac{EA}{ED}=\frac{EM}{EC}=\frac{AM}{DC}=\frac{1}{2}$$

و منه : $EA=\frac{1}{2}ED$ أي A منتصف [ED]

و بالتّالي EA=AD=2cm

2)أ) بتطبيق نظريّة طالس في المثلّث CAF، نتحصّل على:

$$\frac{CO}{CA}=\frac{CB}{CF}=\frac{OB}{AF}$$

و بما أنّ : O منتصف [AC] فإنّ : $\frac{CO}{CA}=\frac{1}{2}$

و منه: $\frac{CB}{CF}=\frac{1}{2}$ أي B منتصف [CF]

$\frac{OB}{AF}=\frac{1}{2}$ يعني AF=2OB

ب) في المثلّث CAG، المستقيم (OD) يوازي (AG)
و يمرّ من منتصف [AC] فهو يقطع [CG] في منتصفه

و منه D منتصف [CG].

لدينا : AF=2OB و AG=2OD و منه AF+AG=2OB+2OD

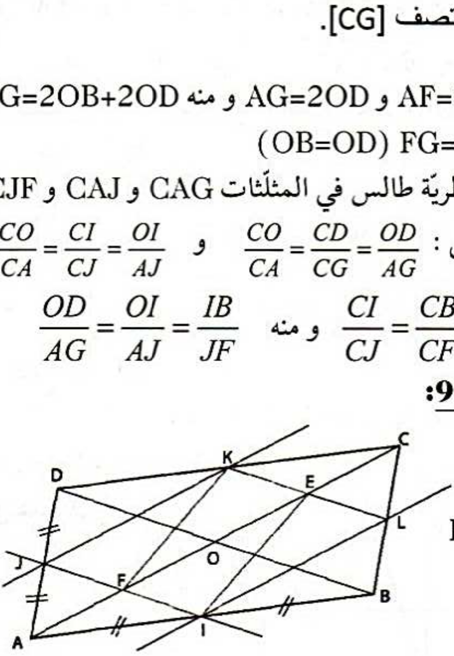
و منه: FG=4OB (OB=OD)

3)بتطبيق نظريّة طالس في المثلّثات CAG و CAJ و CJF

نتحصّل على : $\frac{CO}{CA}=\frac{CD}{CG}=\frac{OD}{AG}$ و $\frac{CO}{CA}=\frac{CI}{CJ}=\frac{OI}{AJ}$

و $\frac{CI}{CJ}=\frac{CB}{CF}=\frac{IB}{JF}$ و منه $\frac{OD}{AG}=\frac{OI}{AJ}=\frac{IB}{JF}$

تمرين عدد 9:



AC=8cm
BD=10cm

1)في المثلّث ABD، المستقيم الرّابط بين منتصفي ضلعين يوازي المستقيم الحامل للضّلع الثّالث و لدينا :

$$IJ=\frac{BD}{2}=\frac{10}{2}=5cm$$

إذن: (IJ) // (BD) و IJ=5cm

2)أ) في المثلّث (ABC) ،لدينا : (IL) // (AC)
و I منتصف [AB] إذن L منتصف [BC]

ب)في المثلّث (ACD)،لدينا (JK) // (AC)
و J منتصف [AD]
إذن K منتصف [CD]

3)لدينا: (IL) // (AC) و $IL=\frac{1}{2}AC=4cm$
(JK) // (AC) و $JK=\frac{1}{2}AC=4cm$

إذن (IL) // (JK) و IL=JK
إذن IJKL متوازي أضلاع

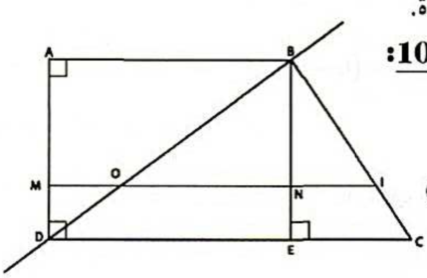
4)أ)لدينا (LK) // (IJ) و $F\in(IJ)$ و $E\in(KL)$ إذن (IF) // (EK)

في المثلّث COD لدينا : (EK) // (OD) و $EK=\frac{1}{2}OD$
في المثلّث OAB لدينا: (IF) // (OB) و $IF=\frac{1}{2}OB$

و بما أنّ OB=OD إذن : EK=IF
و بالتّالي : EKFI متوازي أضلاع (ضلعان متقابلان متوازيان و متقايسان).

ب) O هي مركز متوازي الأضلاع IEKF و منه النقاط I و O و K على استقامة واحدة.

تمرين عدد 10:



CD=12cm
AD=6cm
AB=8cm
$DM=x$

1)أ)الرّباعي ABED له 3 زوايا قائمة فهو مستطيل

ب) EC=CD-AB يعني EC=(12-8)cm
يعني EC=4cm و EB=AD=6cm

2)أ) بتطبيق نظريّة طالس في المثلّث القائم ABD، نتحصّل عل

طريقة 1:

$BD=\sqrt{AD^2+AB^2}$ يعني $BD=\sqrt{36+64}$

يعني BD=10cm

لدينا: $\frac{DM}{DA}=\frac{DO}{DB}=\frac{MO}{AB}$ و $\frac{BO}{BD}=\frac{BN}{BE}=\frac{ON}{ED}$

و $\frac{BN}{BE}=\frac{BI}{BC}=\frac{NI}{EC}$

أي $\frac{x}{6}=\frac{DO}{10}=\frac{MO}{8}$ و $\frac{BO}{10}=\frac{6-x}{6}=\frac{ON}{8}$

و $\frac{6-x}{6}=\frac{BI}{BC}=\frac{NI}{4}$

$\frac{MO}{8}=\frac{x}{6}$ يعني $MO=\frac{4}{3}x$

$\frac{BO}{10}=\frac{ON}{8}$ يعني $ON=\frac{8}{10}BO$ يعني $ON=\frac{4}{5}BO$

$DO=\sqrt{DM^2+OM^2}$ يعني $DO=\sqrt{x^2+\frac{16}{9}x^2}$

يعني $DO=\frac{5}{3}x$ يعني OB=DB-DO يعني $OB=10-\frac{5}{3}x$

و منه $ON=\frac{4}{5}.\left(10-\frac{5}{3}x\right)$ أي $\boxed{ON=8-\frac{4}{3}x}$

$\frac{IN}{4}=\frac{6-x}{6}$ يعني $IN=\frac{4(6-x)}{6}$ يعني $\boxed{IN=4-\frac{2}{3}x}$

طريقة 2:

بتطبيق نظرية طالس في المثلث BDE، نحصل على :

$\frac{ON}{DE}=\frac{BN}{BE}$ و منه $ON=\frac{DE\times BN}{BE}$

يعني $ON=\frac{(6-x)\times 8}{6}$ يعني $ON=\frac{4}{3}(6-x)$

ب)لتكن S مساحة المثلّث OBI :

$S=\frac{OI\times BN}{2}$ يعني $S=\frac{(ON+NI).BN}{2}$ يعني

$S=\frac{(12-2x).(6-x)}{2}$ يعني $S=(6-x)^2$

3)إذا كانت S تساوي $8cm^2$ فإنّ:

$(x-6)^2=8$ يعني $(x-6)^2=(2\sqrt{2})^2$ يعني

$x=6+2\sqrt{2}$ أو $x=6-2\sqrt{2}$

$x=6+2\sqrt{2}>6$ غير ممكن لأنّ $M\in[AD]$

يعني $0\le x\le 6$ و منه $x=6-2\sqrt{2}$

4)أ)إذا كانت النّقطة M منتصف [AD] فإنّ $x=3$

و بالتّالي: $S=9cm^2$

ب) إذا كانت $x=3$ فإنّ $OB=10-\frac{5}{3}\times 3$

يعني $OB=\frac{BD}{2}=\frac{10}{2}=5cm$

و منه النّقطة o منتصف القطر [BD] فهي مركز المستطيل ABED.

ج)إذا كانت $x=3$ فإنّ $NI=4-\frac{2}{3}\times 3$ يعني $NI=2cm$

أي $NI=\frac{EC}{2}=\frac{4}{2}=2$ و منه (NI) يقطع (BC) في النّقطة I منتصف [BC].

MI=MO+ON+NI يعني $MI=\frac{AB}{2}+\frac{DE}{2}+\frac{EC}{2}$

يعني $MI=\frac{8}{2}+\frac{8}{2}+\frac{4}{2}$ يعني $MI=10cm$

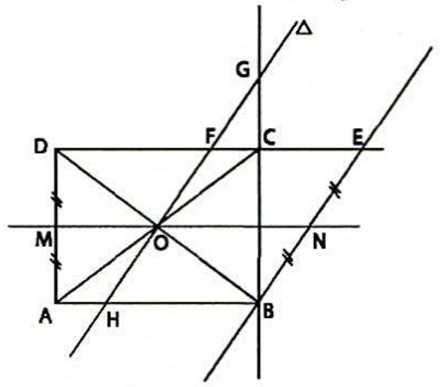
تمرين عدد 11:

AB=4cm

AD=3cm

DE=6cm

Δ // (BE)



1) (DE) // (AB) و $(AB)\perp(AD)$ و منه الرّباعي ABED شبه منحرف قائم في A و D

2)أ)في المثلّث ABD،لدينا (AB) // (MO) و $MO=\frac{AB}{2}=2cm$

في المثلّث BDE، لدينا (DE) // (ON) و $ON=\frac{DE}{2}=3cm$

و بما أنّ (DE) // (AB) فإنّ (ON) =(OM) =(MN) موازي لـ (AB) و $MN=MO+ON=5cm$

ب) (ON) // (OM) و يمرّان من O إذن $O\in(MN)$ و منه مركز المستطيل O ينتمي إلى [MN]

ج) MO=2cm

3)أ)في المثلّث (BDE)، لدينا : (OF) // (EB) و يمرّ من O منتصف [BD]

إذن فهو يقطع [ED] في منتصفه و منه : F منتصف [ED]

ب)**طريقة 1:** CF=FE-CE يعني CF=(3-2)cm يعني CF=1cm

$BE=\sqrt{BC^2+CE^2}$ يعني $BE=\sqrt{3^2+2^2}$ يعني $BE=\sqrt{13}$

ج) بتطبيق نظريّة طالس في المثلّث القائم GEB، نتحصّل على:

$\frac{GF}{GH}=\frac{GC}{GB}=\frac{FC}{HB}$

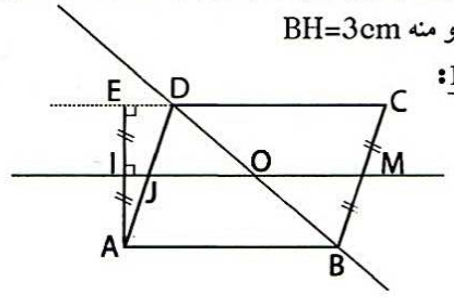
و بما أنّ $FC=1cm$ و $HB=FE=3cm$ (HBEF متوازي أضلاع: أضلاعه المتقابلة متوازية) و منه $\frac{GF}{GH}=\frac{GC}{GB}=\frac{1}{3}$

طريقة 2:

لدينا (FE) // (BH) و (BE) // (FH) و منه BEFH متوازي أضلاع

إذن: BH=EF و منه BH=3cm

تمرين عدد 12:



1) $(CE)//(AB)$ و $\hat{A}=\hat{E}=90°$ إذن الرّباعي ABCE شبه منحرف قائم في A و E

2) أ) في المثلّث AED، لدينا : $(IJ)//(ED)$ و I منتصف [EA] إذن (IJ) يقطع [AD] في منتصفه و منه J منتصف [AD]

ب) بتطبيق نظريّة طالس نتحصّل على: $\frac{AJ}{JD}=\frac{BM}{MC}$ و بما أنّ

$\frac{AJ}{JD}=1$ إذن: $\frac{BM}{MC}=1$ و منه M منتصف [BC]

3) لدينا: ABCE شبه منحرف و I منتصف [AE] و M منتصف [BC]

إذن: $IM=\frac{1}{2}(AB+EC)$

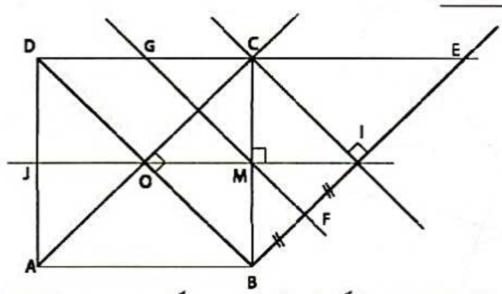
و منه $IM=\frac{1}{2}(5+ED+CD)$

$$=\frac{1}{2}(5+2+5)=6cm$$

4) لدينا: $\frac{OB}{OD}=\frac{BM}{DJ}$ و منه $\frac{OB}{OD}=1$ (لأنّ BM=DJ)

و التّالي O منتصف [BD] و [BD] قطر متوازي الأضلاع ABCD إذن O منتصف القطر الثّاني [AC] و بالتّالي النقاط A و O و C على استقامة واحدة.

تمرين عدد 13:



1) لدينا مناظرة [BD] بالتّناظر المحوري الّذي محوره (BC) هو [BE] و منه BD=BE

$$D\hat{B}E=D\hat{B}C+C\hat{B}E=45°+45°=90°$$

و منه $(BD)\perp(BE)$

إذن المثلّث BDE قائم الزاوية و متقايس الضّلعين في B .

2) في المثلّث BDE، لدينا $(CI)//(BD)$ و يمرّ من C منتصف [DE] فهو يقطع [BE] في منتصفه I و منه I منتصف [BE]

و $IC=\frac{BD}{2}=\frac{AC}{2}=\frac{5}{2}cm=2{,}5cm$

3) في المثلّث BDE، لدينا: O منتصف [BD] و I منتصف [BE]

إذن $(IO)//(CD)$

في المثلّث ACD، لدينا : $(IO)//(CD)$ و يمرّ من O منتصف [BD] فهو يقطع [AD] في منتصفه و بالتّالي J منتصف [AD]

4) أ) OCIB مربّع و منه M منتصف [BD]

في المثلّث BCD، لدينا $(MG)//(BD)$

في المثلّث BCI ، لدينا $(MF)//(IC)$

و بما أنّ $(IC)//(BD)$ فإنّ $(MF)//(MG)$ و يمرّان من M إذن G و F و M على استقامة واحدة

ب) في شبه منحرف BICD، لدينا:

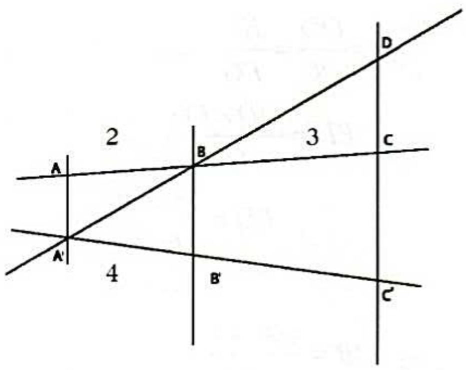
$$FG=\frac{1}{2}(IC+BD)=\frac{1}{2}(2{,}5+5)=3{,}75cm$$

5) لدينا مساقط النّقاط B و F و E على (ED) هي النّقاط D و G و E على التّوالي وفقا لمنحى (BD) ، بتطبيق نظريّة طالس

نتحصّل على : $\frac{BF}{FE}=\frac{DG}{GE}=\frac{1}{3}$ لأنّ: $DG=2{,}5cm$

و $GE=2{,}5+5=7{,}5cm$ أي $\frac{DG}{GE}=\frac{2{,}5}{7{,}5}=\frac{1}{3}$

تمرين عدد 14:



1) بتطبيق نظريّة طالس نتحصّل على :

$\frac{AB}{BC}=\frac{A'B'}{B'C'}$ و منه $B'C'=\frac{BC\times A'B'}{AB}=\frac{3\times 4}{2}=6cm$

2) بتطبيق نظريّة طالس في المثلّث BCD نتحصّل على :

$$\frac{BA}{BC}=\frac{BA'}{BD}=\frac{AA'}{CD}$$

$\frac{BA}{BC}=\frac{AA'}{CD}$ يعني $CD=\frac{BC\times AA'}{BA}=\frac{3\times 2}{2}=3cm$

تمرين عدد 15:

بتطبيق نظريّة طالس نتحصّل على :

$\frac{AB}{AC}=\frac{EF}{EG}$ و منه $EF=\frac{EG\times AB}{AC}=\frac{7{,}5\times 1{,}5}{5}=2{,}25cm$

و بالتّالي: $FG=EG-EF=7{,}5-2{,}25=5{,}25cm$

و لدينا كذلك : $\frac{AB}{EF}=\frac{CD}{GH}$

و منه $GH=\frac{EF\times CD}{AB}=\frac{2{,}25\times 4{,}5}{1{,}5}=6{,}75cm$

تمرين عدد 16:

1) بتطبيق نظريّة طالس نتحصّل على :

$\frac{AB}{BC}=\frac{A'B'}{B'C'}$ و بما أنّ B منتصف [AC]

فإنّ: $\frac{AB}{BC}=1$ و منه $\frac{A'B'}{B'C'}=1$ و بالتالي B' منتصف $[A'C']$

2)لدينا: $\frac{CB}{CA}=\frac{C'B'}{C'A'}$ و $\frac{CB}{CA}=\frac{CN}{CM}=\frac{BN}{AM}$

(نظريّة طالس في المثلّث CAM)

و منه : $\frac{C'B'}{C'A'}=\frac{BN}{AM}=\frac{1}{2}$ (لأنّ $\frac{CB}{CA}=\frac{1}{2}$)

تمرين عدد 17:

لدينا: $\frac{OD}{DG}=\frac{OE}{EF}$ و منه $EF=\frac{OE\times DG}{OD}$ يعني

$$EF=\frac{2,5\times1,5}{5}=0,75cm$$

في المثلّث OFG لدينا: $\frac{OE}{OF}=\frac{OD}{OG}=\frac{ED}{FG}$

$\frac{OD}{OG}=\frac{ED}{FG}$ يعني $ED=\frac{OD\times FG}{OG}$

يعني $ED=\frac{5\times2,6}{6,5}=2cm$

في المثلّث OAB لدينا:

$\frac{OA}{OD}=\frac{OB}{OE}$ و منه : $OB=\frac{OA\times OE}{OD}$ يعني

$$OB=\frac{7\times2,5}{5}=3,5cm$$

2)**طريقة 1:** مساقط النقاط E و C و D هي النقاط F و H و G على التوالي وفقا لمنحى (AB) و منه: $\frac{EC}{CD}=\frac{FH}{HG}$

طريقة 2:

بتطبيق نظرية طالس في المثلث OFH نحصل على $\frac{EC}{FH}=\frac{OC}{OH}$

و في المثل OHG نحصل على : $\frac{CD}{HG}=\frac{OC}{OH}$

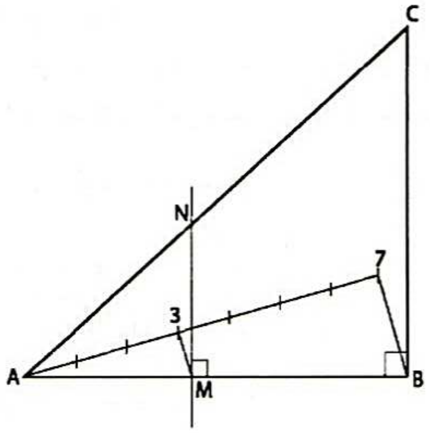
و بالتالي : $\frac{EC}{CD}=\frac{FH}{HG}$

تمرين عدد 18:

1) أ)

AB=8cm

BC=6cm



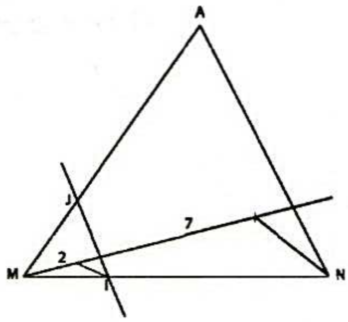
ب) $\frac{AM}{AB}=\frac{3}{7}$ يعني $AM=\frac{3}{7}\times AB$ يعني

2)أ)في المثلّث ABC، لدينا : (BC) // (MN) (عموديان على نفس المستقيم (AB)) و منه بتطبيق نظريّة طالس نتحصّل على:

$\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}=\frac{MN}{BC}=\frac{3}{7}$ و منه $AN=\frac{3}{7}AC$

ب) $\frac{MN}{BC}=\frac{3}{7}$ يعني $MN=\frac{3}{7}BC=\frac{3}{7}\times6=\frac{21}{7}cm$

تمرين عدد 19:



1)

MN=9cm

MA=MN

2) $\frac{MI}{IN}=\frac{2}{5}$ يعني $MI=\frac{2}{5}IN$ و $MI=9cm$

إذن $\frac{2}{5}IN=9-IN$ يعني $\frac{7}{5}IN=9$ يعني $IN=\frac{45}{7}cm$

و $IM=\frac{2}{5}.\frac{45}{7}$ يعني $IM=\frac{18}{7}cm$

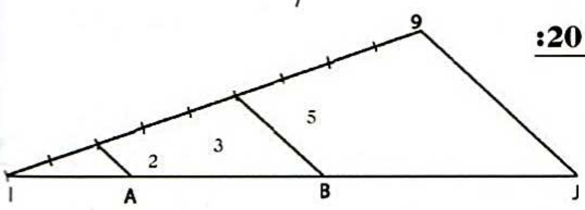
3)لدينا: $\frac{MI}{MN}=\frac{MJ}{MA}$ و منه $MI.MA=MN.MJ$

و بما أنّ $MA=MN$ فإنّ: $MJ=MI=\frac{18}{7}cm$

تمرين عدد 20:

1)

IJ=12cm



2)أ) $\frac{IA}{2}=\frac{AB}{3}=\frac{BJ}{4}$

يعني $\frac{IA}{2}=\frac{AB}{3}=\frac{BJ}{4}=\frac{IA+AB+BJ}{2+3+4}=\frac{IJ}{9}$

ب) $\frac{IA}{2}=\frac{IJ}{9}=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$ يعني $IA=2\times\frac{4}{3}=\frac{8}{3}cm$

$\frac{BJ}{4}=\frac{4}{3}$ يعني $BJ=\frac{16}{3}cm$

تمرين عدد 21:

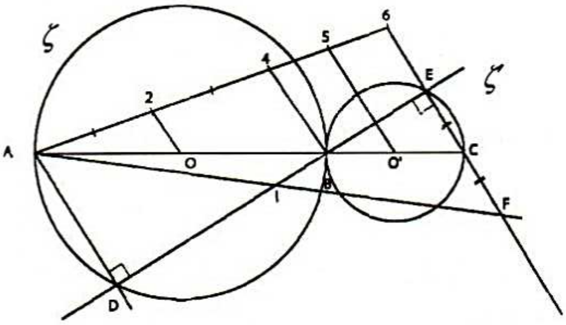
1)لدينا: $\frac{AO}{2}=\frac{OB}{2}=\frac{BO'}{1}=\frac{O'C}{1}=\frac{AO+OB+BO'+O'C}{2+2+1+1}$

يعني $\frac{AO}{2}=\frac{OB}{2}=\frac{BO'}{1}=\frac{O'C}{1}=\frac{AC}{6}=\frac{12}{6}=2$

و منه : $BO'=1\times2=2cm$ و $AO=2\times2=4cm$

ب) $\frac{OB}{2}=2$ يعني $OB=4cm$

لدينا : OA=OB و منه O منتصف [AB]



2)أ)D نقطة من الدائرة ζ التي قطرها [AB] و منه $(AD)\perp[BD]$

E نقطة من الدّائرة ζ' التي قطرها [BC] و منه $(CE)\perp(BE)$

و بما أنّ $E\in(BD)$ فإنّ: (CE) و (AD) يعامدان نفس المستقيم (BD) فهما إذن متوازيان.

ب)بتطبيق نظريّة طالس في المثلّث ABD، نتحصّل على:

$$\frac{BC}{BA}=\frac{BE}{BD}=\frac{EC}{AD}$$

و منه $\frac{BC}{BA}=\frac{EC}{AD}$ و بالتالي $EC=\frac{BC\times AD}{AB}=\frac{4\times5}{8}=2,5cm$

3)لدينا (AD) // (EF) و EF=2EC=5cm

و AD=5cm و منه EFDA متوازي أضلاع

و بالتّالي قطراه [EA] و [AF] يتقاطعان في منتصفهما

و منه:I منتصف [AF]

إصلاح تمارين الاختيار من متعدد :

تمرين عدد1:

1) $\frac{S_1}{S_2}=\frac{2}{5}$ 2) $\frac{MN}{BC}=\frac{AM}{AB}$ 3) $\frac{MN}{BC}=\frac{AC}{AN}$

4) AN=4,8cm 5) $x=4,2cm$ و $y=2,4cm$ 6) MN=3,6cm

7)أ) $MB'=\frac{MA'}{2}+\frac{CC'}{2}$ ب) $\frac{NB}{MA}=\frac{C'B'}{C'A'}$ ج) $\frac{AB}{MN}=\frac{AC}{MC}$

8)أ) AB=5cm ب) ج) $\frac{EA}{FB}=\frac{AH}{BG}=\frac{EH}{FG}$

9) AM=2,8cm 10) $IM=\frac{IJ}{3}$ $MI=MN-IN=9-IN$

11)أ) $(IO')//(BD)$ ب) $(O'I)//(OC)//(BD)$

ج) $OI=\frac{1}{2}BC$ د) $OC=\frac{1}{2}BD$ أو $OC=2O'I$

تمرين عدد2:

1)صحيح 2)صحيح 3)خطأ 4)خطأ 5)صحيح 6)صحيح 7)صحيح

الدرس 11: العلاقات القياسيّة في المثلّث القائم

تمرين عدد 1:

$AC=\sqrt{BC^2-AB^2}$ يعني $AC=\sqrt{8^2-(4\sqrt{3})^2}$ يعني $*AC=4cm$

$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}$ يعني $AC=\sqrt{(5\sqrt{3})^2-5^2}$ يعني $*AC=5\sqrt{2}$

$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}$ يعني $AC=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+4^2}$ يعني $*AC=4\sqrt{3}$

تمرين عدد 2:

بتطبيق نظريّة بيتاغور في المثلّث OAB، نحصل على:

$$OB=\sqrt{OA^2-AB^2}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4cm$$

بتطبيق نظريّة طالس في المثلّث OAB، نحصل على:

$$\frac{OB}{OC}=\frac{OA}{OD}=\frac{AB}{CD}$$

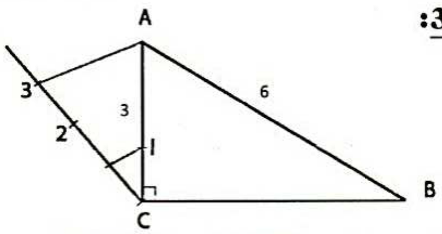
$\frac{AB}{CD}=\frac{OB}{OC}$ يعني $CD=\frac{OC\times AB}{OB}$ يعني $*CD=\frac{\cancel{4}\sqrt{3}\times3}{\cancel{4}}$

$CD=3\sqrt{3}cm$

$\frac{OA}{OD}=\frac{OB}{OC}$ يعني $OD=\frac{OA\times OC}{OB}$ يعني $*OD=\frac{5\times\cancel{4}\sqrt{3}}{\cancel{4}}$

$OD=5\sqrt{3}cm$

تمرين عدد 3:



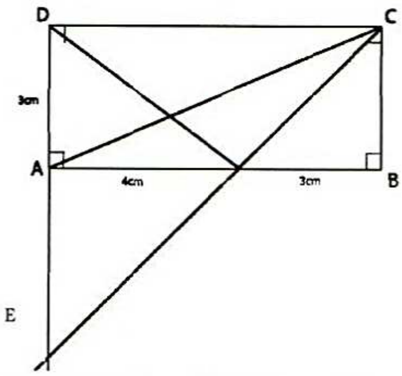
1) $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}cm$

2) و منه $CI=\frac{IA}{2}$ يعني $CI=\frac{2}{2}=1cm$

$BI^2 = CI^2 + CB^2$ يعني $BI = \sqrt{CI^2 + CB^2}$

يعني $BI = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}cm$ يعني $BI = \sqrt{1^2 + 27}$

تمرين عدد 4:



1)

$*AC = \sqrt{BA^2 + BC^2} = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{58}cm$

$*DM = \sqrt{AD^2 + AM^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25}cm = 5cm$

$*MC = \sqrt{BM^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}cm$

2)بتطبيق نظريّة طالس في المثلّث ECD، نحصل على:

$\frac{EA}{ED} = \frac{EM}{EC} = \frac{AM}{DC} = \frac{4}{7}$ و منه $EM = \frac{4}{7}EC$

$EM + MC = EC$ يعني $\frac{4}{7}EC + MC = EC$ يعني $MC = \frac{3}{7}EC$

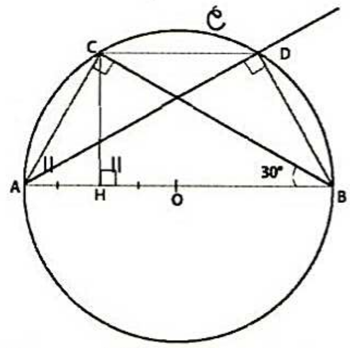
$MC = 3\sqrt{2}$ فإنّ $EC = \cancel{3}\sqrt{2} \times \frac{7}{\cancel{3}}$ يعني $\boxed{EC = 7\sqrt{2}cm}$

$\frac{EA}{ED} = \frac{4}{7}$ يعني $EA = \frac{4}{7}ED$ يعني $*EA + AD = ED$

$\boxed{EA = 4cm}$ و منه $EA + 3 = \frac{7}{4}EA$ و بالتّالي $\frac{3}{4}EA = 3$

$*\frac{EM}{EC} = \frac{4}{7}$ يعني $EM = \frac{4}{7}.7\sqrt{2}$ يعني $\boxed{EM = 4\sqrt{2}cm}$

تمرين عدد 5:



1)لدينا C نقطة من الدائرة التي قطرها [AB] و منه $A\hat{C}B = 90°$

و بالتالي $B\hat{A}C = 60°$

OAC مثلث متقايس الضلعين قمّته الرئيسيّة O (OA=OC : شعاعان للدّائرة ζ) و $O\hat{A}C = 60°$ إذن OAC مثلّث متقايس الأضلاع

و منه OC=OA=AC و بالتّالي AC=4cm

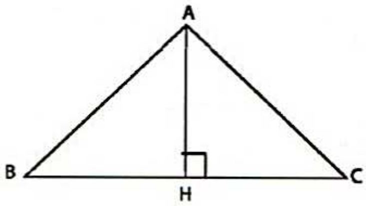
2 $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}cm$

H هي المسقط العمودي للنّقطة C على (AB)

و منه $CH \times AB = CA \times CB$ و بالتّالي $CH = \frac{CA \times CB}{AB}$

يعني $CH = \frac{4\sqrt{3} \times 4}{8}$ يعني $CH = 2\sqrt{3}cm$

تمرين عدد 6:



BC=8cm

BA=5cm

AH=3cm

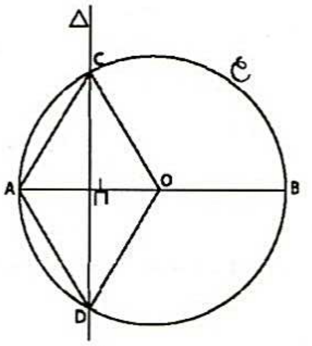
AHB قائم في H إذن

$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2}$ يعني $BH = \sqrt{5^2 - 3^2}$

يعني $BH = 4cm$

و $H \in [BC]$ إذن H منتصف [BC] و منه ABC متقايس الضلعين قمّته الرئيسيّة A.

تمرين عدد 7:



1)أ)

$C \in \Delta$ و منه $\begin{cases} CA = CO \\ OA = OC \end{cases}$ و منه $C \in \zeta$

و بالتّالي OA=OC=AC و منه المثلّث OAC متقايس الأضلاع

ب) AC=OA=5cm و $CI = \frac{5\sqrt{3}}{2}cm$

2)CA=CO لأنّ ACO متقايس الأضلاع

AC=AD لأنّ مناظرة [AC] بالنّسبة إلى (AO) هي [AD]

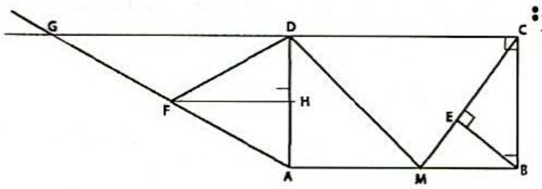
OD=OC لأنّ مناظرة [OC] بالنّسبة إلى (AO) هي [OD]

AD=OD=AC=CO و القطران متعامدان فالرّباعي ADOC معيّن

مساحة المعيّن ACOD هي:

$$S = \frac{AO \times CD}{2} = \frac{5 \times 2CI}{2} = 5CI = 5.\frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{25}{2}\sqrt{3}cm^2$$

تمرين عدد 8:



AB=7cm

AD=4cm 4

CM=5cm

1) $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{7^2 + 4^2} = \sqrt{65}cm$

$MB = \sqrt{CM^2 - BC^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3cm$

و منه AM=AB-MB=7-3=4cm

$DM = \sqrt{AD^2 - AM^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}cm$

2)أ)E تنتمي إلى الدّائرة التي قطرها [BC] و منه $B\hat{E}C = 90°$

و بالتّالي : $(BE) \perp (MC)$ ومنه [BE] هو ارتفاع في المثلّث BMC

ب)لدينا: BE × MC=BM × BC

و منه $BE=\frac{BM\times BC}{MC}$ يعني

$BE=\frac{3\times4}{5}$ $\left(MC=\sqrt{MB^2+BC^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5cm\right)$

و منه BE=2,4cm

$EC=\sqrt{BC^2-EB^2}=\sqrt{4^2-(2,4)^2}=\sqrt{16-5,76}=\sqrt{11,24}cm$

3) AFD متقايس الأضلاع و منه FD=FA=AD=4cm

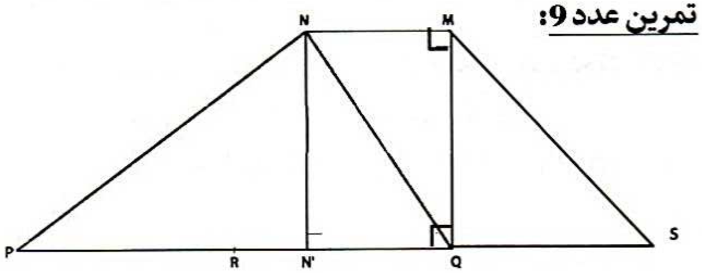
4) أ) ADG قائم الزّاوية في D و النّقطة F من [AG] تحقّق FA=FD

إذن F منتصف [AG]

ب) AG=2AF=8cm

$GD=\sqrt{AG^2-AD^2}=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{64-16}=\sqrt{48}=4\sqrt{2}cm$

تمرين عدد 9:



MQ=6cm PQ=12cm

N'R=2cm MN=4cm

Q منتصف [RS]

1) $QN=\sqrt{QM^2-MN^2}=\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}cm$

2) $N'P=PQ-N'Q=PQ-MN=12-4=8cm$

$NP=\sqrt{NN'^2+N'P^2}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10cm$

3) أ) $MR=\sqrt{MQ^2+QR^2}=\sqrt{6^2+6^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}cm$

$MS=MR=6\sqrt{2}cm$

ب) لدينا: RS=2.RQ=12cm

$MR=6\sqrt{2}cm$

$MS=6\sqrt{2}cm$

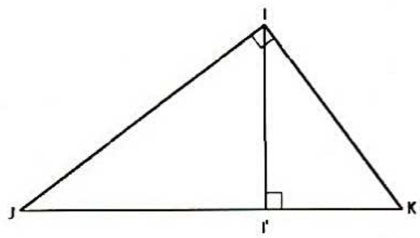
$MR^2+MS^2=RS^2$ و منه المثلّث MRS قائم الزّاوية في M

تمرين عدد 10:

JK=10cm

IJ=8cm

IK=6cm



1) لدينا :

$$JK^2=IJ^2+IK^2\begin{cases}JK^2=10^2=100\\ IJ^2=8^2=64\\ IK^2=6^2=36\end{cases}$$

و منه المثلّث IJK قائم الزاوية في I

2) لدينا: $II'.JK=IJ\times IK$ و منه $II'=\frac{IJ\times IK}{JK}$

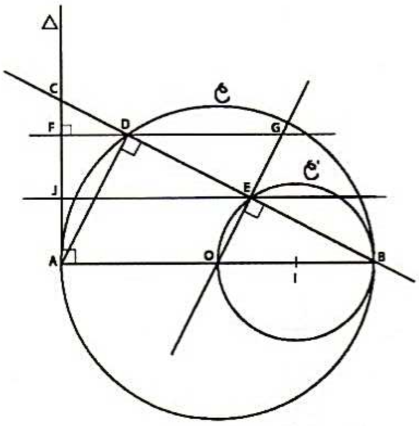
و بالتّالي: $II'=\frac{8\times6}{10}$ يعني $II'=4,8cm$

$I'K=\sqrt{IK^2-II^2}=\sqrt{6^2-(4,8)^2}=3,6cm$

تمرين عدد 11:

AB=10cm

AC=5cm



1) $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{10^2+5^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}cm$

2) أ) D هي نقطة من ج التي قطرها [AB] و منه $A\hat{D}B=90°$

و بالتّالي : $(AD)\perp(BC)$ إذن [AD] هو ارتفاع في المثلّث ABC.

ب) لدينا : $AD\times BC=AC\times AB$ يعني $AD=\frac{AC\times AB}{BC}$

يعني $AD=\frac{\cancel{5}\times10}{\cancel{5}\sqrt{5}}$ يعني $AD=\frac{10}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}\times\cancel{\sqrt{5}}}{\cancel{\sqrt{5}}}$

يعني $AD=2\sqrt{5}cm$

$CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=\sqrt{25-20}=\sqrt{5}cm$

و بالتّالي: BD=BC-CD يعني $BD=5\sqrt{5}-\sqrt{5}$

يعني $BD=4\sqrt{5}cm$

3) أ) E نقطة من الدّائرة ج' الّتي قطرها [OB]

و منه $(OE)\perp(BE)$

(AD) // (OE) لأنهما يعامدان نفس المستقيم (BC).

ب) بتطبيق نظريّة طالس في المثلّث BAD، نحصل على:

$\frac{BO}{BA}=\frac{BE}{BD}=\frac{OE}{AD}=\frac{1}{2}$ (لأنّ O منتصف [AB])

* $\frac{BE}{BD}=\frac{1}{2}$ يعني $BE=\frac{1}{2}BD$

يعني $BE=\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}cm=2\sqrt{5}cm$

* $\frac{OE}{AD}=\frac{1}{2}$ يعني $OE=\frac{1}{2}AD$ يعني $OE=\sqrt{5}cm$

4) أ) لدينا: (GF) // (OA) (عموديّان على نفس المستقيم)

و $(AF)\perp(FG)$

و منه الرّباعي OAFG شبه منحرف قائم في A و F

ب) لتكن S مساحة شبه المنحرف OAFG

$=\frac{(AO+FG)\times AF}{2}$

لدينا $FD^2 = AD^2 - AF^2$ و $FD^2 = CD^2 - CF^2$

و منه $AD^2 - AF^2 = CD^2 - CF^2$

و بما أنّ $AF = AC - CF$ إذن : $AD^2 - (AC - CF)^2 = CD^2 - CF^2$

يعني $AD^2 - AC^2 - \cancel{FC^2} + 2AC \times FC = CD^2 - \cancel{CF^2}$

يعني $FC = \frac{CD^2 - AD^2 + AC^2}{2AC} = \frac{5 - 20 + 25}{10} = 1cm$

و منه $AF = 4cm$ و $FD = \sqrt{CD^2 - CF^2} = \sqrt{5-1} = 2cm$

لدينا $FG = FD + DG = FD + AO = 2 + 5 = 7cm$

و بالتّالي: $S = \frac{(5+7)\times 4}{2} = 24cm^2$

5) بتطبيق نظريّة طالس في المثلّث CEJ، نحصل على

$$\frac{CD}{CE} = \frac{CF}{CJ} = \frac{FD}{JE}$$

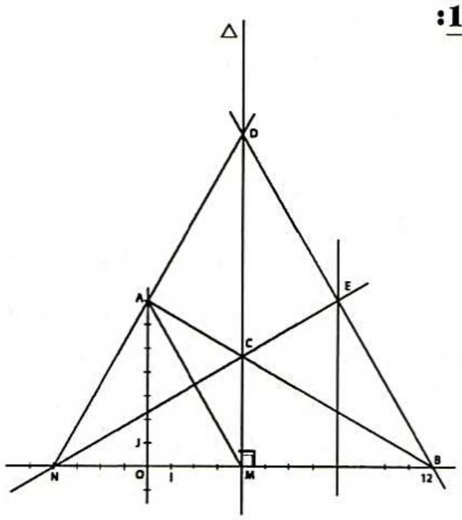
$\frac{FD}{JE} = \frac{CF}{CJ}$ يعني $JE = \frac{FD \times CJ}{CF} = \frac{2\times 3}{1} = 6cm$

تمرين عدد 12:

M(4,0)

N(-4,0)

B(12,0)



1) أ) M و N نقطتان من (OI) لهما فاصلتان متقابلتان

إذن M و N متناظرتان بالنّسبة إلى O و منه O منتصف [MN]

و AMN متقايس الأضلاع إذن [AO] هو ارتفاع في المثلّث AMN

ب) $MN = |x_M - x_N| = |4 - (-4)| = 8$

$AO = \sqrt{AM^2 - OM^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}cm$

ج) $A(0, 4\sqrt{3})$

2) B(12,0)

أ) لدينا: $\frac{x_B + x_N}{2} = \frac{12-4}{2} = 4$ و منه M منتصف [NB]

$$\frac{y_B + y_N}{2} = \frac{0+0}{2} = 0$$

ب) لدينا: MA=MN=MB و منه M متقايسة البعد عن رؤوس المثلّث ANB و منه المثلّث ANB قائم الزّاوية قطره [NB]

ج) $AB = \sqrt{NB^2 - AN^2} = \sqrt{16^2 - 8^2} = \sqrt{192} = 8\sqrt{3}cm$

3) بتطبيق نظريّة طالس في المثلّث AOB، نحصل على:

$$\frac{BM}{BO} = \frac{BC}{BA} = \frac{CM}{AO}$$

* $\frac{CM}{AO} = \frac{BM}{BO}$ يعني $CM = \frac{BM \times AO}{BO}$

يعني $CM = \frac{8 \times 4\sqrt{3}}{12}$ يعني $CM = \frac{8\sqrt{3}}{3}cm$

* $\frac{BC}{BA} = \frac{BM}{BO}$ يعني $BC = \frac{BA \times BM}{BO}$

يعني $BC = \frac{8\times 8\sqrt{3}}{12}$ يعني $BC = \frac{16\sqrt{3}}{3}cm$

و منه : AC=AB-BC يعني $AC = 8\sqrt{3} - \frac{16\sqrt{3}}{3}$

يعني $AC = \frac{8\sqrt{3}}{3}cm$

4) أ) المثلّث DMN قائم في M و A نقطة من وتره تحقّق AM=AN إذن فهي منتصف الوتر و بالتّالي A منتصف [DN]

ب) لدينا Δ هو الموسّط العمودي لـ [NB] و $D \in \Delta$ إذن DN=DB

$\begin{cases} \text{A منتصف [DN]} \\ \text{M منتصف [BN]} \end{cases}$ و منه $AM = \frac{1}{2}BD$ يعني $BD = 2AM$

$BD = 2\sqrt{OM^2 + OA^2} = 2\sqrt{4^2 + (4\sqrt{3})^2}$

$= 2\sqrt{16+48} = 2\sqrt{64} = 16cm$

لدينا $DB = DN = 16cm$ و $BN = |12 - (-4)| = 16$

إذن المثلّث BDN متقايس الأضلاع

و منه $DM = 16\frac{\sqrt{3}}{2}cm$ يعني $DM = 8\sqrt{3}cm$

5) أ) C هي نقطة تقاطع الموسّطات في المثلّث BDN فهي مركز ثقل المثلّث BDN.

ب) [NC] هو الموسّط الثّالث في المثلّث BDN إذن E منتصف [BD]

ج) في المثلّث BDN، لدينا : A منتصف [DN] و E منتصف [BD]

إذن (AE) // (BN) و منه : $Y_E = Y_A = 4\sqrt{3}$

العمودي على (OI) و المارّ من E يقطع [BM] في منتصفها

إذن $X_E = \frac{x_B + x_M}{2}$ يعني $X_E = \frac{12+4}{2} = 8$

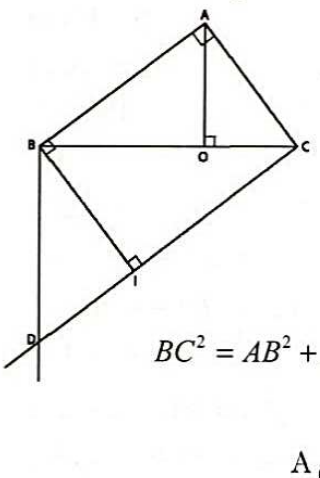
و منه $E(8, 4\sqrt{3})$

تمرين عدد 13:

BC=8cm

AB=6,4cm

AC=4,8cm



1) لدينا:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \begin{cases} BC^2 = 8^2 = 64 \\ AB^2 = (6,4)^2 = 40,96 \\ AC^2 = (4,8)^2 = 23,04 \end{cases}$$

و منه المثلّث ABC قائم الزّاوية في A

$(OA) \perp (OC)$

2)أ) O نقطة من الدّائرة التي قطرها [AC] و منه أي $(OA)\perp(OB)$ و بالتّالي المثلّث AOB قائم في O.

ب)لدينا: AO × BC= AB × AC و منه $AO=\dfrac{AB\times AC}{BC}$

يعني $AO=\dfrac{6,4\times 4,8}{8}$ يعني $AO=3,84cm$

$$BO=\sqrt{AB^2-AO^2}=\sqrt{6,4^2-(3,84)^2}$$
$$=\sqrt{40,96-14,7456}=\sqrt{26,2144}=5,12cm$$

3)أ)الرّباعي ACIB مستطيل (له 3 زوايا قائمة)

و منه: $IC=AB=6,4cm$

و بالتّالي $ID=CD-IC=10-6,4=3,6cm$

$$BD=\sqrt{BI^2-ID^2}=\sqrt{4,8^2+(3,6)^2}=\sqrt{23,04+12,96}=6cm$$

ب)لدينا:

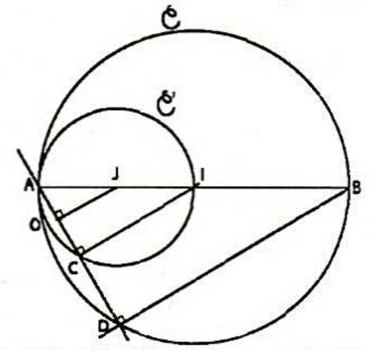
$$CD^2=BD^2+BC^2\begin{cases}CD^2=10^2=100\\BD^2=6^2=36\\BC^2=8^2=64\end{cases}$$

و منه المثلث BCD قائم الزاوية في B

تمرين عدد 14:

AB=8cm

AC=2cm



1)C نقطة من 'ج التي مركزها J و منه AIC قائم الزاوية في C

و بالتّالي حسب نظريّة بيتاغور: $IC=\sqrt{AI^2-AC^2}=\sqrt{4^2-2^2}$

يعني $IC=2\sqrt{3}cm$

(IC) // (BD) و I منتصف [AB] إذن $IC=\dfrac{1}{2}BD$

و منه $BD=2IC$ يعني $BD=4\sqrt{3}cm$

CD=AC=2cm (C منتصف [AD])

2)لدينا (OJ) // (BD) و $(AD)\cap(JB)=\{A\}$

بتطبيق نظريّة طالس نحصل على:

$\dfrac{AO}{OD}=\dfrac{AJ}{JB}$ و منه $OD=\dfrac{AO\times JB}{AJ}$

و بما أنّ $AO=OC=\dfrac{1}{2}AC$ (O منتصف [AC])

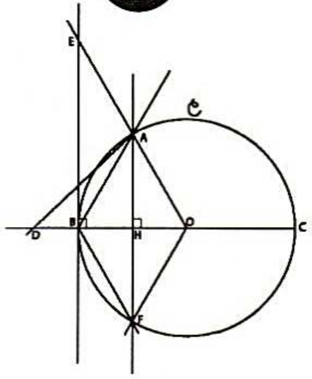
إذن: AO=1cm و AJ=2cm و JB=6cm

إذن: $OD=\dfrac{1\times 6}{2}cm$ يعني $OD=3cm$

تمرين عدد15:

BC=8cm

HD=HA



1)أ)لدينا: AB=AO و FB=FO (A و F ينتميان إلى الموسّط العمودي لـ [OB])

مناظرة [AB] بالنّسبة إلى (OB) هي [FB] و منه AB=FB

نحصل إذن على : AB=BF=FO=OA و منه الرّباعي ABFO معيّن.

ب)المثلّث ABO متقايس الأضلاع و منه: $AH=4\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

يعني $AH=2\sqrt{3}cm$ و H منتصف [AF] يعني AF=2AH يعني مساحة المعيّن ABFO هي:

$$S=\frac{OB\times AF}{2}=\frac{4\times 4\sqrt{3}}{2}=8\sqrt{3}cm$$

2)أ)في المثلّث OBE، لدينا : (BE) // (AH) (عموديّان على نفس المستقيم (OB)) و H منتصف [OB] إذن A منتصف [OE] ب)OE=2.OA يعني OE=8cm

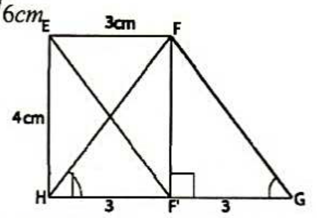
$$EB=\sqrt{OE^2-OB^2}=\sqrt{64-16}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}cm$$

3) $AC=\sqrt{AH^2+HC^2}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+6^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}cm$

4) $AD=\sqrt{AH^2+HD^2}=\sqrt{2AH^2}=\sqrt{2\times(2\sqrt{3})^2}$

$\sqrt{24}=2\sqrt{6}cm$

تمرين عدد16:



1) $FH=\sqrt{EF^2+EH^2}$ يعني $FH=\sqrt{3^2+4^2}$

يعني $FH=5cm$

2 لدينا : $HF'=EF=3cm$

و منه $EF'=\sqrt{EH^2+HF'^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5cm$

و بالتّالي: $FH=EF'$

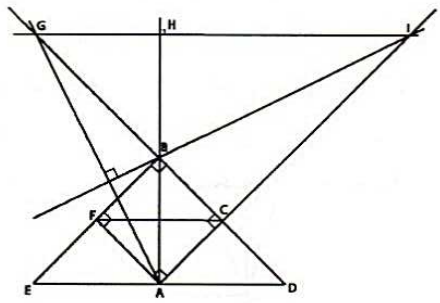
أو [EF'] و [HF] هما قطرا المستطيل EFF'H فهما متقايسان.

3) FGH مثلث متقايس الضلعين في F يعني $F\hat{H}G=F\hat{G}H$

تمرين عدد17:

BD=6cm

AD=4cm



1)

$*AB=\sqrt{BD^2-AD^2}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}cm$

$*AC\times BD=AB\times AD$ يعني $AC=\dfrac{AB\times AD}{BD}$ يعني

$AC=\dfrac{2\sqrt{5}\times 4}{6}$ يعني $AC=\dfrac{4\sqrt{5}}{3}cm$

2)لدينا:

$DE^2=9^2=81$

$BD^2=6^2=36$

$BE^2=45$

$$\left(\begin{array}{l} BE=\sqrt{BA^2+AE^2}\\ =\sqrt{20+25}\\ =\sqrt{45}=3\sqrt{5}cm \end{array}\right)$$

إذن $DE^2=BD^2+BE^2$ و منه المثلّث BDE قائم الزّاوية في B

3)الرّباعي AFBC مستطيل (له 3 زوايا قائمة)

و منه قطراه [AB] و [FC] يتقاطعان في منتصفهما

و بما أنّ O منتصف [AB] فإنّ O منتصف [FC]

و بالتّالي $OF=OC=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{2\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}cm$

4)أ) لدينا : (GH) // (AD)

بتطبيق نظريّة طالس، نحصل على:

$$\frac{BG}{BD}=\frac{BH}{BA}$$

و بما أنّ BG=BD (B منتصف [GD]) فإنّ:

BH=BA و النّقاط B و H و A على استقامة واحدة

فإنّ B منتصف [AH].

ب)في المثلّث GAI لدينا:

$$\begin{cases} (AH)\perp(GI)\\ (GC)\perp(AI)\\ (AH)\cap(GC)=\{B\} \end{cases}$$

إذن B هي المركز القائم للمثلّث (AGI) و منه (IB) عمودي على (AG) (حامل الارتفاع الثّالث عمودي على الضلع المقابل)

إصلاح تمارين الإختيار من متعدّد:

تمرين عدد1:

1) $A\hat{C}B=90°$ 2) $AB=3\sqrt{3}$ 3) 15 و 20 و 25

4)$(EF)\perp(FG)$ 5)قائم الزّاوية 6) IJ=(x-4)(x+4)

7)$AC^2=AH^2+CH^2$

8) a=12 9) 2 10) $a=\dfrac{5}{2}$ 11) 5 12)$\sqrt{14}$

13)قائم في c 14) $AO=2\sqrt{2}$

تمرين عدد2:

1)صحيح 2)خطأ 3)صحيح

4)صحيح (3 و 4 و 5) 5)خطأ

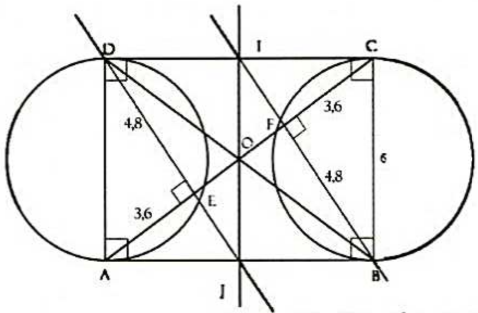
6)خطأ 7)صحيح 8)خطأ 9)خطأ

الدرس 12: أنشطة حول الرباعيات

تمرين عدد1:

AB=8cm

AD=6cm



1)المثلّث ABC قائم الزّاوية في B و منه :

$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10cm$

المثلّث ADC قائم الزّاوية في D و E المسقط العمودي لـ D على [AC]

إذن: $DE\times AC=DA\times DC$

يعني $DE=\dfrac{DA\times DC}{AC}=\dfrac{6\times 8}{10}=4,8cm$

2)E تنتمي إلى الدّائرة الّتي قطرها [AD] و منه :

$(DE)\perp(AC)$

F تنتمي إلى الدّائرة الّتي قطرها [BC] و منه:

$(BF)\perp(AC)$

و بالتّالي (DE) // (BF) و DE=BF=4,8cm

يعني BEDF متوازي أضلاع

3)في المثلّث القائم BCF في F لدينا:

$CF=\sqrt{BC^2+BF^2}=\sqrt{6^2+(4,8)^2}=\sqrt{12,96}=3,6cm$

بتطبيق نظريّة طالس في المثلّث CDE، نحصل على:

$$\frac{CI}{CD}=\frac{CF}{CE}=\frac{IF}{DE}$$

و منه $IF\times CE=CF\times DE$ يعني $IF=\dfrac{CF\times DE}{CE}$

يعني $IF=\dfrac{3,6\times 4,8}{10-3,6}=\dfrac{3,6\times 4,8}{6,4}=2,7cm$

في المثلّث القائم ICF، لدينا:

$IC=\sqrt{IF^2+FC^2}=\sqrt{(2,7)^2+(3,6)^2}=\sqrt{20,25}=4,5cm$

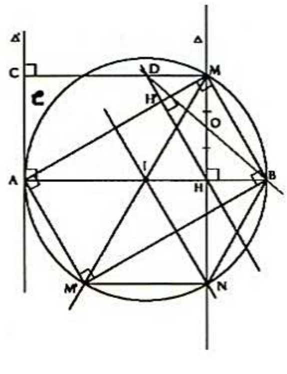
4)أ)الرّباعي BIDJ متوازي أضلاع لأنّ (DJ) // (BI) و (BJ) // (DI)

O منتصف [BD] إذن O منتصف [IJ] و بالتّالي I و O و J على استقامة واحدة.

ب) القطران [AC] و [IJ] يتقاطعان في منتصفهما O و منه الرباعي AICJ متوازي أضلاع و بالتالي (JC) // (AI)

تمرين عدد2:

AB=12cm



1)أ)لدينا:

IM=IB ([IM] و [IB] شعاعان للدائرة ζ)

MI=MB (M تنتمي إلى الموسط العمودي لـ [IB])

إذن IM=IB=MB و بالتالي المثلث IMB متقايس الأضلاع

ب)الرباعي IMBN قطراه متعامدان و له ضلعان متتاليان متقايسان فهو معين.

ج)IMB مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه 6صم إذن:

$$MH = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}cm$$

2)أ)M تنتمي إلى الدائرة ζ التي قطرها [AB] و منه المثلث AMB قائم الزاوية في M

ب) $AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}cm$

3)بتطبيق نظرية طالس في المثلث AMB، نحصل على:

$$\frac{AH}{AB} = \frac{AH'}{AM} = \frac{HH'}{BM}$$

$\frac{AH}{AB} = \frac{HH'}{BM}$ يعني $HH' = \frac{AH \times BM}{AB}$

$HH' = \frac{9 \times 6}{12}$ يعني $HH' = \frac{54}{12}$ يعني $HH' = \frac{9}{2} = 4,5cm$

4)أ)الرباعي 'AMBM متوازي أضلاع لأنّ قطراه [AB] و ['MM] يتقاطعان في منتصفهما و له زاوية قائمة في M فهو مستطيل.

ب) $AM' = MB = 6cm$

5)أ)في المثلث 'MNM، لدينا H منتصف [MN] و I منتصف ['MM] و منه (IH) // ('NM) (القطعة الرابطة بين منتصفي ضلعين)

ب)بتطبيق نظرية طالس في المثلث MIH، نحصل على:

$\frac{MI}{MM'} = \frac{MH}{MN} = \frac{IH}{M'N} = \frac{1}{2}$ (لأنّ I منتصف ['MM]

و منه M'N=2IH يعني M'N=6cm

ج) $A \in (IH)$ و منه (M'N) // (AI) و AI=M'N=6cm

إذن 'AINM متوازي أضلاع و له ضلعان متتاليان [AI] و [IN] متقايسان (شعاعان للدائرة ζ) فهو معيّن.

6)أ)الرباعي ACMH متوازي أضلاع (كل ضلعين متقابلين متوازيان)و له زاوية قائمة (في C أو في A) فهو مستطيل

ب)[CH] هو قطر للمستطيل ACMH

إذن: $CH = AM = 6\sqrt{3}cm$

7)الرباعي MDHB متوازي أضلاع لأنّ:

(MD) // (BH) و (MB) // (HD) (عموديان على نفس المستقيم (AM)) و O منتصف أحد قطريه [MH] إذن O منتصف [BD]

و بالتالي النقاط O و B و D على استقامة واحدة.

تمرين عدد3:

EF=6cm

FM=4cm

GN=10cm

1)أ)بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث القائم EFM في F، نحصل على:

$$EM = \sqrt{EF^2 + FM^2} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}cm$$

بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث القائم MGN في G، نحصل على:

$$EN = \sqrt{EH^2 + HN^2} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}cm$$

بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث القائم EHN في F، نحصل على:

$$MN = \sqrt{GN^2 + GM^2} = \sqrt{10^2 + 2^2} = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}cm$$

ب)لدينا:

$$MN^2 = EM^2 + EN^2 \begin{cases} EM^2 = 52 \\ EN^2 = 52 \\ MN^2 = 104 \end{cases}$$

إذن المثلث EMN قائم الزاوية في E و متقايس الضلعين (EM=EN)

2)المثلث EMN قائم الزاوية في E و I منتصف وتره [MN] إذن

IM=IN=IE

المثلث MNG قائم الزاوية في G و I منتصف وتره [MN] إذن:

IM=IN=IG

و بالتالي : IG=IE إذن المثلث IGE متقايس الضلعين قمته الرئيسية I

3)أ)في الرباعي AMGN،القطران [AG] و [MN] يتقاطعان في منتصفهما و له زاوية قائمة في G فهو مستطيل.

ب)قطرا الرباعي EMBN يتقاطعان في منتصفهما I فهو متوازي أضلاع و له زاوية قائمة في E فهو مستطيل و له ضلعان متتاليان متقايسان (EM=EN) فهو مربّع.

4)الرباعي MCND متوازي أضلاع لأنّ:

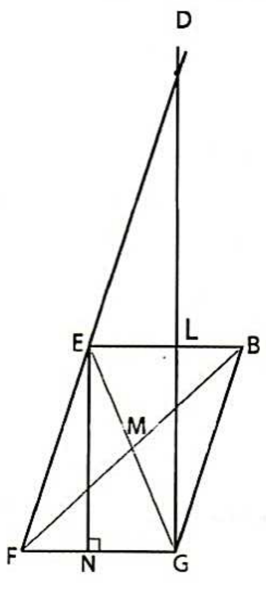
(MD) // (CN) (ANGM مستطيل) (CM) // (ND) (EMBN مربّع)

إذن قطرا متوازي الأضلاع MCND يتقاطعان في منتصفهما و بما أنّ I منتصف [MN] فإنّ Iمنتصف [CD]

تمرين عدد4:

EF=EG=8cm 6cm

FG=6cm



1) أضلاع الرباعي EFNL متوازية مثنى مثنى فهو متوازي أضلاع

2) أ) EFNL متوازي أضلاع و منه EF=LN و بما أنّ EF=EG إذن EG=LN

ب) الرباعي ENGL قطراه متقايسان فهو مستطيل

3) أ) بتطبيق نظرية طالس في المثلث DFG، نحصل على:

$\frac{DE}{DF}=\frac{DL}{DG}=\frac{EL}{FG}=\frac{1}{2}$ و منه $\frac{DL}{DG}=\frac{1}{2}$

و النقاط على استقامة واحدة، إذن L منتصف [DG]

ب) DG=2LG و LG=EN

و $EN=\sqrt{EF^2-FN^2}=\sqrt{8^2-3^2}=\sqrt{55}$ و بالتالي $DG=2\sqrt{55}cm$

4) أ) EFGB رباعي قطراه يتقاطعان في منتصفهما فهو متوازي أضلاع

ب) قطرا الرباعي BDEG متعامدان و له ضلعان متتاليان متقايسان فهو معين.

ج) لتكن S مساحة الرباعي BEFG $S=EB\times GL$

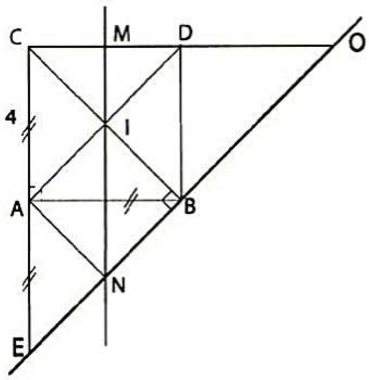
لتكن 'S مساحة الرباعي BDEG $S'=\frac{DG.EB}{2}$

و بما أنّ $\frac{DG}{2}=LG$ إذن $S'=LG\times EB$

و منه BEFG و BDEG لهما نفس المساحة.

تمرين عدد5:

AB=AC=4cm



1) ABCD مربع و منه [BC] و [AD] متقايسان و يتعامدان في منتصفهما

2) $AD=\sqrt{AC^2+CD^2}=\sqrt{4^2+4^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}cm$

$BI=\frac{BC}{2}=\frac{AD}{2}=\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}cm$

3) أ) (BD) // (AE) و AE=BD=4cm و منه الرّباعي AEBD متوازي أضلاع.

ب) لدينا BA=AC=AE و منه A مركز الدّائرة المحيطة بالمثلّث EBC و بما أنّ A منتصف [CE] فإنّ EBC قائم في B

و BE=AD=BC فإنّ EBC قائم في B و متقايس الضلعين.

4) أ) لدينا (CE) // (BD) و منه الرّباعي BDCE شبه منحرف.

ب) M منتصف [DC] N منتصف [BE]

إذن $MN=\frac{1}{2}(BD+CE)=\frac{4+8}{2}=6cm$

5) الرّباعي AIBN متوازي أضلاع له زاوية قائمة في B و AI=IB (ضلعان متتاليان متقايسان) فهو معيّن.

6) بتطبيق نظريّة طالس في المثلّث OCE، نحصل على:

$$\frac{OM}{OC}=\frac{ON}{OE}=\frac{MN}{EC}$$

* $\frac{OM}{OC}=\frac{ON}{OE}$ يعني $OM\times OE=ON\times MN$

* $\frac{ON}{OE}=\frac{MN}{EC}$ يعني $ON\times EC=OE\times MN$

إصلاح تمارين الإختيار من متعدد:

تمرين عدد1:

1) شبه منحرف 2) معيّن 3) مستطيل 4) مستطيل 5) رباعي أضلاع

تمرين عدد2:

1) خطأ 2) خطأ 3) خطأ 4) خطأ 5) صحيح 6) صحيح

7) صحيح 8) صحيح 9) صحيح

الدرس 13: التعامد في الفضاء

تمرين عدد1:

1) لدينا (IJ) // (FG) و (BC) // (FG) و منه (IJ) // (BC)

المستقيم (IJ) موازٍ للمستقيم (BC) من المستوي (ADC)

إذن (IJ) // (ADC)

2) أ) - $D\in(AID)$ و $D\in(DHG)$ إذن $D\in(AID)\cap(DHG)$

- (IJ) // (AD) و $I\in(AID)$ إذن $J\in(AID)$

(DH) // (GC) و $G\in(DHG)$ إذن $C\in(DHG)$ و $J\in(GC)$

و منه $J\in(DHG)$ و بالتالي $J\in(AID)\cap(DHG)$

إذن : $(AID)\cap(DHG)=(DJ)$

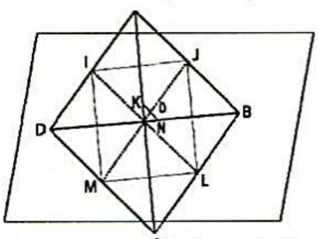
ب) $(HC)\subset(DHG)$ و $(DHG)\cap(ADI)=(DJ)$ إذن

(HC) يقطع (DJ) في النقطة M و منه : $M\in(DJ)$

3) لدينا : $(EHG)\cap(AEF)=(EF)$ و $(AI)\subset(AEF)$ إذن

(AI) يقطع (EFG) وفق المستقيم (EF) و منه النقاط E و F و N على استقامة واحدة .

تمرين عدد2:



1) أ) لدينا (BD) // (IJ) (القطعة الرابطة بين منتصفي ضلعين في المثلث ABD)

(BD) // (ML) (القطعة الرابطة بين منتصفي ضلعين في المثلث CBD)

و منه: (IJ) // (ML) و النقاط I و J و M و L ليست على استقامة واحدة إذن (IJ) و (ML) يمثلان مستويا من الفضاء.

و هو المستوي (IJM)

ب) لدينا (BD) // (IJ) و (IJ) محتوي في (IJM)

إذن (BD) // (IJM)

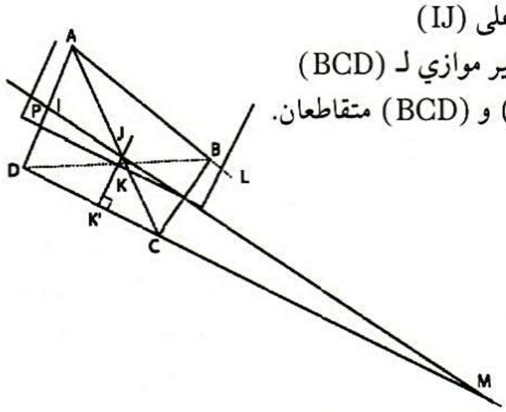
2) الرباعي (IJLM) متوازي أضلاع (BD) // (IJ) و (BD) // (ML)

(BC) // (MN) و (BC) // (JK) (AC) // (IM) و (AC) // (JL)

و منه [JM] و [IL] يتقاطعان في منتصفهما و بما أنّ O منتصف [KN] فإنّ (JM) و (IL) و (KN) يشتركان في النقطة O.

تمرين عدد3:

1)أ) $(AD)\perp(BCD)$ و (AD)
غير عمودي على (IJ)
و منه (IJ) غير موازي لـ (BCD)
و بالتالي (IJ) و (BCD) متقاطعان.



ب)المستويان (ACD) و (BCD) يتقاطعان وفق المستقيم (CD) و $(IJ)\subset(ACD)$ و (IJ) يقطع (BCD) و بالتالي فهو يقطعه في نقطة من (CD) إذن $M\in(CD)$

2)أ)لدينا : $(AD)\perp(BCD)$ و $(AD)\perp(P)$ إذن (BCD) و (P) متوازيان.

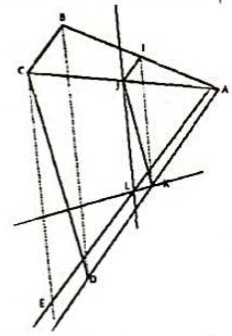
ب)(BCD) و (IKL) متوازيان إذن: (CD) // (IK) و (BD) //(IL)

3)لدينا $(AD)\perp(BCD)$ و منه $(AD)\perp(CD)$

K' المسقط العمودي لـ K على (CD) إذن (AD)//(KK')

المستقيم (AD) موازٍ لمستقيم (KK') من (BKK') إذن: (AD) موازٍ لـ (BKK')

4) $(P)\cap(ADB)=(IL)$



تمرين عدد4:

1)أ) في المثلث ABC، لدينا: I منتصف [AB] و J منتصف [AC] إذن (IJ) // (BC) و بالتالي : (IJ) // (BCD)

ب)بنفس الطريقة نثبت أنّ (JK) // (CD)

المستويان (IJK) و (BCD) متوازيان لأنّ (IJ) و (JK) محتويان في (IJK) يوازيان (BC) و (CD) المحتويان في (BCD).

2)لدينا: $\begin{cases}(IJ)\ //\ (BC)\\(KL)\ //\ (BC)\end{cases}$ إذن (IJ) // (KL)

$\begin{cases}(JL)\ //\ (BD)\\(IK)\ //\ (BD)\end{cases}$ إذن (JL) // (IK)

و منه الرباعي IJLK متوازي أضلاع

لدينا : (LK) // (DE) و (IJ) // (LK) و (BC) // (IJ)

إذن: (BC) // (DE)

3)أ) (BCD) // (IJK) و $(LK)\subset(IJK)$ و $(DE)\subset(BCD)$

و المستقيمان (LK) و (ED) محتويان في نفس المستوي (AED) إذن هما متوازيان.

ب)في المثلث ADE لدينا: K منتصف [AD]

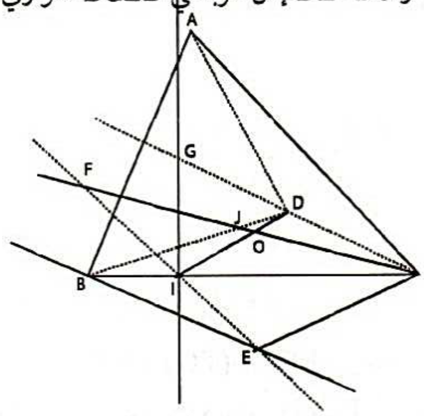
و (ED) // (KL) إذن $KL=\frac{1}{2}ED$ و منه ED=2KL

و بما أنّ $\frac{1}{2}BC=IJ=KL$ إذن $\frac{1}{2}ED=\frac{1}{2}BC$

و منه : ED=BC

(BC) // (DE) و DE=BC إذن الرباعي BCED متوازي أضلاع

تمرين عدد5:



1)لدينا : (AD) عمودي على (BCD) و منه :
$(CD)\perp(DA)$ ①
$(DB)\perp(DA)$ و $(CD)\perp(DA)$
و النقاط C و D و B ليست على استقامة واحدة إذن : $(CD)\perp(DB)$ ②
من ① و ② نستنتج أن (CD) عمودي على المستوي (ABD)

2)لدينا $(AD)\perp(BCD)$ و $(DI)\subset(BCD)$ إذن $(AD)\perp(DI)$
و بالتالي المثلث ADI قائم الزاوية في D.

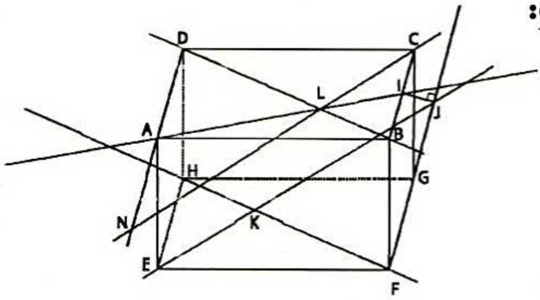
3) $A\in(ADI)$ و $A\in(ACJ)$ و منه $A\in(ADI)\cap(ACJ)$ و $O\in(ID)$ و $(ID)\subset(AID)$ إذن $O\in(AID)$
$O\in(CJ)$ و $(CJ)\subset(ACJ)$ إذن $O\in(ACJ)$
و بالتالي $O\in(ADI)\cap(ACJ)$
إذن $(ADI)\cap(ACJ)=(AO)$

4) (BE) // (DC) و BE=DC إذن BDCE متوازي أضلاع و له زاوية قائمة في D $((CD)\perp(DB))$
إذن BDCE مستطيل

5)المستويان (ACD) و (BCD) يتقاطعان وفق المستقيم (CD) و(IJ) و (EI) مستقيمان من (BCD) إذن فهما يقطعان (ACD) في النقطتين G و F المنتميين للمستقيم (CD)

و بالتالي النقاط C و D و G و F على استقامة واحدة

تمرين عدد6:



1)أ)- $I\in(AEI)$ و $I\in(BC)$ و $(BC)\subset(BCG)$

إذن $I\in(BCG)$ و بالتالي $I\in(AEI)\cap(BCG)$

- (BC) // (FG) و $G\in(BCG)$ إذن $(FG)\in(BCG)$

و $J\in(GF)$ إذن $J\in(BCG)$

- $(AE)\perp(EH)$ و (FG) // (EH) و منه $(AE)\perp(FG)$

و $(IJ)\perp(FG)$ إذن (AE) // (IJ) و $I\in(AEI)$

إذن $J\in(AEI)$ و بالتالي $J\in(AEI)\cap(BCG)$

$(AEI)\cap(BCG)=(IJ)$

ب)(IJ) // (AE) و AE=IJ إذن AEIJ متوازي أضلاع و (AE) عمودي على (EJ) إذن هو مستطيل

2)لدينا

- $(FH)\subset(BDF)$ (لأنّ $F\in(BDF)$ و (FH) // (BD))

$(EJ)\subset(AEI)$

و $(FH)\cap(EJ)=\{K\}$ إذن K نقطة مشتركة للمستويين (AEI) و (BDF)

- $(BD)\subset(BDF)$ و $(AI)\subset(AEI)$ و $(BD)\cap(AEI)=\{L\}$

إذن L نقطة مشتركة للمستويين (AEI) و (BDF)

و بما أنّ النقطة M مشتركة بين المستويين (BDF) و (AEI)

فإنّ النقاط K و L و M على استقامة واحدة

3)أ)لدينا:

(BF) // (CG) و (BF) // (LK) و منه (LK) // (CG)

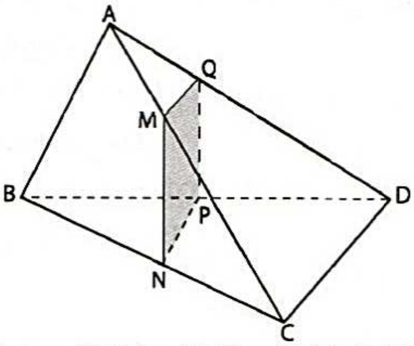
ب)لدينا DBFH مستطيل إذن $(BF)\perp(DB)$

و (BF) // (LK) إذن $(LK)\perp(DB)$ و منه المثلث DLK قائم الزاوية في L.

4)(CL) يقطع (AD) و (AD) محتوٍ في (ADE)

إذن $(AD)\cap(CL)=\{N\}$

تمرين عدد7:

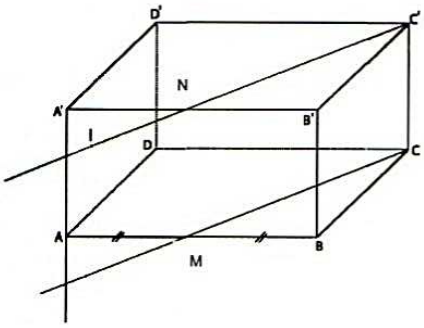


1)أ)نعلم أنّ (MNP) // (AB) و (AB) و (MN) محتويان في نفس المستوي إذن (AB) // (MN)

ب)بنفس الطريقة نبيّن أنّ (PQ) // (AB) و بما أنّ (AB)// (MN) فإنّ (MN) // (PQ)

2)مستقيمان يعامدان نفس المستوي هما متوازيان

تمرين عدد8:



AB=8cm

BC=4cm

CC'=4cm

1)أ)المستقيم (DD') عمودي على المستوي (ADC) و منه $(DD')\perp(DM)$ $((DM)\subset(ADC))$

و بالتالي المثلث D'DM قائم الزاوية في D

ب)DAM قائم الزاوية في A و منه $DM=\sqrt{AD^2+AM^2}$

و بالتالي: $DM=\sqrt{4^2+4^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}cm$

$$D'M=\sqrt{DD'^2+DM^2}=\sqrt{4^2+\left(4\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}cm$$

2)لدينا : $D'M^2=48$

$$MC^2=MB^2+BC^2=4^2+4^2=32$$

$$D'C=D'D^2+DC^2=4^2+8^2=80$$

$D'C^2=MC^2+D'M^2$ و منه المثلث D'MC قائم الزاوية في M

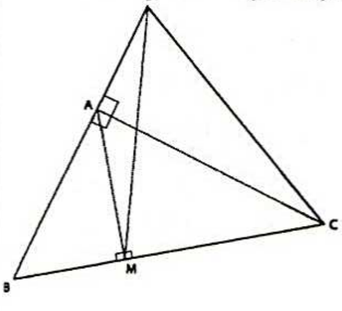
و بالتالي : $(D'M)\perp(MC)$

3) $(MC)\subset(ABC)$ و $(N'C)\subset(ABC)$ و منه المستقيمان (MC) و (NC') محتويان في نفس المستوي (ABC)

4)أ)انظر الرسم

ب) $(ADD')\cap(MCC')=(IJ)$

تمرين عدد9:



1) أ) المثلث DAC قائم الزاوية في A و منه $(AD)\perp(AC)$

المثلث ABD قائم الزاوية في A و منه $(AD)\perp(AB)$

المستقيم (AD) عمودي في النقطة A على المستقيمين (AC) و (AB) من المستوي (ABC) إذن (AD) عمودي على (ABC)

ب) $(AM)\subset(ABC)$ و $(AD)\perp(ABC)$ إذن $(AD)\perp(AM)$

و منه المثلث ADM قائم الزاوية في A

2) المثلث ABC قائم في A و منه:

$$BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10cm$$

لدينا : $AM\times BC=AB\times AC$ و منه :

$$AM=\frac{AB\times AC}{BC}=\frac{8\times 6}{10}=4,8cm$$

ب) المثلث DAM قائم الزاوية في A و منه:

$$DM=\sqrt{AM^2+AD^2}=\sqrt{(4,8)^2+(3,6)^2}=\sqrt{36}=6cm$$

(3

$$MC=\sqrt{AC^2-AM^2}=\sqrt{8^2-(4,8)^2}=\sqrt{64-23,04}=\sqrt{40,96}=6,4cm$$

$$DC=\sqrt{AD^2+AC^2}=\sqrt{(3,6)^2+8^2}=\sqrt{76,96}$$

لدينا : $DC^2=DM^2+MC^2$ و منه المثلث DMC قائم الزاوية في M و بالتالي [DM] هو ارتفاع في المثلث BDC

4) لدينا

$(BC)\perp(AM)$ (M هي المسقط العمودي لـ A على (BC))

$(BC)\perp(DM)$ (السؤال 3)

و منه المستقيم (BC) عمودي في M على المستقيمين (AM) و (DM) من المستوي ADM إذن $(BC)\perp(ADM)$

إصلاح تمارين الاختيار من متعدد:

تمرين عدد1:

1) متقاطعان 2) ليس في نفس المستوي

3) متوازيان 4) قائم 5) متعامدان 6) متوازيان

تمرين عدد2:

1) صحيح 2) صحيح 3) خطأ 4) صحيح

5) خطأ 6) صحيح 7) صحيح 8) خطأ

9) صحيح 10) صحيح 11) خطأ 12) خطأ

13) صحيح 14) خطأ

إصلاح الاختبارات:

المثال عدد 1 : **إصلاح فرض مراقبة عدد 1**

تمرين عدد 1 :

1) a قاسم لـ b

b مضاعف لـ a

2) العدد 3172536 يقبل القسمة على 12.

3) كل عدد يقبل القسمة على 6 و 2 في نفس الوقت يقبل القسمة على 3.

4) عدد عشري.

عدد له كتابة عشرية دوريّة دورها صفر.

5) المجموعة الفارغة.

6) الرّقم هو 4.

تمرين عدد 2 :

1) $1,1010010001...\notin\mathbb{Q}$ ؛ $\sqrt{2}\in\mathbb{R}$ ؛ $2,\underline{3}\notin ID$ ؛

$\{1,\underline{312};0\,;(2,5)\}\subset\mathbb{Q}$ $\{1,\underline{312};0\,;(2,5)\}\subset\mathbb{Q}$

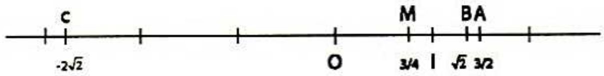
؛ $\left\{0;-1;\frac{1}{3};-\sqrt{2}\right\}\subset\mathbb{R}$ ؛ $\left(0,-\sqrt{2},\pi\right)\not\subset I$

$$\left(0,-\sqrt{2},\pi\right)\not\subset I$$

2) $\sqrt{0,0001}=0,01$ ؛ $\sqrt{\frac{4}{25}}=\frac{2}{5}$ ؛

$\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$ ؛ $\sqrt{4^2\times 3^2}=4\times 3=12$ ؛

3) أ-



ب- $AI=\left|1-\frac{3}{2}\right|=\left|-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}$

ج- $X_M=\frac{X_O+X_A}{2}=\frac{3}{4}$

تمرين عدد 3 :

1) $x=7a5b$

x يقبل القسمة على 12 يعني x يقبل القسمة على 3 و 4.

$$7a5b\begin{cases}\to 7152\\ \to 7452\\ \to 7752\end{cases}$$

$$7a56\begin{cases}\to 7056\\ \to 7356\\ \to 7656\\ \to 7956\end{cases}$$

و منه $x\in\{7152,7452,7752,7056,7356,7656,7956\}$

2) $y=13\times 5^{40}+13\times 125^{13}$

أ- $y=13\times 5^{40}+13\times 5^{39}$

$y=13\times 5^{39}+(5+1)$

$y=13\times 5^{39}\times 6$

ب- y يقبل القسمة على 6 و منه y يقبل القسمة على 3

y يقبل القسمة على 5

منه y يقبل القسمة على 15

إصلاح التمارين و الاختبارات

المثال عدد 2 : **إصلاح فرض مراقبة عدد 1**

تمرين عدد 1 :

1)صواب 2)خطأ 3)خطأ 4)خطأ 5)صواب 6)خطأ

تمرين عدد 2 :

1) $7x70\begin{cases}\to 7770\\ \to 7470\\ \to 7170\end{cases}$ $\qquad$ $7x75\begin{cases}\to 7275\\ \to 7575\\ \to 7875\end{cases}$

2)

$$b = 3\times 8^{21} - 9\times 4^{30} = 3\times\left(2^3\right)^{21} - 9\times\left(2^2\right)^{30}$$
$$= 3\times 2^{63} - 9\times 2^{60}$$
$$= 3\times 2^{60}\left(2^3 - 3\right)$$
$$= 3\times 2^{63} - 9\times 2^{60}$$
$$= 15\times 2^{60}$$

و منه العدد b يقبل القسمة على 15

تمرين عدد 3 :

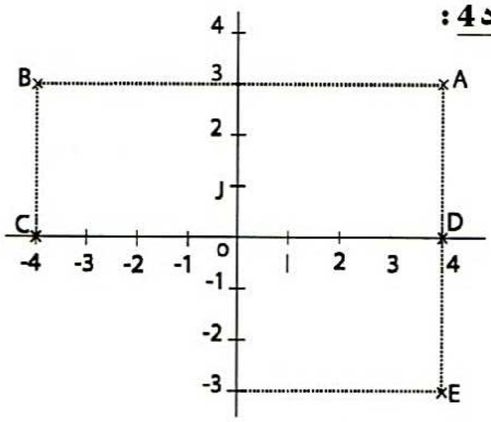
1) $a = \frac{25}{11} = 2,\underline{27}$; $b = \frac{8}{11} = 0,\underline{72}$

2)الرقم الذي رتبته 713 في الكتابة 2,27 هو 2

3) $2,\underline{27} + 0,\underline{72} = \frac{25}{11} + \frac{8}{11} = \frac{33}{11} = 3$

تمرين عدد 4 :

1)



أ) A و B لهما نفس الترتيبة 3 و فاصلتان متقابلتان 4 و 4- إذن A و B متناظرتان بالنسبة إلى (OI) و منه (OJ) هو الموسّط العمودي لـ [AB]

ب) $O\in(OJ)$ إذن OA=OB و منه المثلث OAB متقايس الضلعين قمته الرئيسية O

2) $X_0 = \frac{X_C + X_D}{2} = \frac{4-4}{2} = 0$ و منه O منتصف [CD]

$$CD = 2\times OD = 2\times 4 = 8cm$$

3)أ) E(4,-3) (A و E لهما نفس الفاصلة و ترتيبتان متقابلتان)

ب)لدينا : (AB) // (OI) و (AE) // (OJ)

و بما أنّ $(OI)\perp(OJ)$

فإنّ $(AB)\perp(AE)$ و منه المثلث ABE قائم الزاوية في A .

المثال الأوّل: **إصلاح فرض مراقبة عدد 2**

تمرين عدد 1:

1) أ) خطأ ب) خطأ ج) صواب د) صواب هـ) صواب

2)أ) خطأ / صواب ب) خطأ

تمرين عدد 2:

1) أ)

$$A = \pi - \left(\sqrt{2}-1\right) - \left(\sqrt{2}\right) = \pi - \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} = \pi + 1$$

$$B = \frac{1}{2} - \left(\pi - \sqrt{4} - \sqrt{5}\right) - \left(\frac{7}{2} + \sqrt{5}\right)$$
$$= \frac{1}{2} - \pi + 2 \cancel{+\sqrt{5}} - \frac{7}{2} \cancel{-\sqrt{5}} = -1 - \pi$$

ب) $A+B = 1+\pi-1-\pi = 0$ و منه A و B متقابلان

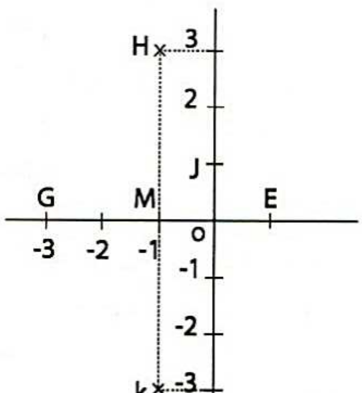
2) أ) $x+\sqrt{2} = 0$ يعني $x = -\sqrt{2}$

ب) $x-\sqrt{3}$ و $\left(-\pi+\sqrt{3}\right)$ متقابلان يعني

$x-\sqrt{3} = -\left(-\pi+\sqrt{3}\right)$ يعني $x\cancel{-\sqrt{3}} = \pi\cancel{-\sqrt{3}}$ يعني $x = \pi$.

تمرين عدد 3:

I)



1)أ) $EG = \left|-3-1\right| = \left|-4\right| = 4$

ب) M منتصف $[EG]$ يعني $X_M = \frac{X_E + X_G}{2}$

يعني $X_M = \frac{1-3}{2}$ يعني $X_M = -1$

II) 1) أ) $E(1,0)$، $G(-3,0)$، $M(-1,0)$

ب) H و K لهما نفس الفاصلة و ترتيبتان متقابلتان إذن H وK متناظرتان بالنسبة إلى (OE)

ج) $\frac{X_H+X_K}{2}=\frac{-1-1}{2}=-1$ و $\frac{X_H+X_K}{2}=\frac{3-3}{2}=0$

و منه M منتصف $[HK]$

2) أ) قطرا الرباعي EHGK يتقاطعان في منتصفهما M إذن فهو متوازي الأضلاع و $(EG)\perp(HK)$ إذن $EHGK$ معين.

ب) مساحة $EHGK$ هي $\frac{EG\times HK}{2}=\frac{4\times 6}{2}=12cm^2$

3) في المعين (K,E,G) :

$E\,(1,0)$ ، $G\,(0,1)$ ، $H\,(1,1)$

المثال الثاني: **إصلاح فرض المراقبة عدد 2**

تمرين عدد 1:

1) $\left|\sqrt{2}-3\right|=-\sqrt{2}+3$ ، $-\sqrt{2}+2\sqrt{2}=\sqrt{2}$

$\begin{pmatrix} E=\sqrt{3}-a-b \\ a+b=-\sqrt{3} \end{pmatrix}$ يعني $\left(E=2\sqrt{3}\right)$

2) صواب / صواب /صواب

تمرين عدد 2:

1) $\sqrt{9-\frac{11}{4}}=\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}$ ، $\sqrt{\frac{27}{75}}=\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5}$

$3\sqrt{2}\times\left(-\frac{3}{2}\right)\times\left(-\sqrt{2}\right)=9$ ، $\frac{1}{2}\sqrt{3}+\sqrt{3}-\frac{1}{4}\sqrt{3}=\frac{5\sqrt{3}}{4}$

2) X عدد سالب :

$$A=\left|x-\sqrt{2}\right|-\left(-x+2\sqrt{2}\right)-\left|1-\sqrt{2}\right|$$
$$=\cancel{-x}+\sqrt{2}\cancel{+x}-2\sqrt{2}-\left(\sqrt{2}-1\right)$$
$$=-\sqrt{2}-\sqrt{2}+1=1-2\sqrt{2}$$

3) أ)

$$B=-\left(-x+2\sqrt{3}\right)+\left[\sqrt{3}-\left(y-\frac{1}{2}\right)\right]+\sqrt{3}$$
$$=x-\cancel{2\sqrt{3}}\cancel{+\sqrt{3}}-y+\frac{1}{2}\cancel{+\sqrt{3}}\quad=x-y+\frac{1}{2}$$

ب) إذا كان $x=-\sqrt{2}-\frac{1}{2}$ و $y=-\sqrt{2}$ فإنّ:

$$B=\cancel{-\sqrt{2}}-\cancel{\frac{1}{2}}+\cancel{\sqrt{2}}+\cancel{\frac{1}{2}}=0$$

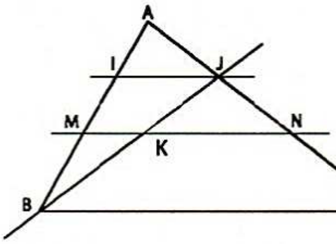
$\boxed{9}$ $\boxed{6}$

ج) B و $y+\sqrt{2}$ متقابلان يعني: $B+y+\sqrt{2}=0$

يعني $x-\cancel{y}+\frac{1}{2}+\cancel{y}+\sqrt{2}=0$ ، $x=-\frac{1}{2}-\sqrt{2}$

تمرين عدد 3:

1) $AM=3cm$ ، $BC=8cm$ ، $AC=7cm$ ، $AB=5cm$



بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC ، نحصل على :

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

• $\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}$ يعني $AN=\frac{AM\times AC}{AB}$ يعني

$AN=\frac{3\times 7}{5}$ يعني $AN=4,2cm$

$\frac{MN}{BC}=\frac{AM}{AB}$ يعني $MN=\frac{AM\times BC}{AB}$ يعني $MN=\frac{3\times 8}{5}$

يعني $MN=4,8cm$

2)أ) في المثلث AMN لدينا I منتصف $[AM]$ وJ منتصف $[AN]$ إذن $(IJ)//(MN)$.

في المثلث ABC لدينا : $(MN)//(BC)$

و بالتالي $(IJ)//(BC)$

ب) لدينا: $IJ=\frac{1}{2}MN$ و $MN=\frac{AM}{AB}\times BC=\frac{3}{5}BC$

و بالتالي : $IJ=\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}BC=\frac{3}{10}BC$

3) بتطبيق نظرية طالس في المثلث JBC ، نحصل على :

$$\frac{JK}{JB}=\frac{JN}{JC}=\frac{KN}{BC}$$

$$\frac{JN}{JC}=\frac{\frac{4,2}{2}}{7-2,1}=\frac{2,1}{4,9}\quad=\frac{21}{49}=\frac{3}{7}$$

و بالتالي: $\frac{JK}{JB}=\frac{KN}{BC}=\frac{3}{7}$

المثال الأوّل: **إصلاح الفرض التأليفي عدد 1**

تمرين عدد 1:

أ) $\boxed{6}$ $\boxed{9}$ $\boxed{15}$

ب) M منتصف $[AB]$ و A و M وB على إستقامة واحدة

و $(AM)//(OJ)$

ج) $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$ و $AM\times AC=AN\times AB$

د) $3\sqrt{2}$ و $\sqrt{2}+\sqrt{4}\times\sqrt{2}$

هـ) 9 و $3\sqrt{3}\times\sqrt{3}$ و $\sqrt{3\times 27}$

تمرين عدد 2:

1) أ)

$$A=\left(a-b+\sqrt{2}\right)-\left[\left(a+\frac{1}{2}-b\right)-\left(-\sqrt{2}+a-b\right)-\frac{3}{2}\right]$$

$$=a-b\cancel{+\sqrt{2}}-\cancel{a}-\frac{1}{2}\cancel{+b}-\cancel{\sqrt{2}}+\cancel{a}-\cancel{b}+\frac{3}{2}$$

$$=a-b+1$$

ب) إذا كان $a=2\sqrt{3}$ و b مقابل a $\left(b=-2\sqrt{3}\right)$ فإن:

$$A=2\sqrt{3}+2\sqrt{3}+1=4\sqrt{3}+1$$

2) أ)

$$B=-\sqrt{20}-\sqrt{4}+\sqrt{45}=-2\sqrt{5}-2+3\sqrt{5}=\sqrt{5}-2$$

$$c=\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+1\right)-\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)$$

$$=5+\sqrt{5}-5+2=\sqrt{5}+2$$

ب)

$$B\times C=\left(\sqrt{5}-2\right)\left(\sqrt{5}+2\right)=5-4=1$$

و منه مقلوب $\sqrt{5}-2$ هو $\sqrt{5}+2$.

تمرين عدد3:

1) إذا كان $x=\frac{\sqrt{3}}{3}$ فإنّ:

$$I=\sqrt{2}\left(\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}-1\right)=\sqrt{2}\left(1-1\right)=0$$

إذا كان $x=0$ فإنّ:

$$I=\sqrt{2}\left(\sqrt{3}\times 0-1\right)=-\sqrt{2}$$

2) أ) $J=3x-\sqrt{3}=\sqrt{3}\left(\sqrt{3}x-1\right)$

$$J=3x-\sqrt{3}=\sqrt{3}\left(\sqrt{3}x-1\right)$$

ب) $I-J=\sqrt{2}\left(\sqrt{3}x-1\right)-\sqrt{3}\left(\sqrt{3}x-1\right)$

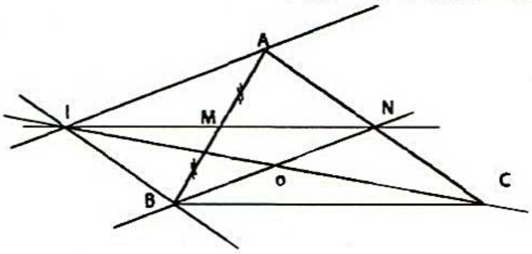
$$=\left(\sqrt{3}x-1\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$$

ج) $\left(\sqrt{3}x-1\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)=0$ يعني $\sqrt{3}x-1=0$

يعني $x=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

تمرين عدد4:

$AB=4$ ، $AC=6$ ، $BC=7$



1) بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABC نحصل على:

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}=\frac{1}{2}$$

$\frac{MN}{BC}=\frac{1}{2}$ يعني $MN=\frac{1}{2}BC=3,5cm$

$\frac{AN}{AC}=\frac{1}{2}$ يعني $AN=\frac{1}{2}AC=3cm$

2) أ) بتطبيق نظرية طالس في المثلث MIB، نحصل على :

$$\frac{MI}{MN}=\frac{MB}{MA}=\frac{IB}{AN}=1$$

و منه : $IM=MN=3,5cm$ و $IB=AN=3cm$

ب) $IM=MN$ و النقاط على إستقامة واحدة إذن M منتصف $[IN]$.

ج) قطرا الرباعي $ANBI$ يتقاطعان في منتصفهما M إذن فهو متوازي الأضلاع.

3) بتطبيق نظرية طالس في المثلث CIA نحصل على:

$$\frac{CO}{CI}=\frac{CN}{CA}=\frac{ON}{IA}$$

المثال الثاني: **إصلاح الفرض التأليفي عدد1**

تمرين عدد1:

1) العدد 51425131578 يقبل القسمة على 6

2) حل المعادلة $\sqrt{(x-3)^2}=2$ هو: 1 و 5

3) البعد CD يساوي : 5

4) العبارة $\sqrt{3}-\sqrt{12}$ تساوي $\sqrt{3}$

تمرين عدد2:

1) أ)

$a=\sqrt{50}-3\sqrt{2}+\sqrt{9}=5\sqrt{2}-3\sqrt{2}+3=3+2\sqrt{2}$

$b=-\sqrt{2}\left(2-3\sqrt{2}\right)-\left(\sqrt{7}-2\right)\left(\sqrt{7}+2\right)$

$=-2\sqrt{2}+6-(7-4)=-2\sqrt{2}+6-3$

$=3-2\sqrt{2}$

ب) $a\times b=\left(3+2\sqrt{2}\right)\left(3-2\sqrt{2}\right)=1$ و منه a مقلوب b .

2) $E=\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{b-a}{ab}=b-a=-4\sqrt{2}$

3) أ) $1-a=1-3-2\sqrt{2}=-2-2\sqrt{2}$

$b+3\sqrt{2}=3-2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=3+\sqrt{2}$

ب) $F=\left|1-a\right|-\left|b+3\sqrt{2}\right|=\left|-2-2\sqrt{2}\right|-\left|3+\sqrt{2}\right|$

$=2+2\sqrt{2}-3-\sqrt{2}=-1+\sqrt{2}$

تمرين عدد3:

1) إذا كان $x=2$ فإن :

$c=\sqrt{8}-\sqrt{2}\times 2=2\sqrt{2}-2\sqrt{2}=0$

2) أ) $c=\sqrt{8}-\sqrt{2}x=2\sqrt{2}-\sqrt{2}x=\sqrt{2}\,(2-x)$

ب) $d-c=(x-2)\left(x+\sqrt{2}\right)-\sqrt{2}\,(2-x)$

$=(x-2)\left(x+\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}\,(x-2)$

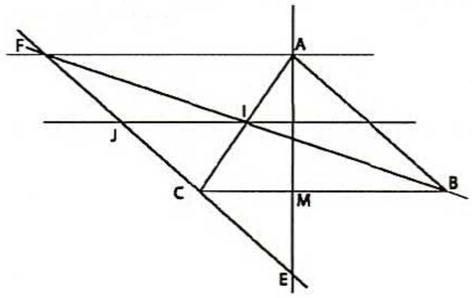
$=(x-2)\left(x+2\sqrt{2}\right)$

3) $(x-2)\left(x+2\sqrt{2}\right)=0$ يعني $x-2=0$ أو $x+2\sqrt{2}=0$

يعني $x=2$ أو $x=-2\sqrt{2}$

تمرين عدد4:

$BC=6$ ، $AC=4$ ، $AB=5$ ، $MC=2$



1) أ)

بتطبيق نظرية طالس في المثلث AMC نحصل على:

$\frac{ME}{MA}=\frac{MC}{MB}=\frac{EC}{AB}$ و بما أنّ $\frac{MC}{MB}=\frac{2}{6-2}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

فإن $\frac{ME}{MA}=\frac{EC}{AB}=\frac{1}{2}$

ب) $CE=\frac{1}{2}AB$ يعني $CE=2,5cm$

2) أ) ABCF متوازي الأضلاع لأن أضلاعه المتقابلة متوازية مثنى مثنى

و منه : $AF=BC=6cm$

ب) $EF=EC+CF=EC+AB=2,5+5=7,5cm$

3) النقطة I نقطة تقاطع القطران $[BF]$ و $[AC]$

لمتوازي الأضلاع $ABCF$ إذن I منتصف $[AC]$.

في المثلث ACF ، المستقيم (IJ) يوازي (AF)

و يمرّ من منتصف $[AC]$ إذن (IJ) يقطع $[CF]$

في منتصفه و منه J منتصف $[CF]$.

و $IJ=\frac{1}{2}AF$ يعني $IJ=\frac{1}{2}BC$

المثال الأوّل : **إصلاح فرض المراقبة عدد 3**

تمرين عدد 1:

1) $0,012=12.10^{-3}$ و $0,012=\frac{12}{1000}$

$\left(-\sqrt{2}\right)^{-2}=\frac{1}{2}$ و $\left(\sqrt{2}\right)^{-2}=\left(\sqrt{2}\right)^{-2}$

$\left(-\sqrt{2}\right)^{-2}+\left(\sqrt{2}\right)^{-2}=1$ و $\left(-\sqrt{2}\right)^{-2}+\left(\sqrt{2}\right)^{-2}=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{2}+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-2}$

$=3^2\times 3^4\times\left(\sqrt{3}\right)^{-4}=\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}=81=\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{-4}$

2) $\frac{AB}{AC}=\frac{A'B'}{A'C'}$

$\frac{AB}{A'B}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}$

$B'N=2MA'=\frac{CC'}{2}=\frac{1}{2}(A'M+CC')$

تمرين عدد 2:

$A=\left(\sqrt{2}\right)^{-2}=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{1}{2}$

$B=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{2}+\left(2\sqrt{2}\right)^{-1}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{2+\sqrt{2}}{4}$

$C=\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)^{-1}-\left(\frac{1}{\sqrt{2}+1}\right)=\frac{2}{\sqrt{2}-1}-\frac{1}{\sqrt{2}+1}$

$=\frac{2\sqrt{2}+2-\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+3^{1}}$

$$D=\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-3}\times\left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^{-5}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{3}\times\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{5}$$
$$=\frac{2^2}{\left(\sqrt{3}\right)^2}=\frac{4}{3}$$

2) $$E=\frac{\left(\frac{1}{100}\right)^{-3}.(1000)^{-2}}{(0;01)^{-2}.100.0,01}=\frac{\left(10^2\right)^3.10^{-6}}{10^{-4}.10^{-4}.10^{-2}}$$
$$=\frac{1}{10^{-10}}=10^{10}$$

تمرين عدد3:

1) أ) B و C هما مسقطا النقطتان A وD وفقا لمنحي (AB) و بما أن I منتصف $[AD]$ فإن مسقطها هي النقطة J منتصف $[BC]$

و بالتالي $(IJ)//(CD)$

ب) $IJ=\frac{1}{2}(AB+CD)=\frac{1}{2}(5+7)=6cm$

2) أ) في المثلث ADE، $(IM)//(DE)$ و(IM) تمرّ من منتصف $[AD]$ إذن (IM) يقطع $[AE]$ في منتصفه و منه M منتصف $[AE]$.

ب) $JM=IJ-IM=IJ-\frac{1}{2}DE=6-2=4cm$

ج) $$JM+IN=JM+\left(IJ+NJ\right)$$
$$=JM+IJ-\frac{1}{2}EC$$
$$=4+6-\frac{3}{2}=\frac{17}{2}$$

3) لدينا: $(IN)//(DE)$ و $(ON)\cap(IO)=\{0\}$

بتطبيق نظرية طالس ، نحصل على: $\frac{ON}{OI}=\frac{OE}{OD}=\frac{EN}{DI}$

المثال الثاني: **إصلاح فرض المراقبة عدد3**

تمرين عدد 1:

1) $2^{-3}+2^{-3}=\frac{1}{4}$ ، 2) $3^{-3}=\frac{1}{27}$

3) $\sqrt{2}^{-3}\times2^2=\sqrt{2}$ ، 4) $(0,001)^{-2}\times1000^{-2}=1$

تمرين عدد 2:

صواب / صواب / خطأ / صواب

تمرين عدد 3:

1) $$\left(2\sqrt{2}\right)^2=8$$
$$\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^{-2}-\left(-\sqrt{2}\right)^{-4}=\frac{5}{2}-\frac{1}{4}=\frac{9}{4}$$

2)أ) $$A=\frac{\left(a^{-2}b^{-3}\right)^{-1}ab^{-2}}{ab^{-1}}=\frac{\cancel{a}\ b}{\cancel{a}\ a^{-2}b^{-3}b^{2}}$$
$$=a^2b^2=(ab)^2$$

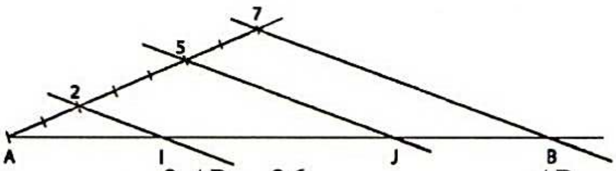
ب) إذا كان $a=\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-1}$ و $b=\frac{\sqrt{2}}{5}$

فإن: $$A=\left(\frac{3}{\cancel{\sqrt{2}}}\frac{\cancel{\sqrt{2}}}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$$

3) $$B=\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-2}\times\left(2\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^{-2}=\left(\frac{\cancel{\sqrt{5}}}{\cancel{2}}.2.\frac{\sqrt{2}}{\cancel{\sqrt{5}}}\right)^{-2}=\left(\sqrt{2}\right)^{-2}$$
$$C=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-3}.\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{6}=\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^{-3}.\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{6}=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{3}$$
$$D=\left(\frac{0,001}{5^{-3}}\right)^2=\left(\frac{10^{-3}}{5^{-3}}\right)^2=\left[\left(\frac{10}{5}\right)^{-3}\right]^2=2^6$$

تمرين عدد 4:

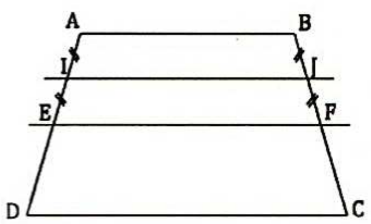
$$\frac{AI}{2}=\frac{IJ}{3}=\frac{JB}{2}=\frac{AI+IJ+JB}{7}=\frac{AB}{7}$$



$AI=2.\frac{AB}{7}=\frac{24}{7}cm$ ، $IJ=\frac{3AB}{7}=\frac{36}{7}cm$

$$AJ=AI+IJ=\frac{24}{7}+\frac{36}{7}=\frac{60}{7}cm$$

تمرين عدد 5:



1)أ)

مساقط النقاط A و D و E هما B و C و F وفقا لمنحى (AB)

و بما أن E منتصف $[AD]$ إذن F منتصف $[BC]$.

$$EF=\frac{1}{2}(AB+CD)=\frac{1}{2}\times(4+8)=6cm$$

2) أ) مسقطا النقطتان A و E هما B و F وفقا لمنحى (AB)

إذن مسقط I منتصف $[AE]$ هي J منتصف $[BF]$

و منه $(IJ)//(CD)$

$$IJ=\frac{1}{2}(AB+EF)=\frac{1}{2}(4+6)=5cm$$

ب) بتطبيق نظرية طالس ، نحصل على:

$$\frac{BJ}{JC}=\frac{AI}{ID}=\frac{1,5}{3+1,5}=\frac{1,5}{4,5}=\frac{1}{3}$$

المثال الأوّل: **إصلاح فرض المراقبة عدد 4**

تمرين عدد1:

أ) وج) / ب) وج) / ب) / ب) و ج)

تمرين عدد2:

1) أ) $a\le b$ يعني $-\sqrt{2}a\ge-\sqrt{2}b$

$a\le b$ يعني $-\sqrt{2}a\ge-\sqrt{2}b$ يعني $-\sqrt{2}a-1\ge-\sqrt{2}b-1$

ب) $x-y=-\frac{1}{3}a+\frac{3}{2}b-\left(\frac{5}{3}a-\frac{1}{2}b\right)$

$=-2a+2b$

$=-2(a-b)\ge0$

و منه $x\ge y$

2) أ) $F=3\sqrt{8}-\left(\sqrt{50}+1\right)3\times2\sqrt{2}-5\sqrt{2}-1=\sqrt{2}-1$

$E\times F=\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)=1$ و منه E مقلوب F

ب) $E^2=3+2\sqrt{2}$ ، $F^2=3-2\sqrt{2}$

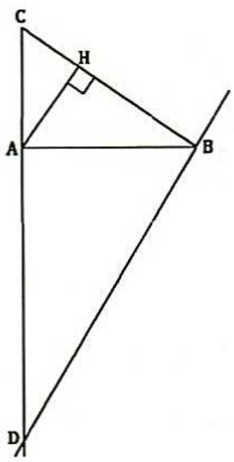
$F^2\ge0$ يعني $3-2\sqrt{2}\ge0$ يعني $2\sqrt{2}\le3$

ج) $E\times F^{-1}-F\times E^{-1}=\frac{E}{F}-\frac{F}{E}=\frac{E^2-F^2}{EF}$

$=E^2-F^2=4\sqrt{2}$

د) $\sqrt{3+2\sqrt{2}}-\sqrt{3-2\sqrt{2}}=\sqrt{E^2}-\sqrt{F^2}=E-F=2$

تمرين عدد 3:



1) $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5cm$

2) $AH=\frac{AB\times AC}{BC}=\frac{4\times3}{5}=\frac{12}{5}=2,4cm$

3) بتطبيق نظرية طالس في المثلث CAH ، نحصل على:

$$\frac{CH}{CB}=\frac{CA}{CD}=\frac{AH}{BD}$$

$$CH=\sqrt{AC^2-AH^2}=\sqrt{3^3-2,4^2}=\sqrt{3,24}=1,8cm$$

$$BD=\frac{AH\times BC}{CH}=\frac{2,4\times5}{18}=\frac{24\times5}{18}=\frac{20}{3}cm$$

$$AD=\sqrt{BD^2-AB^2}=\sqrt{\frac{400}{9}-16}=\sqrt{\frac{400-144}{9}}$$

$$=\sqrt{\frac{256}{9}}=\frac{16}{3}cm$$

المثال الثاني: **إصلاح فرض المراقبة عدد 4**

تمرين عدد1:

أ) $-a-1>-b-1$

ب) $(AB)\perp(AC)$

ج) -1

د) $\left(\sqrt{2}-1\right)^2$

تمرين عدد 2:

أ) $7^2=49$ و$\left(4\sqrt{3}\right)^2=48$ و $\left(5\sqrt{2}\right)^2=50$

$49>48$ و منه $7>4\sqrt{3}$

$50>49$ و منه $5\sqrt{2}<7$

ب) $4\sqrt{3}<7<5\sqrt{2}$

ج) $4\sqrt{3}<7$ ومنه $4\sqrt{3}+7<14$

تمرين عدد3:

1) أ) $\left(2\sqrt{3}\right)^2=12$ و $9=3^2$ لدينا $12>9$

إذن $2\sqrt{3}>3$

$\left(\sqrt{3}\right)^2=3$ و $4=2^2$ ، لدينا $4>3$ إذن $2>\sqrt{3}$

ب) $a=\left|3-2\sqrt{3}\right|+\left|\sqrt{3}-2\right|=-3+2\sqrt{3}-\sqrt{3}+2=\sqrt{3}-1$

$b=-\sqrt{108}+\sqrt{4}+5\sqrt{3}=-6\sqrt{3}+2+5\sqrt{3}=2-\sqrt{3}$

3) أ)

$a-b=\sqrt{3}-1-2+\sqrt{3}=2\sqrt{3}-3=\sqrt{3}\left(2-\sqrt{3}\right)>0$

و منه $a>b$

ب) لدينا $a>b>0$ و منه $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

و بالتالي $\frac{\sqrt{3}-2}{a}>\frac{\sqrt{3}-2}{b}$

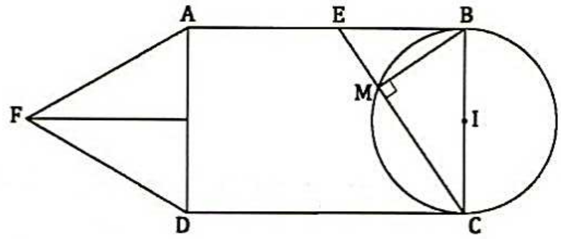
$\left(\sqrt{3}-2<0\right)$

تمرين عدد4:

لدينا:

$$a-b>\sqrt{2}$$
$$+$$
$$b>-\sqrt{2}$$
$$a>0$$ و منه a موجب قطعا

تمرين عدد 5:



1)

$$DE=\sqrt{DA^2+AE^2}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}cm$$
$$CE=\sqrt{BC^2+BE^2}=\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}cm$$

2) أ) M نقطة من الدائرة التي قطرها $[BC]$ و منه

$(BM)\perp(MC)$ و $M\in(EC)$ إذن $(BM)\perp(EC)$

ب)

$$BM=\frac{BE\times BC}{EC}=\frac{4\times6}{2\sqrt{13}}=\frac{12}{\sqrt{13}}=\frac{12\sqrt{13}}{13}cm$$

3) AFD متقايس الأضلاع و منه : $AF=AD=6cm$

$$FG=6\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}cm$$

4) $BM^2=\frac{144}{13}$ و $FG^2=18$ ومنه $FG>BM$

المثال الأوّل : **إصلاح الفرض التأليفي رقم 2**

تمرين عدد1:

1) ب)و ج) ، 2) أ) ، 3) ج) ، 4) أ) و ج)
، 5) ب) و ج)
6) ج)

تمرين عدد2:

1) $\left(5\sqrt{2}\right)^2=50$ و $\left(4\sqrt{3}\right)^2=48$ ، $50>48$ و منه

$$5\sqrt{2}>4\sqrt{3}$$

2) أ)

$$a=\sqrt{72}-\sqrt{75}=6\sqrt{2}-5\sqrt{3}$$
$$b=\sqrt{2}-\sqrt{3}$$
$$a-b=6\sqrt{2}-5\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{3}=5\sqrt{2}-4\sqrt{3}$$

ب) $a-b>0$ و منه $a>b$

3) أ)

$$(a-b)^2=\left(5\sqrt{2}-4\sqrt{3}\right)^2$$
$$=50+48-40\sqrt{6}=98-40\sqrt{6}$$

ب) $(a-b)^2>0$ و منه $98>40\sqrt{6}$

4) أ)

$$\sqrt{98-40\sqrt{6}}=\sqrt{(a-b)^2}=a-b=5\sqrt{2}-4\sqrt{3}$$

ب)

$$E=\left|-98+40\sqrt{6}\right|-\left|98+40\sqrt{6}\right|$$
$$=\cancel{98}-40\sqrt{6}\cancel{-98}-40\sqrt{6}=-80\sqrt{6}$$

تمرين عدد3:

1) إذا كان $x=\sqrt{3}$ فإنّ: $B=\left(\sqrt{3}\right)^2-9$

يعني $B=-6$

2) أ) $A=(2x-1)^2-(x+2)^2=3x^2-8x-3$

ب) $A-B=3x^2-8x-3-x^2+9=2x^2-8x+6$

ج) إذا كان $x=\sqrt{2}+1$ فإنّ:

$$A-B=2\left(\sqrt{2}+1\right)^2-8\left(\sqrt{2}+1\right)+6$$
$$=2\left(3+2\sqrt{2}\right)-8\sqrt{2}-8+6=-4\sqrt{2}+4$$

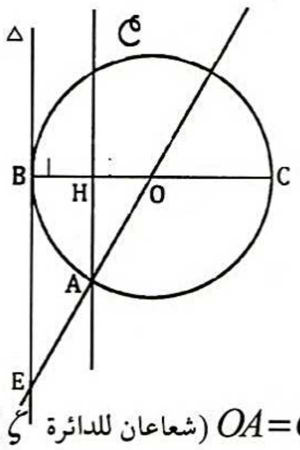
3) أ) $B=x^2-9=(x-3)(x+3)$

ب) $(x-3)(3x+1)=3x^2-8x-3=A$

ج)

$$A-B=(x-3)(3x+1)-(x-3)(x+3)$$
$$=(x-3)(3x+1-x-3)$$
$$=(x-3)(2x-2)$$

تمرين عدد 4:



1) أ) لدينا: $OA=OB$ (شعاعان للدائرة $\mathcal{C}$)

$OB=AO$ (A تنتمي إلى الموسّط العمودي لـ$[OB]$)

و منه $AB=OA=OB$ إذن المثلث OAB متقايس الأضلاع

ب) $AH=2\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}cm$

2) أ) في المثلث OBE، (HA) مواز لـ(BE) و يمرّ من منتصف $[OB]$ إذن يقطع $[OE]$ في منتصفها و منه A منتصف $[OE]$.

ب) بتطبيق نظرية طالس في المثلث OBE ، نحصل على:

$$\frac{OH}{OB}=\frac{OA}{OE}=\frac{AH}{BE}$$

$$OE=\frac{OA\times OB}{OH}=\frac{2\times2}{\sqrt3}=\frac{4}{\sqrt3}=\frac{4\sqrt3}{3}cm$$

* $$EB=\sqrt{OE^2-OB^2}=\sqrt{\frac{16}{3}-4}=\sqrt{\frac{4}{3}}=\frac{2}{\sqrt3}=\frac{2\sqrt3}{3}cm$$

3) * $$AC=\sqrt{AH^2+HC^2}=\sqrt{\left(\frac{BE}{2}\right)^2+9}=\sqrt{\frac{3}{9}+\frac{81}{9}}$$

* $$=\sqrt{\frac{84}{9}}=\sqrt{\frac{28}{3}}=2\sqrt{\frac{7}{3}}cm$$

$$AD=\sqrt{AH^2+HD^2}=\sqrt{2AH^2}=\sqrt{2\times3}=\sqrt6 cm$$

4)

المثال الثاني: **إصلاح الفرض التأليفي رقم 2**

تمرين عدد1:

خطأ / خطأ/ صواب / خطأ / خطأ/ خطأ / صواب / خطأ

تمرين عدد2:

1)

$$a=\sqrt8-2\sqrt{32}-\left(1+\sqrt{98}\right)=2\sqrt2-8\sqrt2-1+7\sqrt2=-1$$

$$b=1+\frac{3}{2}\sqrt{\frac{8}{9}}=1+\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}\frac{\cancel{2}\sqrt2}{\cancel{3}}=1+\sqrt2$$

2) $a\times b=1$ و منه a مقلوب b

3)أ) $a^2=3-2\sqrt2>0$ و منه $3>2\sqrt2$

ب) $b^2=\left(\sqrt2+1\right)^2=3+2\sqrt2$

4) $$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{6}{1}=6$$

تمرين عدد 3:

1) $$A=\left(x-2\right)^2-\left(x+2\right)^2$$
$$=\cancel{x^2}-4x+\cancel{4}-\cancel{x^2}-4x-\cancel{4}=-8x$$

2) $$\frac{9998^2-10002^2}{10000}=-8$$

تمرين عدد 4:

1) إذا كان $x=-1$ فإنّ:

$$A=4.(-1)^2-4.(-1)-3=4+4-3=5$$

2)أ) $(2x-1)^2-4=4x^2-4x+1-4=4x^2-4x-3=A$

ب)

$$A=\left(2x-1\right)^2-4=\left(2x-1-2\right)\left(2x-1+2\right)$$
$$=\left(2x-3\right)\left(2x+1\right)$$

$$A=\left(2x-3\right)\left(x-2\right)$$
$$=\left(2x-3\right)\left(2x+1\right)-\left(2x-3\right)\left(x-2\right)$$

3) $$=\left(2x-3\right)\left(2x+1-x+2\right)$$
$$=\left(2x-3\right)\left(x+3\right)$$

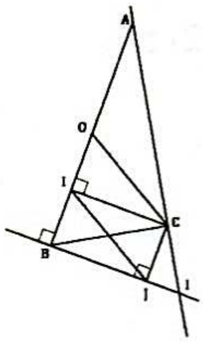
4) $A=(2x-3)(x-2)$

يعني $(2x-3)(x+3)=(2x-3)(x-2)$

يعني $(2x-3)\left[x+3-(x-2)\right]=0$

يعني $(2x-3)(5)=0$ $\quad x=\frac{3}{2}$

تمرين عدد 5:



1) $$CI=4\frac{\sqrt3}{2}=2\sqrt3cm$$

2)أ) لدينا: $OA=OB=OC$ و منه O مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC و O منتصف $[AB]$ إذن ABC مثلث قائم و تره $[AB]$.

ب) $$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{8^2-4^2}$$
$$=\sqrt{64-16}=\sqrt{48}=4\sqrt3cm$$

3) بتطبيق نظرية طالس في المثلث AIC ، نحصل على:

$$\frac{AI}{AB}=\frac{AC}{AE}=\frac{IC}{BE}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$$

$$AE=\frac{4AC}{3}=\frac{4\ 4\sqrt3}{3}=\frac{16\sqrt3}{3}cm$$

$$CE=AE-AC=\frac{16\sqrt3}{3}-4\sqrt3=\frac{4\sqrt3}{3}cm$$

$$BE=\frac{4IC}{3}=\frac{4.2\sqrt3}{3}=\frac{8\sqrt3}{3}cm$$

4)أ) IJCB رباعي له 3 زوايا قائمة فهو مستطيل.

ب) $IJ = BC = 4cm$ (قطرا المستطيل متقايسان)

ج) لدينا : $(CJ)//(OI)$ (عموديان على نفس المستقيم (EB))

$$CJ = \frac{CE \times CB}{BE} = \frac{4\frac{\sqrt{3}}{3} \times 4}{\frac{8\sqrt{3}}{3}}$$

$$= \frac{4\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{3}} \times 4 \times \frac{\cancel{3}}{8\cancel{\sqrt{3}}} = 2 = OI$$

$(CJ)//(OI)$ و $CJ = OI$ إذن: $CJIO$ متوازي أضلاع.

المثال الأوّل: **إصلاح فرض المراقبة عدد5**

تمرين عدد1:

1) $x = \sqrt{2} - \sqrt{5}$ ، 2) $1 \le -x \le 2$ ،

3) $A =]-\infty, +\infty[$

تمرين عدد2:

1) أ) $I =]-2,3]$ ، $J =]-\infty,1]$

ب) $I \cap J =]-2,1]$ ، $I \cup J =]-\infty,3]$

2) أ) $-2 \le x \le -1$ يعني $-4 \le 2x \le -2$

يعنى $-3 \le 2x+1 \le -1$

$0 \notin [-3,-1]$ و منه $2x+1 \neq 0$

ب) $|y| \le 1$ يعني $-1 \le y \le 1$ و $-2 \le x \le -1$

إذن : $-3 \le x+y \le 0$ و منه $x+y \in [-3,0]$

مدى حصر $x+y$ هو $0-(-3) = 3$

ج) $2 - \frac{1}{2x+1} = \frac{4x+2-1}{2x+1} = \frac{4x+1}{2x+1}$

$-3 \le 2x+1 \le -1$ يعني $-1 \le \frac{1}{2x+1} \le -\frac{1}{3}$

يعني $\frac{1}{3} \le \frac{-1}{2x+1} \le 1$ يعني $\frac{7}{3} \le 2 - \frac{1}{2x+1} \le 3$

و منه $\frac{7}{3} \le E \le 3$

3) أ) $2x-3 = 1+2(x-1)$ يعني $0x = 2$ غير ممكن و منه

$S_{\mathbb{R}} = \varnothing$

ب) $\frac{x+2}{2} = \frac{2x+1}{3}$ يعني $4x+2 = 3x+6$ يعني $x = 4$

$S_{\mathbb{R}} = \{4\}$

تمرين عدد3:

1)

التكرار الجملي	معدّل الريّاضيّات للقسم	الموسّط
40	12,8	14

* $2+2+6+8+10+4+4+2+2 = 40$

* $\frac{8+12+54+88+140+64+68+38+40}{40} = 12,8$

*

4 4 6 6 9 9 9 9 9 9 11 11 11 11 11 11 11 11 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14...

$\frac{14+14}{2} = 14$

2)

القيمة	4	6	9	11	14	16	17	19	20
التكرار	2	2	6	8	10	4	4	2	2
التكرار التراكمي الصّاعد	2	4	10	18	28	32	36	38	40

المثال الثاني: **إصلاح فرض مراقبة عدد 5**

تمرين عدد1:

1) خطأ / خطأ / خطأ / صواب

2) أ) 0

ب) $-2 \le x+y \le 4$

ج) $A = [-1,3[$ ، $-3 \le -x \le 1$

د) متوازي أضلاع

تمرين عدد2:

1) يعني $\frac{x-1}{2} - \frac{2x-1}{3} = x$

يعني $3(x-1) - 2(2x-1) = 6x$

يعني $7x = -1$

يعني $x = -\frac{1}{7}$

$$S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{1}{7}\right\}$$

يعني $2\left(x-\frac{3}{2}\right)-x=x-3$

يعني $2x-x-x=-3+3$

يعني $0x=0$

$$S_{\mathbb{R}}=\mathbb{R}$$

2) أ) $(2x+1)^2-4=(2x+1-2)(2x+1+2)=(2x-1)(2x+3)$

ب) $(2x+1)^2=2^2$ يعني $(2x+1)^2-4=0$ يعني

$(2x-1)(2x+3)=0$ يعني $x=\frac{1}{2}$ أو $x=-\frac{3}{2}$

$$S_{\mathbb{R}}=\left\{\frac{1}{2},-\frac{3}{2}\right\}$$

تمرين عدد3:

1) أ) $J=[1,+\infty[$

ب) $I\cap J=[1,3]$

ج) $K\cup J=[-3,-1]\cup[1,+\infty[$

2) أ) $x\in I$ يعني $-2\leq x\leq 3$

$y\in K$ يعني $-3\leq y\leq -1$

و منه : $-5\leq x+y\leq 2$

$-2\leq x\leq 3$ و $1\leq -y\leq 3$ إذن $-1\leq x-y\leq 6$

و منه مدى حصر $x-y$ هو $6-(-1)=7$

ب) $-2\leq x\leq 3$ يعني $1\leq x+3\leq 6$ و $0\notin[1,6]$

إذن $x+3\neq 0$

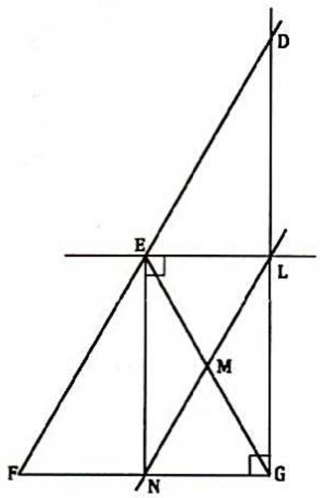
لدينا: $xy+3y=y(x+3)$

$-3\leq y\leq -1$ و منه $1\leq -y\leq 3$

و $1\leq x+3\leq 6$ إذن:

$1\leq -y(x+3)\leq 18$ و بالتالي $-18\leq y(x+3)\leq -1$

تمرين عدد4:



$FG=6$

$EG=EF=8$

1) EFNL رباعي أضلاع أضلاعه المتقابلة متوازية فهو متوازي أضلاع.

2) أ) لدينا: $EG=EF$ (EFG متقايس الضلعين في E)

$LN=EF$ ($EFNL$ متوازي أضلاع)

إذن : $EG=LN$

ب) لدينا $(EL)//(NG)$ و $EL=NG$ إذن $ENGL$

متوازي أضلاع قطراه $[EG]$ و $[LN]$ متقايسان فهو مستطيل.

3) أ) بتطبيق نظرية طالس في المثلث DFG ،

نحصل على: $\frac{DE}{DF}=\frac{DL}{DG}=\frac{EL}{FG}=\frac{1}{2}$

و منه $DL=\frac{1}{2}DG$ ، النقاط D و L وG

على إستقامة واحدة إذن L منتصف $[DG]$ لدينا:

ب) $DG=\sqrt{DF^2-FG^2}=\sqrt{16^2-6^2}=\sqrt{220}$

$DG=\sqrt{220}=2\sqrt{55}cm$

المثال الأوّل: **إصلاح فرض المراقبة عدد 6**

تمرين عدد1:

1) 0 ، 2) $[0,2]$ ،

3) 6 أعداد برقمين مختلفين ، 4) $\frac{3}{7}$

تمرين عدد2:

1) أ)

X	-2	-1	$-\sqrt{5}$	-3
-2	4	2	$2\sqrt{5}$	6
-1	2	1	$\sqrt{5}$	3
$-\sqrt{5}$	$2\sqrt{5}$	$\sqrt{5}$	5	$3\sqrt{5}$
-3	6	3	$3\sqrt{5}$	9

ب) عدد إمكانيات السحب هو: 12

ج) مجموعة النتائج الممكنة هي: $\{2,2\sqrt{5},6,\sqrt{5},3,3\sqrt{5}\}$

2) أ) احتمال حدوث الحدث A هو : 0

" " " B هو : 1

ب) الحدث A هو حدث مستحيل

الحدث B هو حدث أكيد.

3) احتمال أن يكون الجذاء أكبر من 2 هو : $\frac{13}{6}$

تمرين عدد3:

1) $A\geq 0$ يعني $2x-3\geq 0$ يعني $x\geq \frac{3}{2}$ و منه:

$$S_{\mathbb{R}}=\left[\frac{3}{2},+\infty\right[$$

$A\leq -3x+2$ يعني $2x-3\leq -3x+2$ يعني $5x\leq 5$

يعني $x\leq 1$ و منه $S_{\mathbb{R}}=]-\infty,1]$

$B\leq 4x^2-3$ يعني $\cancel{4x^{-2}}-12x+9\leq \cancel{4}x^2-3$ يعني

$x\geq 1$ و منه $S_{\mathbb{R}}=[1,+\infty[$

2) أ) $(2x-3)^2=4x^{-2}-12x+9=B$

ب) $B=(2x-3)^2$

3) أ)

$$A-B=(2x-3)-(2x-3)^2=(2x-3)(1-2x+3)=(2x-3)(-2x+4)$$
$$=2(2x-3)(2-x)$$

ب) $A=B$ يعني $A-B=0$ يعني

$x=\frac{3}{2}$ أو $x=2$ $\quad S_{\mathbb{R}}=\left\{\frac{3}{2},2\right\}$

تمرين عدد4:

1) أ) في المثلث ABD ، I و J منتصفا الضلعين [AD] و [AB]

إذن $(IJ)//(BD)$

ب) $(IJ)//(BD)$ و $(BD)\subset(BFH)$

إذن $(IJ)//(BFH)$

2) أ) المستقيم (HD) عمودي على المستقيمين (DA) و (DC) من المستوى (ADC) في النقطة D إذن $(HD)\perp(ADC)$

ب) (HD) عمودي على (ADC) إذن (HD) عمودي على كل مستقيم من المستوى (ADC) و منه

$(HD)\perp(DK)$ $((DK)\subset(ADC))$

و بالتالي المثلث HDK HDK قائم الزاوية في D

ج) $HK=\sqrt{HD^2+DK^2}=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}cm$

$$\left(DK=\frac{1}{2}DB=\frac{1}{2}\sqrt{8^2+6^2}=5\right)$$

المثال الثاني: **إصلاح فرض مراقبة عدد 6**

تمرين عدد 1:

1) $x\in]-\infty,-1]\cup[3,+\infty[$ ، 2) $|x|\leq 2$ ،

3) الموسّط يساوي 2,5

4) أ) $(DH)\perp(DI)$

ب) ليسا في نفس المستوى

5) 6 أعداد تتكوّن من ثلاثة أرقام مختلفة

إحتمال الحصول على عدد أصغر من 3 هو $\frac{1}{3}$

تمرين عدد 2:

1) $2x-1<3$ يعني $x<2$ و منه $S_{\mathbb{R}}=]-\infty,2[$

2) أ) $-10\leq 3y-1\leq 8$ يعني $-9\leq 3y\leq 9$ يعني $-3\leq y\leq 3$ و منه $|y|\leq 3$

ب) $x\in[-2,2]$ يعني $|x|\leq 2$ و $|y|\leq 3$ إذن $|x||y|\leq 6$ و منه $|xy|\leq 6$ إذن $-6\leq xy\leq 6$ و بالتالي: $xy\in[-6,6]$

3) أ) $-2\leq x\leq 2$ يعني $-5\leq x-3\leq -1$ و $0\notin[-5,-1]$ إذن $x-3\neq 0$

ب) $2+\frac{7}{x-3}=\frac{2x-6+7}{x-3}=\frac{2x+1}{x-3}=E$

ج) لدينا: $-5\leq x-3\leq -1$ إذن $-1\leq\frac{1}{x-3}\leq-\frac{1}{5}$

و منه $-7\leq\frac{7}{x-3}\leq-\frac{7}{5}$ و بالتالي $-5\leq 2+\frac{7}{x-3}\leq\frac{3}{5}$

إذن $E\in\left[-5,\frac{3}{5}\right]$

تمرين عدد 3:

1)

طول القامة	التكرار	التكرار التراكمي النازل
155	2	20
157	2	18
159	2	16
161	2	14
164	1	12
168	2	11
170	3	9
172	4	6
175	2	2

2)

3) أ) التكرار الجملي لهذه السلسلة الإحصائية هو 20.

موسّط هذه السلسلة هو: $168cm$

4) معدل طول القامة لهذا القسم هو:

5)

$$\frac{310+314+318+322+164+336+510+688+350}{20}$$

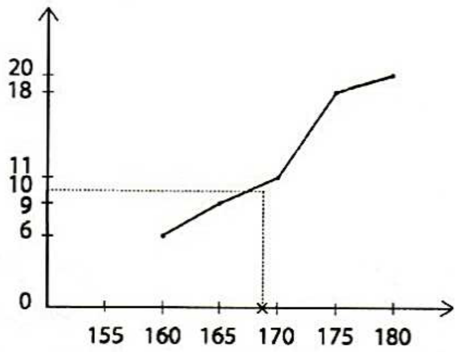
$$=160,6cm$$

6)

الفئة	[155,160[	[160,165[	[165,170[	[170,175[	[175,180[
التكرار	6	3	2	7	2
التكرار التراكمي الصاعد	6	9	11	18	20

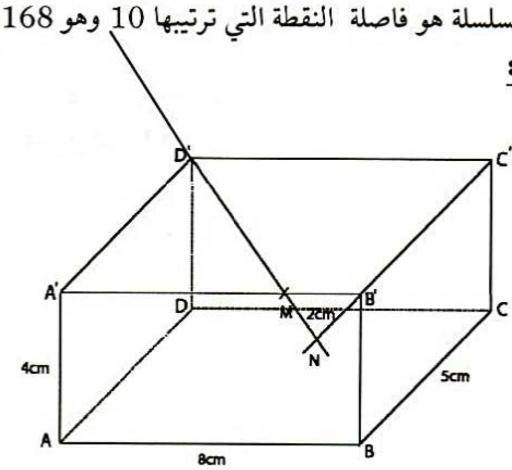
مدى هذه السلسلة هو: $180-160=20cm$

منوال هذه السلسلة هو: $\frac{170+175}{2}=172,5cm$



موسّط هذه السلسلة هو فاصلة النقطة التي ترتيبها 10 وهو 168 تقريبا

تمرين عدد4:



1) أ) المستقيم $(D'D)$ عمودي على المستقيمين

(DA) و (DC) من المستوى (ABD) في النقطة D إذن $(D'D)\perp(ABD)$.

المستقيم (BB') عمودي على المستقيمين (BC) و (AB) من المستوى (ABD) في النقطة B إذن $(B'B)\perp(ABD)$

ب) $(D'D)//(B'B)$ (عموديان على نفس المستوى).

و منه (BB') و $(D'D)$ محتويان في نفس المستوى.

2) أ) $(D'M)\cap(MDD')=\{D'\}$

ب) $(D'M)$ و $(B'C')$ يتقاطعان في N

و $(BC)//(B'C')$ إذن $(D'M)$ و (BC) ليسا في نفس المستوى.

3) أ) $(DD')\perp(A'B'C')$ و $(D'M)\subset(A'B'C')$

إذن $(DD')\perp(D'M)$ و منه المثلث $DD'M$ قائم في D'.

ب) $D'M=\sqrt{5^2+6^2}=\sqrt{61}cm$

$DM=\sqrt{4^2+61}=\sqrt{77}cm$

$MB=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}cm$

$BD=\sqrt{5^2+8^2}=\sqrt{89}cm$

ج) لدينا:

$\begin{cases}DM^2=77\\MB^2=20\\BD^2=89\end{cases}$ $89\neq77+20$ إذن المثلث DMB غير قائم الزاوية

المثال الأوّل: **إصلاح فرض تأليفي رقم 3**

تمرين عدد1:

1) $AH=5\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، 2) $[-3,0]$ ،

3) $5\sqrt{2}-4\sqrt{3}$ ، 4) $\mathbb{R}^*$

تمرين عدد2:

1) $a=\sqrt{49}-2\sqrt{18}+\sqrt{16}=7-6\sqrt{2}+4=11-6\sqrt{2}$

2) أ) $a-2=9-6\sqrt{2}$ ، لدينا: $9^2=81$ و $(6\sqrt{2})^2=72$

$81>72$ و منه $9>6\sqrt{2}$ إذن $a-2>0$

$a-3=8-6\sqrt{2}$ ، لدينا: $8^2=64$ و $(6\sqrt{2})=72$

$64<72$ و منه $8<6\sqrt{2}$ إذن $a-3<0$

ب) $\begin{cases} a-2>0 \text{ يعني } a>2 \\ a-3<0 \text{ يعني } a<3 \end{cases}$ إ ذ ن $a\in]2,3[$

3) $\left(3-\sqrt{2}\right)^2=9-6\sqrt{2}+2=11-6\sqrt{2}=a$

$a\in]2,3[$ يعني $2<\left(3-\sqrt{2}\right)^2<3$

يعني $\sqrt{2}<3-\sqrt{2}<\sqrt{3}$

تمرين عدد3:

1) إذا كان $x=-\frac{1}{2}$ فإنّ:

$$A=4\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2-4\times\left(-\frac{1}{2}\right)-3=0$$

2) $(2x-1)^2-4=4x^2-4x+1-4=4x^2-4x-3=A$

و منه : $A=(2x-1-2)(2x-1+2)=(2x-3)(2x+1)$

3) $B\le 0$ يعني $3-2x\le 0$ يعني $2x\ge 3$ يعني $x\ge\frac{3}{2}$

$$S_{\mathbb{R}}=\left[\frac{3}{2},+\infty\right[$$

4)

$$\begin{aligned} A-B&=(2x-3)(2x+1)-(3-2x)\\ &=(2x-3)(2x+1+1)\\ &=(2x-3)(2x+2)\\ &=2(x+1)(2x-3) \end{aligned}$$

5) $A=B$ يعني $A-B=0$ يعني $x=-1$ أو $x=\frac{3}{2}$

$$S_{\mathbb{R}}=\left\{-1,\frac{3}{2}\right\}$$

تمرين عدد4:

1) عدد إمكانيات السحب هو : 42

2) احتمال سحب قرصين لهما نفس اللون هو : $\frac{18}{42}$

3) احتمال سحب ذوى لونين مختلفين هو: $\frac{24}{42}$

4) احتمال سحب قرص أخضر هو : 0

تمرين عدد5:

1) لدينا $(EF)\subset(EFG)$ و $(AB)//(EF)$ و منه $(AB)//(EFG)$

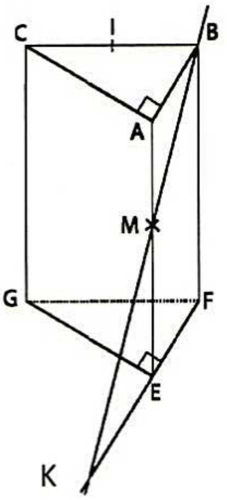
2) المستقيم (AE) عمودي على المستقيمين (AB) و (AC) من المستوى (ABC) في النقطة A و منه $(AE)\perp(ABC)$ و بالتالي $(AE)\perp(BC)$

3) أنظر 2)

4) $(AI)\subset(ABC)$ و منه $(AE)\perp(AI)$ إذن المثلث AIE قائم الزاوية في A.

5)

5)



(BM) و (EF) متقاطعان و منه K هي نقطة تقاطع (BM) و (EF) .

المثال الثاني: **إصلاح فرض تأليفي رقم 3**

تمرين عدد 1:

1) 6 ، 2) $x-1$ ، 3) $FI=\frac{HB}{2}$ ،

4) الموسّط يساوى 18,75

تمرين عدد 2:

1) أ)

$a-b=(x+2)^2-(x+1)^2=(\cancel{x}+2-\cancel{x}-1)(x+2+x+1)=2x+3$

ب) $2x+3=0$ يعني

$x=-\frac{3}{2}$ و منه $S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{3}{2}\right\}$

$2x+3\le 3x+1$ يعني

$x\ge 2$ و منه $S_{\mathbb{R}}=[2,+\infty[$

2) أ) $a-b=2703$ يعني

$2x+3=2703$ يعني $x=1350$

ب)العددان : 1352 و 1351 هما عددان صحيحان طبيعيان الفرق بين مربعيهما يساوى 2703 .

3) أ)

$C=(x+2)^2-9=(x+2-3)(x+2+3)=(x-1)(x+5)$

ب) $(10002)^2-9=9999\times10005$

العدد 9999 يقبل القسمة على 3.

العدد 10005 " " " 5.

$(10002)^2-9$

يقبل القسمة على 15.

ج) $C+9=0$ يعني $(x+2)^2=0$

يعني $x+2=0$ يعني $x=-2$ يعني $S_{\mathbb{R}}=\{-2\}$

تمرين عدد 3:

1) أ) $3>2\sqrt{2}$

ب) $a=\left|2\sqrt{2}-3\right|=-\left(2\sqrt{2}-3\right)=3-2\sqrt{2}$

2) $b=\left(\sqrt{2}-\frac{1}{2}\right)^2+\sqrt{18}+\frac{3}{4}=2+\frac{1}{4}-\sqrt{2}+3\sqrt{2}+\frac{3}{4}$

$=3+2\sqrt{2}$

3) أ) $a\times b=\left(3-2\sqrt{2}\right)\left(3+2\sqrt{2}\right)=9-8=1$

و منه a مقلوب b .

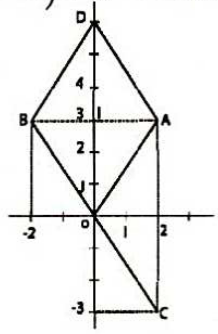
ب)

$a(b-1)+a-1=ab-a+a-1=ab-1=1-1=0$

و منه a و $a(b-1)$ متقابلان .

تمرين عدد 4:

1) أ)



ب) A و B لهما نفس الترتيبة 3 و فاصلتان متقابلتان 2 و -2.

إذن A و B متناظرتان بالنسبة إلى (OJ) .

2)ب) C مناظرة A بالنسبة إلى (OI) إذن $X_C=X_A=2$

و $Y_C=Y_A=-3$ و منه $C(2,-3)$

ج) B و C لهما فاصلتان متقابلتان و ترتيبتان متقابلتان إذن B و C متناظرتان بالنسبة إلى النقطة O .

3) أ) $(AB)\perp(OJ)$ و $(AC)//(OJ)$ إذن $(AC)\perp(AB)$ و منه المثلث ABC قائم الزاوية في A .

ب) $AB=4cm$ ، $AC=6cm$ و

$BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}cm$

4) أ) أنظر الرسم.

I منتصف $[OD]$ إذن $I(0,3)$

ب) إحداثيات منتصف $[AB]$ هي $(0,3)$ و منه منتصف $[AB]$.

ج) قطرا الرباعي $AOBD$ يتقاطعان في منتصفهما فهو متوازي أضلاع و $[AB]\perp[OD]$ فهو معين.

إحداثيات منتصف $[OA]$ هي $\left(1,\ \frac{3}{2}\right)$

إحداثيات منتصف $[CD]$ هي $\left(1,\ \frac{3}{2}\right)$

و منه $[OA]$ و $[CD]$ يتقاطعان في منتصفهما

إذن الرباعي $ADOC$ متوازي أضلاع

4) مساحة $ADBO$ هي : $\frac{AB\times DO}{2}=\frac{4\times6}{2}+12cm^2$

مساحة $ADOC$ هي: $AI\times DO=2\times6=12cm^2$

و منه $ADBO$ و $ADOC$ لهما نفس المساحة .

تمرين عدد 5:

1) نوع هذه الميزة هو كميّة مسترسلة.

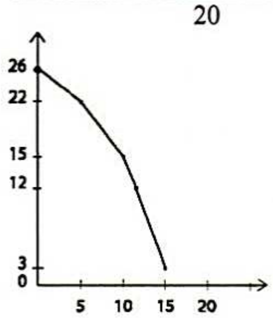
2) أ)

التكرار التراكمي النازل: 26 22 15 3

3) معدّل القسم هو :

$\frac{4\times2,5+7\times7,5+12\times12,5+3\times17,5}{20}$

4)



موسّط هذه السلسلة هو 11 تقريبا.

5) أ) عدد الإمكانيات هو: $15\times14=210$

ب) إحتمال إختيار فتاتين هو: $10\times9=90$

إصلاح التمارين و الاختبارات

الفهرس

كنوز النجاح

سلسلة جديدة من الكتب مطابقة للبرامج الرّسمية و مسايرة للكتاب المدرسي، تغطّي جميع مستويات المرحلة الإعدادية و جميع المواد و تجعل من الولّي شريكا حقيقيّا للمدرسة ومرافقا قادرا على مساعدة منظوره فهي تقترح عليه في كلّ كتاب:

>> ملخّصات مركّزة و شاملة لكلّ الدروس مصحوبة بأمثلة واضحة دقيقة.

>> تمارين تطبيقية متنوّعة متدرّجة لدعم المفاهيم الواردة بكلّ درس.

>> فروض تغطي كامل البرنامج.

>> إصلاح دقيق ومفصّل لجميع التمارين والفروض.

مع كنوز النجاح يتحقق الامتياز

ضمن نفس السلسلة

- **السنة الأولى من التعليم الأساسي**
  العربيـة–الإنتاج الكتابـي
  الإيقاظ العلمي–الرياضيات
- **السنة الثانية من التعليم الأساسي**
  العربيـة–الإنتاج الكتابـي
  الإيقاظ العلمي–الرياضيات
- **السنة الثالثة من التعليم الأساسي**
  العربية–الإنتاج الكتابي–الفرنسية
  الإيقاظ العلمي–الرياضيات
- **السنة الرابعة من التعليم الأساسي**
  العربيـة–الإنتاج الكتابـي–الفرنسيـة
  الإيقاظ العلمي–الرياضيات–التميّز في الإمتحانات
- **السنة الخامسة من التعليم الأساسي**
  العربية–الإنتاج الكتابي–الفرنسية
  المواد الإجتماعية–الإيقاظ العلمي–الرياضيات
- **السنة السادسة من التعليم الأساسي**
  العربية–الإنتاج الكتابي–الفرنسية–المواد الإجتماعية
  الإنقليزية–الإيقاظ العلمي–الرياضيات–التميّز في المناظرات
- **السنة السابعة من التعليم الأساسي**
  العربية–الفرنسية–الإنقليزية–التميّز في الامتحانات
  علوم الحياة والأرض–الرياضيات–العلوم الفيزيائية
- **السنة الثامنة من التعليم الأساسي**
  العربية–الفرنسية–الإنقليزية–التميّز في الامتحانات
  علوم الحياة والأرض–الرياضيات–العلوم الفيزيائية
- **السنة التاسعة من التعليم الأساسي**
  العربية–الفرنسية–الإنقليزية–التميّز في الامتحانات
  علوم الحياة والأرض–الرياضيات–العلوم الفيزيائية

KOUNOUZ EDITIONS
كنوز للنشر و التوزيع
www.kounouz-edition.com
Prix :11. 900 DT
9 789938 814859
ISBN: 978-9938-814-85-9